

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ПО РОБОТОТЕХНИКЕ 2017–2018 уч. г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

Решения и критерии проверки

7-8 класс

Задача №1

На рисунке №1 изображена механическая передача

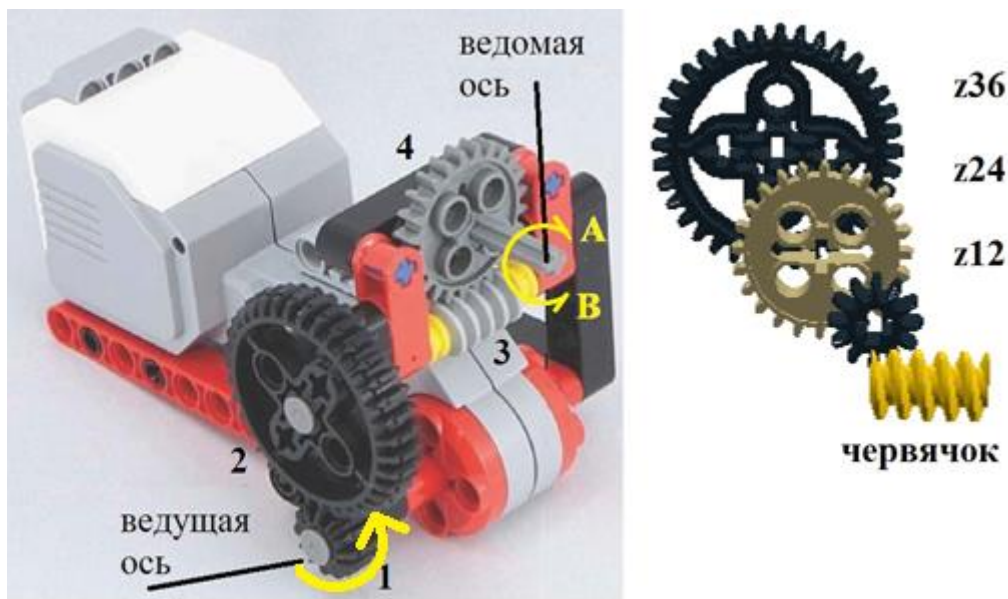


Рис. №1

Ведущая ось вращается в указанном направлении (см. Рис №1)

Как будет вращаться ведомая ось?

Ответ дайте по следующим пунктам:

а) в направлении А или в направлении В?

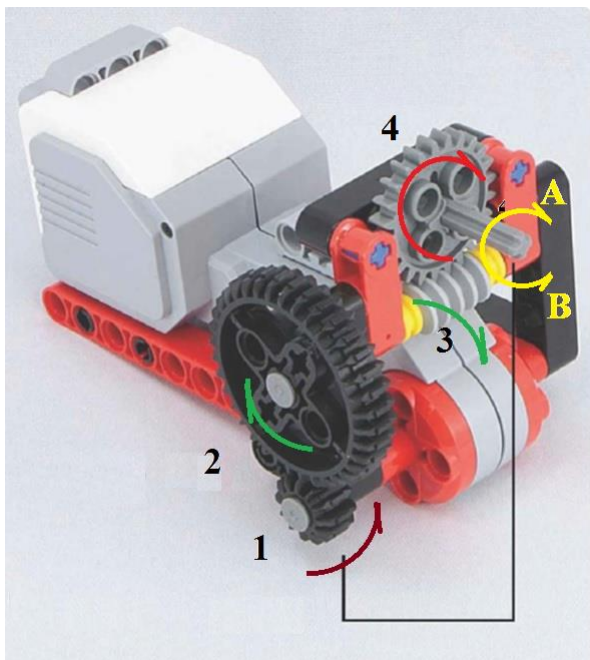
б) быстрее или медленнее?

в) во сколько раз?

г) укажите номера «паразитных» (вспомогательных) шестеренок (если они есть);

д) укажите количество ступеней (если они есть).

Решение/ответ:



а) в направлении А.

Механическая передача двухступенчатая, найдем передаточное отношение:

$$i = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{36 \cdot 24}{12 \cdot 1} = \frac{72}{1}$$

б) медленнее, так как передаточное отношение $i > 1$;

в) в 72 раза;

г) нет;

д) двухступенчатая.

Критерии оценки

1. Правильно определено направление вращения ведомой оси (в направлении А) – **2 балла.**
2. Правильно определено, что ведомая ось вращается медленнее, и приведено обоснование (1 вариант или 2 вариант) – **2 балла.**

- 1 вариант. Механическая передача двухступенчатая, найдем передаточное отношение

$$i = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{36}{12} \cdot \frac{24}{1} = \frac{72}{1}$$

Так как передаточное отношение $i > 1$, то ведомая ось вращается медленнее, чем ведущая.

- 2 вариант. Используются понижающие передачи (ведущая шестерня меньше ведомой), поэтому ведомая ось вращается медленнее ведущей.

3. Правильно определено передаточное отношение

$$i = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{36}{12} \cdot \frac{24}{1} = \frac{72}{1}$$

И дан правильный ответ: медленнее в 72 раза - **2 балла.**

г) Правильно указано, что «паразитных» шестерен **нет** – **2 балла.**

д) Правильно определено количество ступеней в механической передаче (2) – **2 балла.**

Итого: максимальный балл – 10.

Задача №2

При колонизации Марса был построен производственный район, в котором расположены: Электролизный завод, Литейный завод, АЭС, Логистический центр для хранения ресурсов и Станция подзарядки грузового марсохода. Между ними проложены дороги, а также построена шлюзовая камера (см. рис. №1)



Марсоход в начале рабочей смены выезжает со Станции подзарядки с полностью заряженным аккумулятором в Логистический центр. В Логистическом центре марсоход может загрузить одним из трех видов ресурсов: ураном, железом и ледяными блоками, после чего марсоход должен доставить груз соответственно на АЭС, Литейный завод или Электролизный завод.

За один раз в марсоход можно загрузить только один контейнер с любым из имеющихся ресурсов. Если марсоход привез на завод не тот ресурс, то его там не примут и отправят назад в Логистический центр. В конце рабочей смены марсоход должен вернуться на станцию подзарядки.

На рисунке 1 указано, сколько условных единиц энергии аккумулятора расходуется при перемещении между объектами, например, на переезд со шлюза №1 на АЭС марсоход потратит 1 условную единицу энергии аккумулятора, при возвращении с АЭС в Шлюз №1 марсоход потратит снова 1 условную единицу энергии аккумулятора.

Полный заряд аккумуляторной батареи марсохода составляет 51 условную единицу. Подзарядка аккумулятора марсохода в течение смены невозможна.

За верную доставку ресурса на соответствующее предприятие оператор марсохода получает в конце дня денежное вознаграждение:

Название ресурса	Уран	Ледяные блоки	Железо
Стоимость доставки	1 тугрик	10 тугриков	3 тугрика

На Литейном заводе переплавляется железо, на Электролизном заводе из ледяных блоков получают кислород и водород, для выработки электроэнергии на АЭС доставляется уран.

Сегодня в Логистическом центре 4 контейнера с ледяными блоками, 4 контейнера с железной рудой и 15 контейнеров с ураном.

Если марсоход не сможет вернуться на станцию подзарядки, то оператор марсохода будет оштрафован на величину дневного заработка.

Разработайте и запишите маршрут, следуя которому оператор марсохода сможет заработать к концу дня максимальную сумму. Подсчитайте, чему будет равен максимальный заработок оператора.

Ответ: 41 тугрик

Станция подзарядки – (2) Логистический центр – (4) Шлюз №1 – (7) Электролизный завод – (10) Шлюз №1 – (12) Логистический центр – (14) Шлюз №1 – (17) Электролизный завод – (20) Шлюз №1 – (22) Логистический центр – (24) Шлюз №1 – (27) Электролизный завод – (30) Шлюз №1 – (32) Логистический центр – (34) Шлюз №1 – (37) Электролизный завод – (40) Шлюз №1 – (42) Логистический центр – (44) Шлюз №1 – (45) АЭС – (46) Шлюз №1 – (48) Логистический центр – (50) Станция подзарядки.

Останется неиспользованной 1 условная единица энергии.

Решение:

1. Определим заряд аккумуляторной батареи марсохода, который можно использовать для доставки груза, с учетом возвращения на Станцию подзарядки в конце смены:

Известно, что полный заряд аккумуляторной батареи марсохода составляет 51 условную единицу. Подзарядка аккумулятора марсохода в течение смены невозможна. Марсоход в начале рабочей смены выезжает со Станции подзарядки с полностью заряженным аккумулятором в Логистический центр.

Таким образом, марсоход в начале смены должен потратить 2 условных единицы (у.е.) энергии, чтобы прибыть в Логистический центр.

Станция подзарядки -2^{ye} *Логистический центр* (2 у.е.)-...

Также известно, что если марсоход не сможет вернуться на станцию подзарядки, то оператор марсохода будет оштрафован на величину дневного заработка. Следовательно, в конце смены марсоход должен потратить 2 у.е. энергии, чтобы прибыть из Логистического центра на Станцию подзарядки.

- *Логистический центр* -2^{ye} *Станция подзарядки* (2 у.е.)

Таким образом, получается, что на выполнение задания по доставке грузов из Логистического центра у марсохода остается

$51 - 2 - 2 = 47$ у.е. энергии.

2. Определим, какое количество условных единиц энергии необходимо затратить марсоходу, чтобы доставить по 1 грузу каждого вида ресурсов. Каждый раз выполняя задание по доставке груза, марсоход из Логистического центра должен доехать до пункта назначения и вернуться обратно в Логистический центр.

Ледяные блоки – 10 у.е. энергии

Логистический центр -2^{ye} *Шлюз №1* (2 у.е.) -3^{ye} *Электролизный завод* (5у.е.) -3^{ye} *Шлюз №1* (8 у.е.) -2^{ye} *Логистический центр* (10 у.е.)

Железная руда – 8 у.е. энергии

Логистический центр -2^{ye} *Шлюз №1* (2 у.е.) -2^{ye} *Литейный завод* (4 у.е.) -2^{ye} *Шлюз №2* (6 у.е.) -2^{ye} *Логистический центр* (8 у.е.)

Уран – 6 у.е. энергии

Логистический центр -2^{ye} *Шлюз №1* (2 у.е.) -1^{ye} *АЭС* (3 у.е.) -1^{ye} *Шлюз №1* (4 у.е.) -2^{ye} *Логистический центр* (6 у.е.)

3. Так как оператор марсохода должен получить максимально возможный доход, сравним цены на доставку ресурсов:

(**Железная руда** (8 у.е., 3 тугрика)+**Уран** (6 у.е., 1 тугрик)) 14 у.е., 4 тугрика <**Ледяные блоки** 10 у.е., 10 тугриков

Ледяные блоки выгоднее доставлять, чем железную руду и уран.

4. Узнаем, сколько ледяных блоков марсоход успеет отвезти на Электролизный завод и вернуться обратно в Логистический центр (10 у.е.) за одну смену (47 у.е. энергии аккумулятора):

$47 : 10 = 4$ остаток 7 – 4 ледяных блока успеет отвезти марсоход и вернуться в Логистический центр, остаток 7 у.е.

5. Оставшиеся 7 у.е. энергии марсоход может потратить только на доставку урана (6 у.е.), т.к. на доставку железной руды потребуется 8 у.е. энергии.

$7 : 6 = 1$ остаток 1 - 1 контейнер с ураном успеет отвезти марсоход и вернуться обратно в Логистический центр. Остается неиспользуемой 1 у.е. энергии

6. Составим маршрут, который позволит марсоходу отвезти 4 ледяных блока и 1 контейнер с ураном

Станция подзарядки –²уе Логистический центр (2 у.е.) –²уе Шлюз №1 (4 у.е.) –³уе Электролизный завод (7 у.е.) –³уе Шлюз №1 (10 у.е.)–²уе Логистический центр (12 у.е.) –²уе Шлюз №1 (14 у.е.) –³уе Электролизный завод (17 у.е.) –³уе Шлюз №1 (20 у.е.)–²уе Логистический центр (22 у.е.) –²уе Шлюз №1 (24 у.е.) –³уе Электролизный завод (27 у.е.) –³уе Шлюз №1 (30 у.е.)–²уе Логистический центр (32 у.е.) –²уе Шлюз №1 (34 у.е.) –³уе Электролизный завод (37 у.е.) –³уе Шлюз №1 (40 у.е.)–²уе Логистический центр (42 у.е.) –²уе Шлюз №1 (44 у.е.) –¹уе АЭС (45 у.е.) –¹уе Шлюз №1 (46 у.е.) –²уе Логистический центр (48 у.е.) –²уе Станция подзарядки (50 у.е.)

Представлена схема, по которой сначала отвозятся 4 ледяных блока, затем 1 урановый контейнер, но возможны и другие сочетания этих элементов, например, можно сначала привести 1 урановый контейнер на АЭС, а потом доставить 4 ледяных блока на Электролизный завод.

7. Определим максимальный заработок оператора марсохода:

4 ледяных блока по 10 тугриков

1 урановый контейнер по 1 тугрику

$4 \times 10 + 1 \times 1 = 40 + 1 = 41$ тугрик.

Критерии оценки

1. Правильно определено количество условных единиц энергии, которое можно использовать для доставки грузов (47 у.е. энергии) – **1 балл.**
2. Правильно определено количество условных единиц энергии, которое необходимо для доставки 1 контейнера
 - с ледяными блоками (10 у.е.) – **1 балл,**
 - с железной рудой (8 у.е.) – **1 балл,**
 - с ураном (6 у.е.) – **1 балл.**
3. Приведено сравнение цен на доставку ресурсов и сделан вывод, что ледяные блоки доставлять выгоднее, чем железную руду и уран - **3 балла.**
 - ледяные блоки - 10 у. е., 10 тугриков,
 - железная руда (8 у. е., 3 тугрика) + уран (6 у. е., 1 тугрик) =
= 14 у.е., 4 тугрика.
4. Правильно определено количество контейнеров с ледяными блоками (4 шт.) – **1 балл.**
5. Правильно определено количество контейнеров с ураном (1 шт.) – **1 балл.**
6. Приведено правильное описание маршрута – **3 балла.**
7. Приведен правильный ответ (4 контейнера с ледяными блоками и 1 контейнер с ураном, 41 тугрик) - **3 балла.**

Итого: максимальный балл – 15.

Задача №3

Программируемый робот-чертёжник изображает логотип компании (См. Рис. №1). Каждую из линий робот начертит ровно один раз.

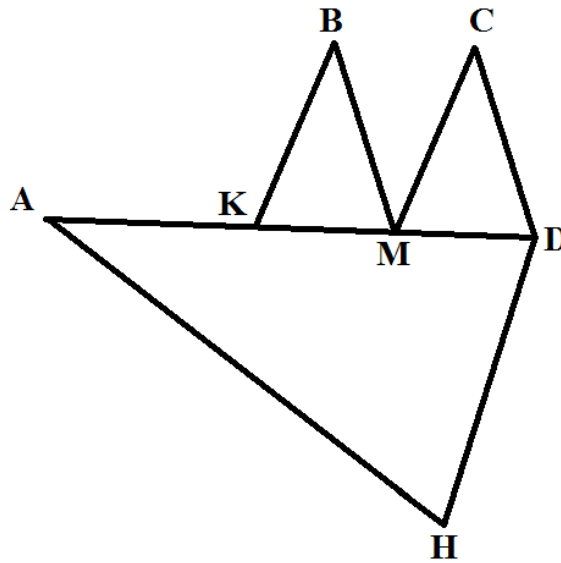


Рис. №1

Робот укомплектован двумя одинаковыми колесами радиуса $r = 5$ см, а также двумя одинаковыми моторами. Максимально возможное число оборотов в минуту каждого из моторов равно $N = 20$.

Логотип состоит трех треугольников. Известно, что $KB = BM = MC = CD = 1$ м, $AD = AH = 3$ м, $DH = 3,53$ м, $\angle B = \angle C = \angle A = 72^\circ$.

Каждое из колес соединено со своим мотором. Поворот робот осуществляет на месте. Считайте, что робот разгоняется и останавливается мгновенно.

Колесная база робота равна $L = 40$ см. Перо, с помощью которого робот вычерчивает логотип, закреплено в центре колесной базы. Робот не может ехать боком и задним ходом.

Определите минимальное время, за которое робот начертит логотип. Ответ приведите в секундах. Число π примите равным 3. Также укажите последовательность, в которой робот будет посещать вершины логотипа.

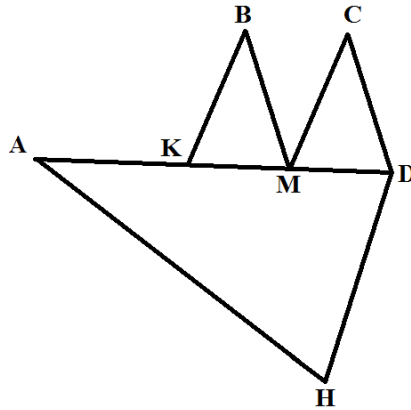
Точку старта и первоначальную ориентацию робота определите самостоятельно.

Ответ: 156,3 секунды.

Посещать вершины можно в следующем порядке:

«К-В-М-С-D-Н-А-К-М-D» или «D-М-К-А-Н-D-С-М-В-К».

Решение:



Прежде всего, разделим движение робота на две части – на движение вдоль прямой линии и на поворот на месте.

Общая длина прямых отрезков равна

$$AD+AH+DH+KB+BM+MC+CD=3+3+3,53+1+1+1+1=13,53 \text{ м.}$$

Определим максимальную скорость, с которой может двигаться робот:

$$v = 2\pi rN = 2 \times 3 \times 5 \times 20 \frac{\text{см}}{\text{мин}} = 2 \times 3 \times 5 \times 20 \div 60 \frac{\text{см}}{\text{с}} = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

Значит, на то, чтобы преодолеть прямые участки траектории, робот потратит:

$$t_1 = 1353 \text{ см} \div 10 \frac{\text{см}}{\text{с}} = 135,3 \text{ с}$$

Определим, из какой точки может стартовать робот – это две вершины, К и D, к которым ведет по три отрезка. При этом, начав в одной из них, закончить мы будем должны в другой.

Из вершин А, Н, В, С выходит по два отрезка, значит, придя туда впервые, оттуда придется сразу уйти по другому пути. В вершину М ведет 4 отрезка, это значит, что ее придется посетить два раза.

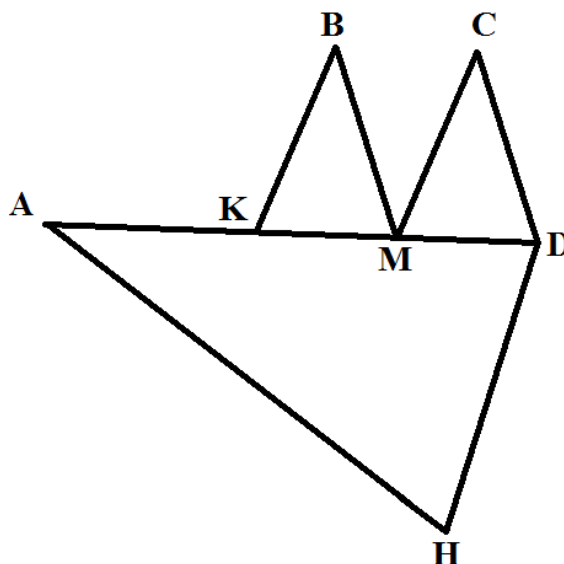
Определим, на какой минимальный суммарный угол должен развернуться робот за время проезда по траектории.

Обратим внимание на то, что в зависимости от того, в каком направлении будет совершаться обход фигуры, мы получим различное время, поскольку углы, на которые

приходится роботу поворачивать на месте в зависимости от направления движения, будут различаться.

Рассмотрим варианты обхода логотипа при старте из точки К:

1. К-В-М-С-D-M-K-A-H-D
2. К-В-М-С-D-H-A-K-M-D
3. К-В-М-К-A-H-D-C-M-D
4. К-В-М-К-A-H-D-M-C-D
5. К-В-М-D-C-M-K-A-H-D
6. К-В-М-D-H-A-K-M-C-D
7. К-М-В-К-A-H-D-C-M-D
8. К-М-В-К-A-H-D-M-C-D
9. К-М-С-D-M-В-К-A-H-D
10. К-М-С-D-H-A-K-В-М-D
11. К-М-D-C-M-В-К-A-H-D
12. К-М-D-H-A-K-В-М-C-D
13. К-А-H-D-C-M-K-В-М-D
14. К-А-H-D-C-M-В-К-M-D
15. К-А-H-D-M-В-К-M-C-D
16. К-А-H-D-M-K-В-М-C-D

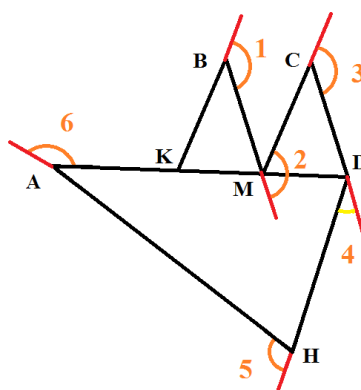


При поворотах на месте на вершинах робот, в зависимости от дальнейшего направления движения, будет поворачиваться на разные углы. И, если длины отрезков не поменяются от порядка их начертания, то углы минимизировать можно.

Обратим внимание, что у нас четыре точки А, К, М, D – лежат на одной прямой. Если при начертании логотипа робот проедет отрезок AD насквозь, то в вершинах К и М роботу не придется совершать повороты. Значит, оптимальную траекторию нужно искать среди тех, которые содержат подряд буквы «А-К-М-D» или «D-М-К-А».

Под этот критерий подходят К-В-М-С-D-H-A-K-M-D и К-В-М-С-D-M-K-A-H-D.

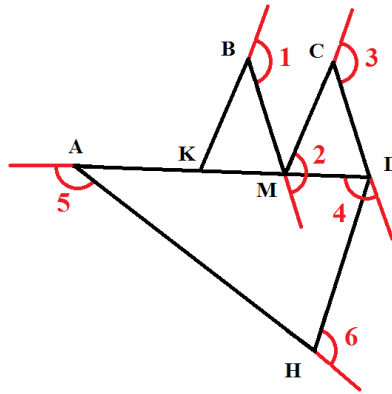
В случае, если робот едет по траектории К-В-М-С-D-H-A-K-M-D, то мы получим следующие углы поворотов на месте:



При этом $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 6 = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, $\angle 5 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$, $\angle 4 = 180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

Тогда полный угол поворота будет равен $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 108^\circ + 108^\circ + 108^\circ + 72^\circ + 126^\circ + 108^\circ = 630^\circ$.

В случае, если робот едет по траектории К-В-М-С-D-M-K-A-H-D, то мы получим следующие углы поворотов на месте:



При этом $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 5 = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, $\angle 6 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$, $\angle 4 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$.

Тогда полный угол поворота будет равен $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 108^\circ + 108^\circ + 108^\circ + 126^\circ + 126^\circ + 108^\circ = 684^\circ$.

Значит, оптимальным из двух вариантов будет вариант обхода К-В-М-С-D-H-A-K-M-D, поскольку суммарный угол разворота на месте будет минимальным.

Определим время, за которое робот развернется на месте на угол в 630° :

$$t_p = \frac{\pi \times \frac{L}{2} \times 630^\circ}{180^\circ} \div \frac{(2 \times \pi \times r \times N)}{60} = \frac{630}{30} = \frac{210}{10} = 21 \text{ с.}$$

Тогда суммарное время, за которое робот нарисует логотип, будет равно:

$$135,3 + 21 = 156,3 \text{ с.}$$

В случае старта робота из точки D, можно провести аналогичные рассуждения, показав, что траектория D-M-K-A-H-D-C-M-B-K является оптимальной с тем же временем прохождения трассы, что и для траектории К-В-М-С-D-H-A-K-M-D.

Ответ: 156,3 секунды.

Посещать вершины можно в следующем порядке:

«К-В-М-С-D-H-A-K-M-D» или «D-M-K-A-H-D-C-M-B-K».

Критерии оценки

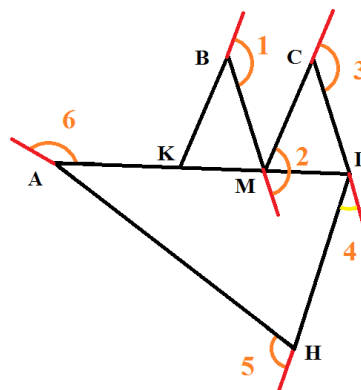
1. Правильно определена общая длина прямых отрезков (13, 53 м) – **3 балла**.
 $AD+AH+DH+KB+BM+MC+CD=3+3+3,53+1+1+1+1=13,53$ м.
2. Правильно определена максимальная скорость, с которой может двигаться робот (10 см/с) – **3 балла**.
3. Правильно определено время, которое затратит робот на преодоление прямых участков траектории (135,3 с) – **3 балла**.
4. Приведено рассуждение, из какой точки траектории может стартовать робот – **3 балла**.

Пример рассуждения. Определим, из какой точки может стартовать робот – это две вершины, К и D, к которым ведет по три отрезка. При этом, начав в одной из них, закончить мы будем должны в другой.

Определим, на какой минимальный суммарный угол должен развернуться робот за время проезда про траектории.

Обратим внимание на то, что в зависимости от того, в каком направлении будет совершаться обход фигуры, мы получим различное время, поскольку углы, на которые приходится роботу поворачивать на месте в зависимости от направления, движения будут различаться.

В случае, если робот едет по траектории К-В-М-С-D-Н-А-К-М-D, то мы получим следующие углы поворотов на месте:

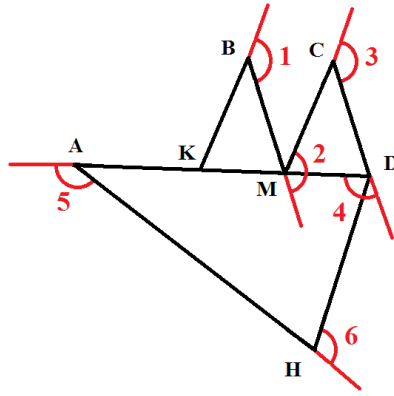


При этом $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 6=180^\circ-72^\circ=108^\circ$, $\angle 5=180^\circ-54^\circ=126^\circ$, $\angle 4=180^\circ-(54^\circ+54^\circ)=180^\circ-108^\circ=72^\circ$.

Тогда полный угол поворота будет равен

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=108^\circ+108^\circ+108^\circ+72^\circ+126^\circ+108^\circ=630^\circ.$$

В случае, если робот едет по траектории К-В-М-С-D-М-К-А-Н-D, то мы получим следующие углы поворотов на месте:



При этом $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 5 = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, $\angle 6 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$, $\angle 4 = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$.

Тогда полный угол поворота будет равен

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 108^\circ + 108^\circ + 108^\circ + 126^\circ + 126^\circ + 108^\circ = 684^\circ.$$

Значит, оптимальным из двух вариантов будет вариант обхода К-В-М-С-D-Н-А-К-М-D, поскольку суммарный угол разворота на месте будет минимальным.

5. Правильно определен минимальный суммарный угол разворота (630°) – **3 балла.**
6. Правильно определено время, за которое робот развернется на месте на угол в 630° (21 с) – **3 балла.**

$$t_p = \frac{\pi \times \frac{L}{2} \times 630^\circ}{180^\circ} \div \frac{(2 \times \pi \times r \times N)}{60} = 21 \text{ с.}$$

7. Правильно определено суммарное время, за которое робот нарисует логотип (156,3) – **3 балла.**
8. Дан правильный ответ (156,3 секунды; посещать вершины можно в следующем порядке: «К-В-М-С-D-Н-А-К-М-D» или «D-М-К-А-Н-D-С-М-В-К») – **4 балла.**

Итого: максимальный балл – 25.