LXXII Московская математическая олимпиада

8 класс 15.03.2009

Задача № 1. На доске написано:

В этом предложении ...% цифр делятся на **2**, ...% цифр делятся на **3**, а ...% цифр делятся и на **2**, и на **3**.

Вставьте вместо многоточий какие-нибудь целые числа так, чтобы написанное на доске утверждение стало верным.

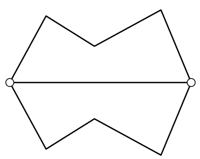
Задача № 2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K, для которой $CK = BC$. Отрезок CK пересекает биссектрису AL в её середине. Найдите углы треугольника ABC.

Задача № 3. Известно, что квадратные уравнения $a\mathrm{x}^2 + b\mathrm{x} + c = 0$ и $b\mathrm{x}^2 + c\mathrm{x} + a = 0$ (a, b и c — отличные от нуля числа) имеют общий корень. Найдите его.

Задача № 4. В каждой клетке квадрата 101×101, кроме центральной, стоит один из двух знаков: «поворот» или «прямо». Машинка въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ездит параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:
1) в клетке со знаком «прямо» она продолжает путь в том же направлении;
2) в клетке со знаком «поворот» она поворачивает на 90° (в любую сторону по своему выбору).

Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы у машинки не было возможности врезаться в дом?

Задача № 5. Две точки на плоскости несложно соединить тремя ломаными так, чтобы получилось два равных многоугольника (например, как на рисунке). Соедините две точки четырьмя ломаными так, чтобы все три получившихся многоугольника были равны. (Ломаные несамопересекающиеся и не имеют общих точек, кроме концов.)



Задача № 6. Двое играющих по очереди пишут — каждый на своей половине доски — по одному натуральному числу (повторения разрешаются) так, чтобы сумма всех чисел на доске не превосходила **10000**. После того, как сумма всех *чисел* на доске становится равной **10000**, игра заканчивается подсчётом суммы всех *цифр* на каждой половине. Выигрывает тот, на чьей половине сумма цифр меньше (при равных суммах — ничья). Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл противник?

Седьмая устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 12 апреля 2009 г. в школе 192.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXII Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 4 апреля 2009 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo

LXXII Московская математическая олимпиада

8 класс 15.03.2009

Задача № 1. На доске написано:

В этом предложении ...% цифр делятся на **2**, ...% цифр делятся на **3**, а ...% цифр делятся и на **2**, и на **3**.

Вставьте вместо многоточий какие-нибудь целые числа так, чтобы написанное на доске утверждение стало верным.

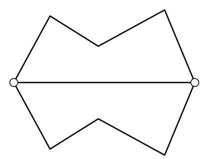
Задача № 2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K, для которой $CK = BC$. Отрезок CK пересекает биссектрису AL в её середине. Найдите углы треугольника ABC.

Задача № 3. Известно, что квадратные уравнения $a\mathrm{x}^2 + b\mathrm{x} + c = 0$ и $b\mathrm{x}^2 + c\mathrm{x} + a = 0$ (a, b и c — отличные от нуля числа) имеют общий корень. Найдите его.

Задача № 4. В каждой клетке квадрата 101×101, кроме центральной, стоит один из двух знаков: «поворот» или «прямо». Машинка въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ездит параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:
1) в клетке со знаком «прямо» она продолжает путь в том же направлении;
2) в клетке со знаком «поворот» она поворачивает на 90° (в любую сторону по своему выбору).

Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы у машинки не было возможности врезаться в дом?

Задача № 5. Две точки на плоскости несложно соединить тремя ломаными так, чтобы получилось два равных многоугольника (например, как на рисунке). Соедините две точки четырьмя ломаными так, чтобы все три получившихся многоугольника были равны. (Ломаные несамопересекающиеся и не имеют общих точек, кроме концов.)



Задача № 6. Двое играющих по очереди пишут — каждый на своей половине доски — по одному натуральному числу (повторения разрешаются) так, чтобы сумма всех чисел на доске не превосходила **10000**. После того, как сумма всех *чисел* на доске становится равной **10000**, игра заканчивается подсчётом суммы всех *цифр* на каждой половине. Выигрывает тот, на чьей половине сумма цифр меньше (при равных суммах — ничья). Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл противник?

Седьмая устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 12 апреля 2009 г. в школе 192.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXII Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 4 апреля 2009 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo