

Решения Московской астрономической олимпиады 2013-14 учебного года 8-9 классы

1.

Определите радиус шара с водой масса которого равна массе Земли? Солнца? Галактики Млечный Путь? Какие объекты во Вселенной имеют близкие к полученным размеры?

Решение

Радиус планеты связан с ее массой и плотностью формулой

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} \sim \rho^{-1/3}$$

Плотность воды составляет 1 г/см³ или 1000 кг/м³.

Средняя плотность Земли примерно в 5.5 раз больше. Значит радиус шара с водой будет в $\sqrt[3]{5.5} \approx 1.7$ раза больше радиуса Земли, что составит 11300 км. Это вполне планетные размеры. В Солнечной системе таких планет нет (самая маленькая из планет-гигантов Нептун больше более чем в два раза), но среди внесолнечных планет есть «сверхземли» подобного размера.

Средняя плотность Солнца 1.5 г/см³, что совсем немного выше плотности воды. Очевидно, что искомый шар будет примерно Солнечного размера, а именно $\sqrt[3]{1.5} \approx 1.1$ радиуса Солнца или 800000 км. Таких звезд в Галактике множество. Впрочем, Солнце со временем само «распухнет» до такого размера.

Осталось разобраться с Галактикой. В нашей галактике по разным оценкам от 200 до 400 миллиардов звезд. Будем считать, что они все имеют массу Солнца. Тогда их суммарная масса около $3 \cdot 10^{11} M_{\odot}$. Однако большую часть массы Галактики составляет темная материя, которой по массе раз в 10 больше, чем барионной материи. Таким образом получаем оценку массы галактики $3 \cdot 10^{12} M_{\odot}$. Подставляем это значение в формулу и получаем радиус шара 10^{10} км или ≈ 75 а.е.

Таких больших одиночных объектов (планет, звезд) не существует. Для звездных скоплений это очень мало. Но вот двойные звезды вполне могут иметь такие расстояния между компонентам. Кроме того, несколько меньший размер имеет пояс Койпера, а чуть больший – размер пузыря в межзвездном газе, надутый солнечным ветром (ближайшая к нам его часть).

Надо заметить, что объекта с плотностью воды, массой равной массе галактики и найденным радиусом существовать не может. Гравитационный радиус для такой массы составляет

$$R_G = \frac{2GM}{c^2} = 8.9 \cdot 10^{13} \text{ км} \approx 600000 \text{ а. е.} \approx 2,9 \text{ пк}$$

Черная дыра такой массы получается существенно больше.

2.

Наблюдатель заметил, что Юпитер, находясь в противостоянии, совершил верхнюю кульминацию на высоте 45° к югу от зенита, а его нижняя кульминация в тот же день составила всего 2°. Через какое время Юпитер взойдет в точке востока? Наклоном плоскости орбиты Юпитера к плоскости эклиптики пренебречь.

Решение:

Восходить в точке востока, а также заходить в точке запада могут только те светила, чье склонение равно 0. Юпитер в процессе своего движения вокруг Солнца движется по эллиптике и имеет склонение 0 два раза за орбитальный период, когда проходит через точки весеннего и осеннего равноденствия.

Составим систему уравнений для верхней и нижней кульминации.

$$\begin{cases} h_B = 90 + \delta - \varphi \\ h_H = -90 + \delta + \varphi \end{cases}$$

Из этой системы можно определить склонение Юпитера. Оно составляет $23,5^\circ$. Значит Юпитер находится в точке летнего солнцестояния, а в точке осеннего равноденствия окажется через четверть своего орбитального периода, т.е. почти через 3 года.

3.

На какое расстояние можно отодвинуть от глаз 5-рублевую монету (радиус 25 мм), чтобы полностью закрыть Луну? Рассмотрите все случаи.

Решение:

Вычислим сначала угловые размеры Луны:

$$\alpha = 2 * \arctg\left(\frac{R_L}{a_L}\right), R_L - \text{радиус Луны, } a_L - \text{расстояние до нее.}$$

В апогее ее орбиты $\alpha_1=0.49$ градуса, в перигее $\alpha_2=0.55$ градуса.

Радиус монеты 25 мм. Чтобы она могла закрыть Луну полностью, ее угловые размеры должны быть не меньше.

$$\beta = 2 * \arctg\left(\frac{25}{R}\right), \text{ где } R - \text{искомое расстояние. Из последнего выражения находим, что } R_1=5.8 \text{ м, } R_2=5.2 \text{ м.}$$

Задачу можно также решить, рассматривая подобные треугольники.

4.

У Меркурия и Марса на поверхности примерно одинаковое ускорение свободного падения. С поверхности какого из этих тел проще запустить искусственный спутник?

Решение:

Проще запустить спутник с поверхности такого небесного тела, для которого меньше первая космическая скорость: $V = \sqrt{GM/R}$. Т.к. ускорение свободного падения $g = G \frac{M}{R^2}$, то $V = \sqrt{gR}$

Таким образом, при равных ускорениях свободного падения меньше первая космическая скорость будет у тела с меньшими размерами, т.е. у Меркурия.

Примечание (для справки, не оценивается). Несколько сглаживает различие скоростей тот факт, что при запуске с экватора Марса спутник может получить дополнительную скорость за счет осевого вращения планеты (Меркурий вращается вокруг своей оси очень медленно), но этой добавки не хватит ($V=2\pi R/T=240$ м/сек), т.к. разница V_1 для этих планет превышает 500 м/сек.

Ответ: с поверхности Меркурия.

5.

Свет от звезды Денеб идет к Земле 1500 лет. Определите, каково должно быть значение годичного параллакса у звезды Денеб.

Решение:

Если свет от Денеба идет к Земле 1500 лет, значит расстояние до этой звезды 1500 световых лет или $1500/3.26=460$ пк, далее, вспоминая, что расстояние в пк есть обратный параллакс в секундах дуги, получаем что необходимый угол будет $1/460$ угловой секунды. То есть параллакс Денеба будет около $0.002''$

6.

Вам дана звездная карта. Определите и перечислите созвездия, в которых бывает Луна на небе г. Москве (широта 56°). Наклонение лунной орбиты к эклиптике 5.1° . Радиус Земли 6400 км, среднее расстояние Луны от Земли 384000 км.

Решение:

Луна может отклоняться от эклиптики не более чем на 5 градусов. (Для точного решения потребуется учесть также параллакс Луны.)

Рыбы, Овен, Кит, Орион, Возничий, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Секстант, Ворон, Дева, Весы, Скорпион, Змееносец, Стрелец, Козерог, Водолей.