



Условия задач, ответы, критерии оценивания

1. Лягушки на стенах и потолке (8 баллов), Бычков А. И.

Некоторые виды лягушек способны ползать по стенам и потолку при помощи специальных присосок на лапках. Эти присоски обеспечивают силу «прилипания» F , перпендикулярную поверхности. Пусть такая лягушка массой $m = 5$ г может обеспечить силу «прилипания» не больше F_0 . Чему должно быть равно значение F_0 , чтобы при любом угле наклона стенки лягушка могла бы располагаться на ней неподвижно, если коэффициент трения лап о стенку равен $\mu = 0,5$?

Ответ: $F_0 = mg \frac{\sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu} \approx 0,11$ Н.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Данная задача может быть решена несколькими способами. Один из них (геометрический) представлен в авторском решении, основанный на понятии угла трения. Второй способ предполагает использование законов Ньютона и достаточно известного метода «вспомогательного угла».

Получен правильный ответ

$$F_0 = mg \frac{\sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu} \approx 0,11 \text{ Н.}$$

любым способом, содержащим правильные соотношения — **8 баллов**.

При решении задачи геометрическим методом баллы начисляются за следующие соображения и соотношения.

1) Указаны все силы, действующие на лягушку — **1 балл**.

Могут быть указаны либо 3 силы, как в авторском решении, — сила тяжести, реакция опоры и сила «прилипания», либо 4 силы — сила тяжести, сила трения, нормальная реакция опоры и сила «прилипания».

2) Векторная сумма всех сил, действующих на лягушку, равна нулю. В случае трёх сил это означает, что они составляют силовой треугольник — **1 балл**.

3) Для заданного угла наклона стены наименьшая сила F будет соответствовать наибольшему значению угла α (угол между силой «прилипания» и силой реакции опоры) — **1 балл**.

4) Максимальный угол α равен углу трения $\arctg \mu$ — **1 балл**.

5) Геометрическое место точек конца вектора силы «прилипания» (при разных углах наклона стенки) — это окружность, хордой которой является вектор силы тяжести — **2 балла**.

6) Предельному случаю соответствует ситуация, когда вектор силы «прилипания» является диаметром данной окружности — **1 балл**.

7) Получен правильный численный ответ — **1 балл**.

Решение с использованием метода, основанного на законах Ньютона в проекциях на выбранные оси, оценивается на усмотрение проверяющего, на основе критериев, приведённых выше. Например, доказательству того факта, что в предельном случае на лягушку должна действовать максимальная сила трения покоя, соответствует пункт 3)

2. В момент срыва (10 баллов), Бычков А. И., Крюков П. А.

При восхождениях на скальные стены один конец веревки привязывается к страховочной системе, которую надевает на себя идущий первым альпинист (лидер), оставшаяся часть верёвки находится у страхующего. В процессе подъёма лидер «прощёлкивает» тянущуюся за ним верёвку через карабины (металлические кольца с защёлкой), прикрепленные к стене в точках страховки (т. B на рис. 1). В случае срыва лидера страхующий, располагающийся в т. A (на рисунке не изображён), блокирует верёвку с помощью страховочного устройства. Фактором рывка r называется отношение глубины свободного падения лидера (пока верёвка не начнёт растягиваться) к длине верёвки между страхующим и лидером на момент срыва, например, $r = \frac{2h}{H+h}$ для схемы на рис. 1. Пусть между лидером и страхующим одна точка страховки (как на рис. 1), или вообще нет точек страховки ($H = 0$). Расположение лидера и точки страховки может быть любым, но величина $h + H$ должна быть меньше длины верёвки (≈ 50 м). Альпинисты находятся высоко над землёй, так что лидер при срыве может упасть ниже страхующего. Трением между верёвкой и карабином пренебрегаем.

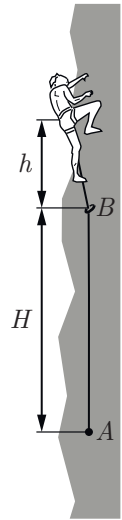


Рис. 1

1) Найдите максимальное и минимальное возможное значение фактора рывка r .

2) Относительное растяжение некоторой верёвки, на которую подвешен груз массой $m = 80$ кг составляет 5 %. Считая, что данная верёвка подчиняется закону Гука, определите максимально возможное относительное растяжение верёвки при срыве альпиниста массой m .

3) На самом деле при больших растяжениях верёвка не подчиняется закону Гука. При модельном срыве в лаборатории груза массой m с фактором $r_1 = 1,5$ максимальное относительное растяжение составило 40 %. Пусть $W_{\text{эксп}}$ — максимальная энергия деформации верёвки, рассчитанная на основе теста, а $W_{\text{теор}}$ — энергия деформации, рассчитанная на основе закона Гука при том же относительном растяжении. Какая энергия больше и во сколько раз?

Ответ: 1) $r_{\text{max}} = 2$, $r_{\text{min}} = 0$; 2) $\frac{x}{h} = 0,5 = 50\%$; 3) $\frac{W_{\text{эксп}}}{W_{\text{теор}}} \approx 1,19$.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

1) Верно указано, что максимальное значение фактора рывка равно $r_{\text{max}} = 2$, а минимальное значение равно $r_{\text{min}} = 0$ — **2 балла**.

2) Для ответа на вопрос этого пункта длина верёвки между лидером и страхующим на момент срыва не важна. Относительное растяжение зависит только от фактора рывка. Однако, если участник решил, что длина верёвки между лидером и страхующим на момент срыва равна $L \approx 50$ м, то решение оценивается также, как если он не вводил такого дополнительного предположения.

Получен верный ответ $\frac{x}{h} = 0,5 = 50\%$ и даны непротиворечивые рассуждения, приводящие к ответу — **5 баллов**.

Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

а) Записан закон сохранения энергии в виде формулы

$$mg(2h + x) = \frac{kL \cdot x^2}{2h},$$

или в любом другом аналогичном виде — **2 балла**.

б) Получено квадратное уравнение для определения максимального относительного растяжения $\frac{x^2}{h^2} - 2 \cdot \frac{mg}{kL} \cdot \frac{x}{h} - 4 \cdot \frac{mg}{kL} = 0$ — **2 балла**.

Если уравнение выглядит иначе, но по существу правильное — **2 балла**.

3) Получен верный ответ, попадающий в диапазон $1,185 \leq \frac{W_{\text{эксп}}}{W_{\text{теор}}} \leq 1,195$ и даны непротиворечивые, доказательные объяснения, такие как в решении или иные — **3 балла**.

Если формулы записаны верные, но числовой ответ неправильный — **2 балла**.

3. Стабилизатор на термисторе (10 баллов), Резников З. М.

Идеализированная зависимость напряжения от силы тока для нелинейного элемента Z схематично показана на рис. 2. На основе этого элемента и резисторов R_1 и r по схеме, показанной на рис. 3, может быть собрано устройство (*стабилизатор напряжения*), обеспечивающее неизменное напряжение U_0 на нагрузке (резистор $R = 300$ Ом), при различных значениях напряжения на входе (между точками A и B). При этом напряжение U_{AB} должно лежать в некотором диапазоне напряжений $U_1 - \Delta U \leq U_{AB} \leq U_1 + \Delta U$, в противном случае устройство перестаёт выполнять свою функцию стабилизации напряжения.

1) Чему равны напряжение U_0 и сопротивление резистора r в данной схеме?

2) Найдите сопротивление резистора R_1 , при котором полуширина диапазона входных напряжений ΔU будет максимально возможной при напряжении середины диапазона, равном $U_1 = 6$ В.

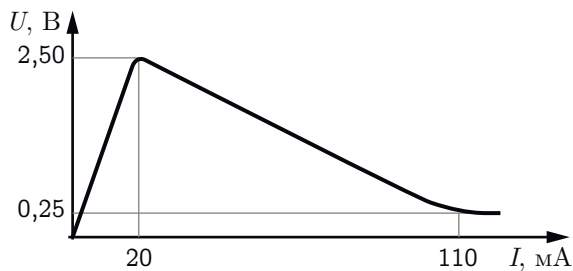


Рис. 2

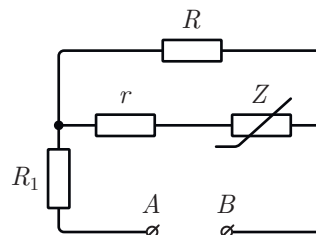


Рис. 3

Ответ: 1) $r = 25$ Ом, 3 В; 2) $R_1 = 40$ Ом.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Общая схема оценивания данной задачи предполагает оценку **5 баллов** за правильный ответ на первый вопрос задачи и **5 баллов** — за верный, обоснованный ответ на второй вопрос задачи.

1) Наиболее естественным представляется ответ, содержащий график зависимости $U(I)$ для резистора сопротивлением r , последующее графическое сложение напряжений на сопротивлении r и нелинейном элементе Z и вывод о величине сопротивления r . Поскольку в результате должен получаться отрезок горизонтальной прямой (участок с постоянным напряжением), сопротивление определяется однозначно $r = 25$ Ом. Если далее правильно вычисляется напряжение стабилизации $U_{\text{const}} = 3$ В, то такой ответ оценивается в **5 баллов**.

Если никаких объяснений нет, или объяснения содержат ошибки, при этом числовые ответы верные — **4 балла**.

Если рассуждения верные, но числовые значения найдены неправильно — **3 балла**.

Если верно найдено сопротивление r , а напряжение стабилизации не определено — **3 балла**.

Если высказана мысль о том, что на участке стабилизации график зависимости $U(I)$ на последовательном соединении резистора r и нелинейного элемента Z должен представлять собой участок горизонтальной прямой, но никаких дальнейших действий не сделано — **2 балла**.

Решения, не использующие понятия дифференциального сопротивления или не содержащие графического сложения зависимостей $U(I)$ для термистора и резистора r , оцениваются на усмотрение проверяющего с учётом распределения баллов, представленного выше.

2) Правильный ответ $R_1 = 40$ Ом, подкреплённый доказательным обоснованием — **5 баллов**.

Поскольку для ответа на этот вопрос необходимо правильно определить напряжение стабилизации, то возможен вариант, когда участник даёт полностью верное решение, но получает неверные цифры (из-за неправильно найденных значений в первом вопросе) — **4 балла**.

Правильные рассуждения, приводящие к уравнениям

$$3 \text{ В} - \Delta U = R_1 \cdot 30 \text{ мА}, \quad 3 \text{ В} + \Delta U = R_1 \cdot 120 \text{ мА}$$

или подобным при неверных вычислениях — **3 балла**.

Указано, что на границах диапазона входных напряжений ток через ток через нелинейный элемент Z составит 20 и 110 мА соответственно — **2 балла**.

4. Двигатель Стирлинга (10 баллов), Козляков В. В., Соколовский Р. И.

В задаче рассматривается термодинамическая модель двигателя Стирлинга, схематично изображенного на рис. 4. Поршни 3 совершают возвратно-поступательное движение, преобразующееся во вращательное движение с помощью кривошипно-шатунных передач. Рабочий цилиндр 1 нагревают горелкой. В рамках модели считается, что его температура поддерживается постоянной (обозначим её T). На вытеснительном цилиндре 2 закреплён радиатор 7 для улучшения теплообмена, температура в цилиндре считается равной комнатной температуре T_0 . Рабочее тело 4 (воздух) перекачивается из рабочего цилиндра в вытеснительный и обратно по трубке 5. Устройство 6 — это специальный теплообменник. При перетекании воздуха из рабочего цилиндра в вытеснительный в этом теплообменнике аккумулируется количество теплоты, неизрасходованное рабочим телом на совершение работы в рабочем цилиндре. Затем эта теплота полностью возвращается воздуху при его обратном течении из вытеснительного цилиндра в рабочий. Поэтому можно считать, что всё количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, расходуется на совершение работы в рабочем цилиндре. Максимальный объём воздуха в рабочем цилиндре обозначим V_{01} , а в вытеснительном — V_{02} . Объёмом трубки можно пренебречь.

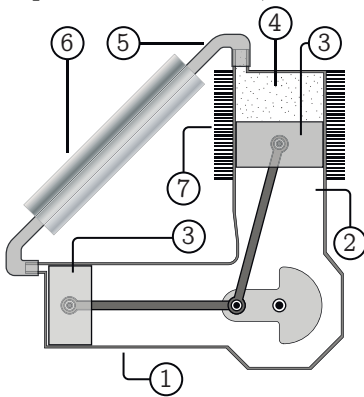


Рис. 4

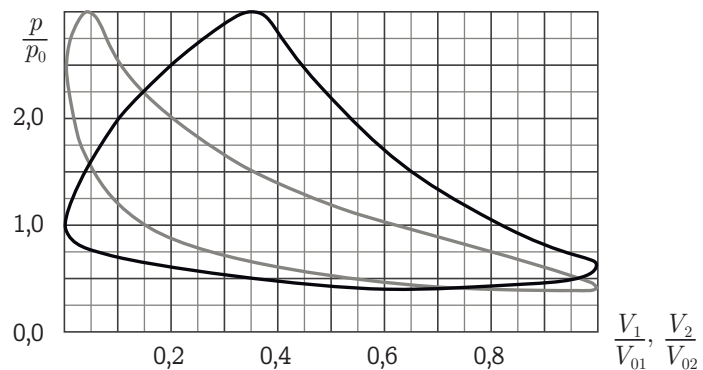


Рис. 5

В результате компьютерных расчётов были получены диаграммы зависимости относительного давления от относительного объёма: для рабочего цилиндра — чёрная линия, для вытеснительного — серая линия. При этом цикл для рабочего цилиндра обходится по часовой стрелке, а для вытеснительного — против часовой, $V_{02} = 1,25 \cdot V_{01}$.

- 1) Определите числовое значение отношения температур T и T_0 .
- 2) Какая часть общей массы воздуха находится в рабочем цилиндре при давлении $3p_0$?
- 3) Найдите значение КПД двигателя в рамках данной модели.

Ответ: 1) $\frac{T}{T_0} = 1,45 \pm 0,1$; 2) $\frac{m_1}{m} = 0,83 \pm 0,04$; 3) $\eta = 35 \% \pm 5 \%$.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Внимание!!! В процессе оформления билета были небрежно перерисованы графики процессов, происходящих с рабочим телом в цилиндрах. Это может привести к тому, что числовые значения, полученные участниками могут сильно отличаться от значений, приведённых в ответах. Поэтому оцениваться в первую очередь должны рассуждения, а не числовые ответы.

1) Ответ $\frac{T}{T_0} = 1,45 \pm 0,1$, подкреплённый доказательными, непротиворечивыми рассуждениями оценивается в **4 балла**.

Если рассуждения верные, но неверно найдены значения на графиках, вследствие чего числовой ответ получается неправильным — **3 балла**.

Рассуждения в целом правильные, но не учитывается различие в масштабах объёмов ($V_{02} = 1,25 \cdot V_{01}$) — **2 балла**.

Возможны другие числовые значения в ответе. Если они подтверждаются непротиворечивыми, доказательными рассуждениями — **4 балла**.

2) Ответ, попадающий в диапазон $\frac{m_1}{m} = 0,83 \pm 0,04$ — **2 балла**.

Если ответ другой только из-за того, что найдено другое значение отношения температур из

п. 1) — **2 балла**.

Верные рассуждения при неверных расчётах — **1 балл**.

3) Поскольку графики были перерисованы не точно, возможно, что КПД будет получаться больше, чем КПД цикла Карно. Если школьник обратил на это внимание — **4 балла** + недостающие баллы до полного балла за задачу.

Получен верный ответ, попадающий в диапазон $\eta = 35 \% \pm 5 \%$, также даны непротиворечивые объяснения — **4 балла**.

Если указано, что работа тепловой машины за цикл определяется по формуле

$$A = k(S_1 - 1,25S_2),$$

где k — коэффициент пропорциональности, но больше ничего не сделано — **2 балла**.

Если получена формула

$$\eta = 1 - 1,25 \frac{S_2}{S_1},$$

определяющая КПД через площадь S_1 , ограничиваемую графиком большого цикла, и площадь S_2 , ограничиваемую графиком малого цикла, но присутствуют ошибки в вычислениях при подсчёте числа клеток — **3 балла**.

5. Зеркальная комната (10 баллов), Бычков А. И., Крюков П. А.

На рис. 6 (вид сверху) чёрными линиями показаны зеркала (стены комнаты), по краям которых стоят колонны (обозначены римскими цифрами). Точка S — положение наблюдателя. Арабскими цифрами обозначены некоторые теоретически возможные изображения колонн в зеркалах. Укажите номера изображений, которые может видеть наблюдатель. Для каждого выбранного вами изображения назовите колонну, являющуюся его источником. Объясните ваш ответ. Для построений используйте сетку на листе 3.

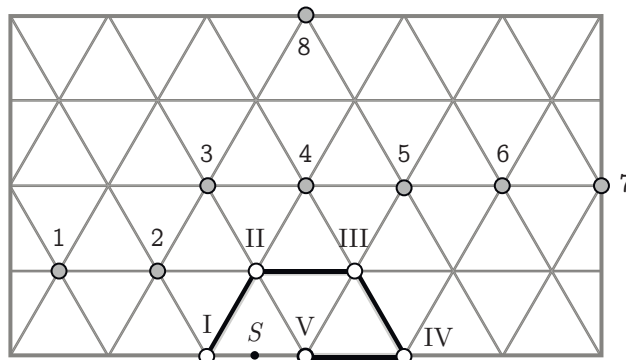


Рис. 6

Ответ: В т. 1, 7 и 8 наблюдатель изображений колонн не может видеть. 2 — изображение колонны V, 3 — изображение колонны III, 4 — изображение колонны V, 5 — изображение колонны IV, 6 — изображение колонны I.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

За правильное и обоснованное решение любым способом — **12 баллов**.

При условии, что по каждому из приведенных ниже пунктов дано правильное и аргументированное обоснование (возможно дана просто ссылка на рисунок), начисляются следующие баллы.

- 1) Изображение 1 наблюдатель не видит — **2 балла**.
- 2) Изображение 2 наблюдатель видит — **0,5 балла**.
- 3) Источником изображения 2 является колонна V — **0,5 балла**.
- 4) Изображение 3 наблюдатель видит — **0,5 балла**.
- 5) Источником изображения 3 является колонна III — **0,5 балла**.
- 6) Изображение 4 наблюдатель видит — **0,5 балла**.
- 7) Источником изображения 4 является колонна V — **0,5 балла**.
- 8) Изображение 5 наблюдатель видит — **0,5 балла**.
- 9) Источником изображения 5 является колонна IV — **0,5 балла**.
- 10) Изображение 6 наблюдатель видит — **0,5 балла**.
- 11) Источником изображения 6 является колонна I — **1,5 балла**.
- 12) Изображение 7 наблюдатель не видит — **2 балла**.
- 13) Изображение 8 наблюдатель не видит — **2 балла**.

Если в сумме получается дробное число, то его следует округлить до целого в пользу ученика.