

5 марта 2011 год. 65-я Московская астрономическая олимпиада
Заключительный этап.
Решения.

8-9 классы

1. Один из героев романа Алексея Иванова, учитель, однажды прочёл ученикам стихотворение, в котором были такие строки:

Над землёю снежную темнота безбрежная.

Тонкий месяц светится, а над ним Медведица.

С астрономической точки зрения, где и когда было сделано это наблюдение?

Решение:

Сначала подумаем, где могло быть сделано наблюдение. Поскольку лежит снег, тропики исключаются. Поскольку тонкий месяц виден на тёмном небе, полярные широты, где эклиптика проходит вблизи горизонта, также исключаются. Наконец, южнее 30 параллели южной широты обе Медведицы не восходят, поэтому средние широты южного полушария тоже исключаются. Итак, место наблюдения -- средние широты северного полушария.

Теперь подумаем, когда могло быть сделано наблюдение. Поскольку месяц тонкий, наблюдение сделано либо вечером сразу по окончании сумерек, либо утром перед рассветом. Медведиц на небе две, но в стихотворении речь идёт именно о Большой Медведице - Малая находится далеко от эклиптики, и под ней - на севере - в средних северных широтах Луна не бывает видна никогда. Эклиптика проходит через созвездия Льва и Девы, расположенные неподалёку от Большой Медведицы. Растущий месяц бывает в этих созвездиях, когда Солнце находится в созвездиях Близнецов и Рака, то есть летом. Следовательно, наблюдался старый месяц, что соответствует положению Солнца в Деве или Весах. С учётом выпавшего снега делаем вывод, что наблюдение сделано перед рассветом в ноябре.

2. Когда световой день длиннее: 20 февраля или 30 октября? Ответ поясните.

Решение:

В день весеннего и осеннего равноденствия день будет равен ночи. После дня осеннего равноденствия день будет уменьшаться, а ночь увеличиваться. До дня весеннего равноденствия идет аналогичный процесс с той же скоростью, только в другую сторону. Поэтому 20 февраля день будет длиннее, так как до дня весеннего равноденствия останется 31 день. А 30 октября со дня осеннего равноденствия пройдет 38 дней.

Отметим, что данное рассуждение справедливо для северного полушария. В южном полушарии день будет уменьшаться после дня весеннего

равноденствия, а увеличиваться после дня осеннего равноденствия. Поэтому для южного полушария ответ будет противоположным: там световой день 30 октября будет длиннее, чем 20 февраля.

На экваторе же световой день в любую дату составляет 12 часов.

3. В каком месяце Луна в фазе первой четверти будет находиться выше всего над горизонтом? Ответ поясните.

Решение:

Ось вращения Луны вокруг Земли находится практически в плоскости эклиптики. Луна будет выше всего над горизонтом, когда у нее будет самое большое склонение. В фазе первой четверти Луна будет находиться на расстоянии 90 угловых градусов от Солнца со стороны востока. Солнце в течение года движется по эклиптике с запада на восток. Получается, что в созвездие близнецов Солнце придет через три месяца, значит, Солнце будет находиться в созвездие Рыбы. Получается, что это месяц март.

Возможен такой вариант:

Ось вращения Луны вокруг Земли находится практически в плоскости эклиптики. Луна будет выше всего над горизонтом, когда у нее будет самое большое склонение. Это произойдет, если ее прямое восхождение будет равно 6 часам. В фазе первой четверти Луна будет находиться на расстоянии 90 угловых градусов от Солнца со стороны востока. Значит, прямое восхождение Солнца должно быть меньше на 6 часов, то есть 0 часов. Солнце будет находиться в точке весеннего равноденствия, а значит, будет месяц март.

Общий ответ.

Для северного полушария.

Максимальная высота объекта во время кульминации находится по формуле:

$$h = 90 - \phi + \delta \quad (1)$$

где h – максимальная высота объекта над горизонтом, отмеряемая от точки юга, ϕ - широта места наблюдения, δ - склонение объекта. Склонение Луны меняется практически также как и склонение Солнца с -23,5 до 23,5 градусов. Ось вращения Луны вокруг Земли находится практически в плоскости эклиптики. Луна будет выше всего над горизонтом, когда у нее будет самое большое склонение. Это произойдет, если ее прямое восхождение будет равно 6 часам. В фазе первой четверти Луна будет находиться на расстоянии 90 угловых градусов от Солнца со стороны востока. Значит, прямое восхождение Солнца должно быть меньше на 6 часов, то есть 0 часов. Максимальное склонение в первой четверти Луна будет иметь в марте. Соответственно для всех широт, севернее 23,5 градусов – это будет месяц март. Для широты 0 градусов это будет месяц июнь, так как Луна в первой

четверти в этот месяц будет иметь склонение 0 градусов. Соответственно для широт от 23,5 градусов до 0 градусов это будет время с марта по июнь.

Для южного полушария.

Максимальная высота объекта во время кульминации находится по формуле:

$$h = 90 + \phi - \delta \quad (1)$$

где h – максимальная высота объекта над горизонтом, отмеряемая от точки юга, ϕ - широта места наблюдения, δ - склонение объекта. Склонение Луны меняется практически также как и склонение Солнца с -23,5 до 23,5 градусов. Ось вращения Луны вокруг Земли находится практически в плоскости эклиптики. Луна будет выше всего над горизонтом, когда у нее будет самое маленькое склонение. Это произойдет, если ее прямое восхождение будет равно 18 часам. В фазе первой четверти Луна будет находиться на расстоянии 90 угловых градусов от Солнца со стороны востока. Значит, прямое восхождение Солнца должно быть меньше на 6 часов, то есть 12 часов. Минимальное склонение в первой четверти Луна будет иметь в сентябре. Соответственно для всех широт, южнее -23,5 градусов – это будет месяц сентябрь. Для широты 0 градусов это будет месяц декабрь, так как Луна в первой четверти в этот месяц будет иметь склонение 0 градусов. Соответственно для широт от -23,5 градусов до 0 градусов это будет время с сентября по декабрь.

4. В третьем тысячелетии земляне решили построить железную дорогу по Солнечной системе. Для этого был заготовлен стальной куб размером 100x100x100 км. Как далеко можно проложить рельсы, изготовленные из этого запаса? Достанут ли они до Луны? А до Юпитера? Считать, что в сечении рельс имеет вид прямоугольника 5x10 см.

Решение:

Задача на вычисления и знание основных расстояний внутри Солнечной системы. Вычислим полный объем имеющихся стройматериалов: $(100 \text{ км})^3 = 10^6 \text{ км}^3 = 10^{15} \text{ м}^3 = 10^{21} \text{ см}^3$. Площадь поперечного сечения рельсы равна 50 см^2 . Таким образом, из заданного куба можно сделать рельс длиной $10^{21}/50 = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}$. Если считать, что рельс понадобится две, то длина дороги будет 10^{19} см или $10^{19} \text{ см} = 6.7 \text{ млн. а.е.} = 3.3 \text{ пк}$. Т.е. рельсы смогут достать до звезд в близкой окрестности Солнца, не говоря уже о Луне и Юпитере.

5. Астроном в течение года наблюдал Марс и Сатурн. Какую из этих двух планет за указанный промежуток времени он чаще видел в попятном движении? У какой из этих планет движение чаще меняется с прямого на попятное?

Решение:

Внешние планеты перемещаются по небу попятным движением вблизи точек противостояния. Происходит это оттого, что в эти периоды времени пространственные скорости Земли и планеты направлены примерно в одном направлении. Поскольку скорость Земли выше, чем скорость внешней планеты, она её обгоняет. Для наблюдателя на Земле создается впечатление, что планета на фоне звезд начинает двигаться в обратном направлении. Если предположить, что орбиты планет круговые и лежать в одной плоскости, то промежутки времени между последовательными началами (окончаниями) попятного движения будут равны синодическому периоду планет.

Синодический период Сатурна равен 378 суток. Синодический период Марса равен 780 дней. Значит, периоды синодического движения для Сатурна будут наступать в 2 раза чаще.

Чем дальше планета, тем меньше её скорость. Значит, тем больше промежутков времени (а также часть земного года) в течение которого Земля может обгонять планету. Значит, Сатурн дольше движется попятным движением.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что скорее окажется, что попятно движется Сатурн, а не Марс.