

11 класс, первый день

Задача 1. Последовательность из двух различных чисел продолжили двумя способами: так, чтобы получилась геометрическая прогрессия, и так, чтобы получилась арифметическая прогрессия. При этом третий член геометрической прогрессии совпал с десятым членом арифметической прогрессии. А с каким членом арифметической прогрессии совпал четвёртый член геометрической прогрессии?

Задача 2. Сравните между собой наименьшие положительные корни многочленов $x^{2011} + 2011x - 1$ и $x^{2011} - 2011x + 1$.

Задача 3. В равнобедренном треугольнике ABC на основании BC взята точка D , а на боковой стороне AB — точки E и M так, что $AM = ME$ и отрезок DM параллелен стороне AC . Докажите, что $AD + DE > AB + BE$.

Задача 4. В каждой клетке квадратной таблицы написано по действительному числу. Известно, что в каждой строке таблицы сумма k наибольших чисел равна a , а в каждом столбце таблицы сумма k наибольших чисел равна b .

1) Докажите, что если $k = 2$, то $a = b$.

2) В случае $k = 3$ приведите пример такой таблицы, для которой $a \neq b$.

Задача 5. Рассматриваются ортогональные проекции данного правильного тетраэдра с единичным ребром на всевозможные плоскости. Какое наибольшее значение может принимать радиус круга, содержащегося в такой проекции?

Задача 6. Продавец хочет разрезать кусок сыра на части, которые можно будет разложить на две кучки равного веса. Он умеет разрезать любой кусок сыра в одном и том же отношении $a : (1 - a)$ по весу, где $0 < a < 1$. Верно ли, что на любом промежутке длины 0,001 из интервала $(0; 1)$ найдется значение a , при котором он сможет добиться желаемого результата с помощью конечного числа разрезов?

Девятая устная городская олимпиада по геометрии для 8—11 классов
состоится 10 апреля 2011 года.

Подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/ustn/>

При выходе из аудитории не забудьте получить пропуск на показ работ.

Подробную информацию о **втором дне** смотрите на сайте
<http://www.mccme.ru/mmo/>

Заккрытие LXXIV Московской математической олимпиады
пройдёт в воскресенье 3 апреля 2011 года в Главном здании МГУ.