

# LXXXII МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

17 марта 2019 года • 8 класс

**Задача 1.** Все таверны в царстве принадлежат трем фирмам. В целях борьбы с монополиями царь Горох издал следующий указ: каждый день, если у некоторой фирмы оказывается более половины всех таверн и число её таверн делится на 5, то у этой фирмы остается только пятая часть её таверн, а остальные закрываются. Могло ли так случиться, что через три дня у всех фирм стало меньше таверн? (Новые таверны в это время открываться не могут.)

**Задача 2.** Найдите наименьшее натуральное число  $n$ , для которого  $n^2 + 20n + 19$  делится на 2019.

**Задача 3.** Про трапецию  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  известно, что  $AB = BD$ . Пусть точка  $M$  — середина боковой стороны  $CD$ , а  $O$  — точка пересечения отрезков  $AC$  и  $BM$ . Докажите, что треугольник  $BOC$  — равнобедренный.

**Задача 4.** На прямой сидят 2019 точечных кузнечиков. За ход какой-нибудь из кузнечиков прыгает через какого-нибудь другого так, чтобы оказаться на прежнем расстоянии от него. Прыгая только вправо, кузнечики могут добиться того, чтобы какие-то двое из них оказались на расстоянии ровно 1 мм друг от друга. Докажите, что кузнечики могут добиться того же, прыгая из начального положения только влево.

**Задача 5.** Внутри равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$  так, что  $AB = BC = CK$  и  $\angle KAC = 30^\circ$ . Найдите угол  $AKB$ .

**Задача 6.** В клетках квадратной таблицы  $n \times n$ , где  $n > 1$ , требуется расставить различные целые числа от 1 до  $n^2$  так, чтобы каждые два последовательных числа оказались в соседних по стороне клетках, а каждые два числа, дающие одинаковые остатки при делении на  $n$ , — в разных строках и в разных столбцах. При каких  $n$  это возможно?

---

XVII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 14 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mscme.ru/ustn/](http://olympiads.mscme.ru/ustn/)

---

Задачи, решения, информация о закрытии  
LXXXII Московской математической олимпиады  
на сайте [mscme.ru/mmo/](http://mscme.ru/mmo/)