

Задача 1

Самолёт в Новогоднюю ночь в безветренную погоду стартовал с аэродрома Санкт-Петербурга (60° северной широты) и летит на постоянной высоте $h = 5$ км с постоянной по величине скоростью $V = 1000$ км/час, держа всё время курс на северо-восток (по звездам). С каким по модулю ускорением относительно Земли (в системе отсчета Птолемея) движется самолёт ровно через время T , равное четырём часам полета? Землю можно считать шаром с радиусом $R = 6400$ км.

Ответ: через 4 часа полета самолет движется относительно Земли с ускорением, модуль которого равен $a \cong 0,1$ м/с².

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

Найдено смещение самолета на север за время T полета – 2 балла.

Найдена широта самолета через время T – 1 балл.

Найдено расстояние от самолета до северного полюса через время T – 1 балл.

Найдено смещение самолета на восток за малое время Δt (считая от момента T) – 2 балла.

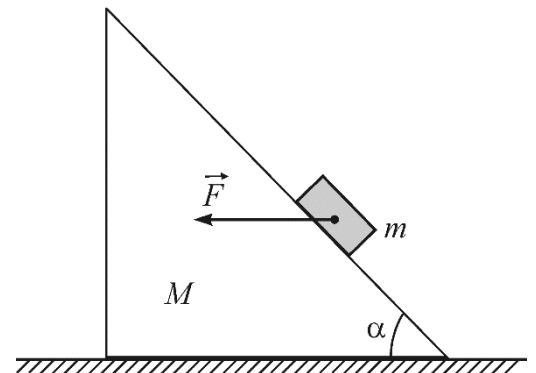
Найден угол, на который за малое время Δt поворачивается вектор скорости самолета – 2 балла.

Найден модуль ускорения самолета в момент времени T – 2 балла.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 2

Клин массой $M = 5$ кг с углом при основании $\alpha = 45^\circ$ расположен на гладком горизонтальном столе. На наклонной поверхности клина лежит брусок массой $m = 1$ кг. На брусок начинает действовать сила, направленная горизонтально в сторону клина. Модуль этой силы возрастает с течением времени t по закону $F = \delta t$, где коэффициент пропорциональности $\delta = 1$ Н/с. Коэффициент трения между клином и бруском равен $\mu = 1,2$. 1) Чему равен модуль силы трения, действующей со стороны клина на брусок через время $T = 12$ с после начала действия силы F , если клин к этому моменту еще не начал опрокидываться? 2) Найдите ускорения клина и бруска через время $5T = 1$ мин после начала действия силы F . Ускорение свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².



Ответ: 1) через время $T = 12$ с после начала действия силы F модуль силы трения, действующей со стороны клина на брусок, равен 0 Н (т.е. сила трения между телами в этот момент отсутствует); 2) ускорения клина и бруска в момент времени $5T$ одинаковы, направлены горизонтально и равны по модулю $a = A = \frac{F}{m + M} = \frac{5\delta T}{m + M} = 10$ м/с².

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

Указано, что первоначально брусок покоился – 1 балл.

Найден модуль ускорения тел при малых модулях силы F – 1 балл.

Правильно записан второй закон Ньютона для бруска в проекциях на координатные оси (при любом выборе осей) – 2 балла (по 1 баллу за каждое уравнение).

Найдено выражение для модуля силы трения и для модуля силы реакции опоры, действующих на брусок – 2 балла (по 1 баллу за каждое выражение).

Найден модуль силы трения через время $T = 12$ с после начала действия силы F – 1 балл.

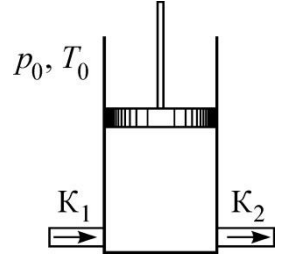
Замечено, что при $\mu > \text{ctg} \alpha$ графики зависимостей $|F_{\text{тр}}|$ и μN от F не пересекаются, и сделан вывод о том, что проскальзывание между телами не начнется – 2 балла.

Дан ответ на вопрос 2) задачи – 1 балл.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 3

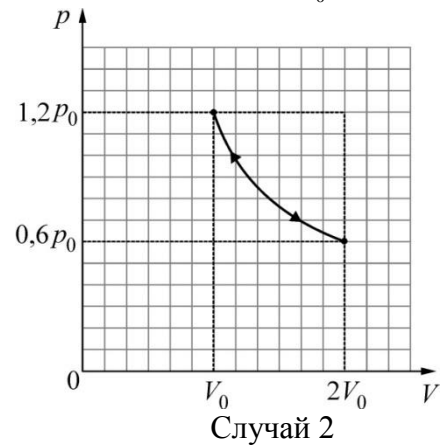
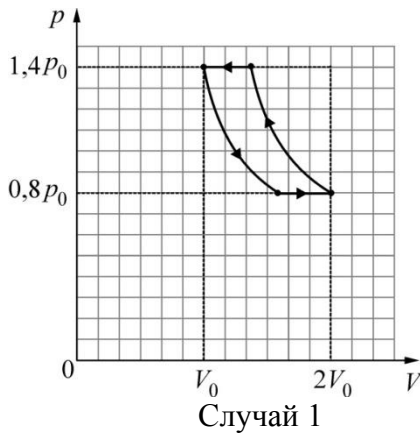
В цилиндре под поршнем находится воздух. В стенках цилиндра есть два клапана: впускной K_1 и выпускной K_2 . Впускной клапан открывается тогда, когда разность давлений воздуха снаружи и внутри цилиндра превышает $\Delta_1 = 0,2p_0$, где p_0 – атмосферное давление. Выпускной клапан открывается тогда, когда разность давлений внутри и снаружи превышает $\Delta_2 = 0,4p_0$. Поршень совершает очень медленные колебания так, что объём воздуха в цилиндре изменяется в пределах от V_0 до $2V_0$. Температура снаружи и внутри цилиндра постоянна и равна T_0 . 1) Определите наименьшее и наибольшее количество воздуха в цилиндре при колебаниях поршня. 2) Изобразите в координатах p – V процесс, происходящий с воздухом в цилиндре после того, как поршень уже совершил достаточно много колебаний.



Ответьте на оба вопроса задачи, если $\Delta_1 = 0,4p_0$, а $\Delta_2 = 0,2p_0$.

Ответ: в первом случае $v_{\text{max}} = \frac{1,6p_0V_0}{RT_0}$, $v_{\text{min}} = \frac{1,4p_0V_0}{RT_0}$; во втором случае количество воздуха

остаётся постоянным (после того, как оно один раз установилось) и равным $v = \frac{1,2p_0V_0}{RT_0}$.



Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

Рассмотрение первого случая

Обосновано, что существуют промежутки времени, когда воздух медленно поступает в цилиндр через впускной клапан, и когда воздух медленно выходит из цилиндра через выпускной клапан – 1 балл.

Найдено наименьшее количество воздуха в цилиндре – 1 балл.

Найдено наибольшее количество воздуха в цилиндре – 1 балл.

Изображен график зависимости $p(V)$ с правильным указанием (описанием) процессов – 2 балла.

Рассмотрение второго случая

Обосновано, что клапаны всё время остаются закрытыми, и количество воздуха в цилиндре остаётся постоянным – 1 балл.

Найдено установившееся количество воздуха в цилиндре – 2 балла.

Изображен график зависимости $p(V)$ с правильным указанием (описанием) процессов – 2 балла.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 4

Две покоящиеся в космосе вдали от других тел материальные точки, имеющие одинаковые массы m и электрические заряды q , скреплены невесомой, нерастяжимой и не проводящей электрический ток прочной гибкой нитью длиной L . Незаряженное тело малых размеров массой $2m$ движется поступательно в направлении средней точки нити со скоростью V , направленной перпендикулярно нити. При соприкосновении тела и нити они друг относительно друга не проскальзывают, но и не прилипают друг к другу. Какими будут модули скоростей материальных точек и тела через очень большое время? На каком минимальном расстоянии L_{\min} друг от друга будут находиться материальные точки в процессе движения?

Ответ: 1) две материальные точки после окончания взаимодействия с телом будут двигаться с равными скоростями V , а тело массой $2m$ остановится; 2) материальные точки в процессе движения будут находиться друг от друга на минимальном расстоянии

$$L_{\min} = \left(\frac{1}{L} + \frac{mV^2}{2kq^2} \right)^{-1}.$$

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

Замечено, что взаимодействие материальных точек и тела можно рассматривать как абсолютно упругое столкновение двух тел с равными массами – 2 балла.

Обосновано, что две материальные точки после окончания взаимодействия с телом будут двигаться с равными скоростями V , а тело массой $2m$ остановится – 3 балла.

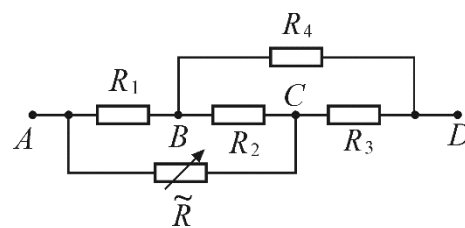
Записан закон сохранения энергии системы для начального момента и для момента наибольшего сближения зарядов – 3 балла.

Найдено минимальное расстояние между материальными точками – 2 балла.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 5

Участок AD электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из четырёх постоянных резисторов с сопротивлениями $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 80$ Ом, $R_4 = 25$ Ом и одного переменного резистора \tilde{R} , сопротивление которого может изменяться от нуля до $R_{\max} = 10$ кОм. Сила тока, текущего через участок AD , поддерживается постоянной и равной $I = 1,2$ А. 1) При каких значениях сопротивления переменного резистора ток через резистор R_2 будет течь в направлении от точки B к точке C , а при каких – в обратном направлении? 2) При каком значении сопротивления переменного резистора напряжение на резисторе R_2 будет максимальным, и чему равно это напряжение?



Ответ: 1) При $0 < \tilde{R} < R_1 R_3 / R_4 = 64$ Ом ток через резистор R_2 течет от точки C к точке B , а при $R_{\max} > \tilde{R} > R_1 R_3 / R_4$ – от точки B к точке C . 2) Напряжение на резисторе R_2 достигает максимального по модулю значения $\approx 10,8$ В при $\tilde{R} = 0$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

Записан закон сохранения заряда (условие равенства нулю суммы токов) для узлов B , C и для узла, находящегося между точкой A и резистором R_1 – 3 балла (по 1 баллу за каждое уравнение).

Падение напряжения между узлами B и C выражено через токи, текущие в разных ветвях цепи – 2 балла (по 1 баллу за каждое уравнение).

Из полученной системы уравнений выражено произведение $I_2 R_2$ – 1 балл.

Указан диапазон сопротивлений переменного резистора, при котором ток течет от точки B к точке C , и диапазон, при котором ток течет в обратном направлении – 2 балла (по 1 баллу за каждый диапазон).

Указано, при каком значении сопротивления переменного резистора напряжение на резисторе R_2 будет максимальным – 1 балл.

Найдено максимальное напряжение на резисторе R_2 – 1 балл.

ВСЕГО: 10 баллов.