

8 класс

Задача 1. Моторная лодка плывёт из пункта A вверх по течению в пункт B , который находится от пункта A на расстоянии $s = 10$ км, за время $t_1 = 4$ ч. При возвращении в пункт A через $t = 24$ мин (с момента старта из пункта B) у лодки заканчивается топливо, и дальше лодку сносит течением. На обратный путь лодка суммарно затратила время $t_2 = 2$ ч. На каком расстоянии от пункта A была лодка, когда у неё закончилось топливо?

Возможное решение. При движении из пункта A в пункт B :

$$v - u = \frac{s}{t_1},$$

где v – скорость лодки относительно реки, u – скорость течения.

Пусть L – расстояние от пункта A , на котором была лодка, когда у неё закончилось топливо. Тогда

$$v + u = \frac{s-L}{t}, \quad u = \frac{L}{t_2-t}.$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$\frac{s-L}{t} - \frac{s}{t_1} = 2 \frac{L}{t_2-t} \Rightarrow L = \frac{\frac{s}{t} - \frac{s}{t_1}}{\frac{1}{t} + 2 \frac{1}{t_2-t}} = 6 \text{ км.}$$

Критерии оценивания.

1. $v - u = \frac{s}{t_1}$ 2 балла
2. $v + u = \frac{s-L}{t}$ 2 балла
3. $u = \frac{L}{t_2-t}$ 2 балла
4. $L = \frac{\frac{s}{t} - \frac{s}{t_1}}{\frac{1}{t} + 2 \frac{1}{t_2-t}} = \dots$ (ответ в общем виде + численное значение) 3 + 1 балла

Задача 2. На чаши рычажных весов поставили два одинаковых стакана. В один стакан насыпали до краёв маленькие медные шарики, а во второй – такие же по размеру кадмиевые шарики. Когда в стакан с кадмиевыми шариками налили воду до краёв, весы пришли в равновесие, а чаши оказались на одном уровне. Найдите, какую часть от полного объёма стакана занимают шарики. Плотность воды $1,0$ г/см³, плотность меди $8,9$ г/см³, плотность кадмия $8,7$ г/см³.

Возможное решение. Пусть V – объём стакана, $V_{\text{ш}}$ – объём шариков в одном стакане, $m_{\text{к}}$ – масса кадмиевых шариков, $m_{\text{м}}$ – масса медных шариков, $m_{\text{в}}$ – масса воды. Тогда

$$m_{\text{к}} = \rho_{\text{к}} V_{\text{ш}}, \quad m_{\text{м}} = \rho_{\text{м}} V_{\text{ш}}, \quad m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} (V - V_{\text{ш}}).$$

В итоге массы содержимого стаканов равны:

$$m_{\text{м}} = m_{\text{к}} + m_{\text{в}} \Rightarrow \rho_{\text{м}} V_{\text{ш}} = \rho_{\text{к}} V_{\text{ш}} + \rho_{\text{в}} (V - V_{\text{ш}}).$$

Из последнего уравнения находим:

$$\alpha = \frac{V_{\text{ш}}}{V} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}} = 0,83.$$

Критерии оценивания.

1. $m_K = \rho_K V_{\text{ш}}$ 2 балла
2. $m_M = \rho_M V_{\text{ш}}$ 2 балла
3. $m_B = \rho_B (V - V_{\text{ш}})$ 2 балла
4. $m_M = m_K + m_B$ 1 балл
5. $\alpha = \frac{V_{\text{ш}}}{V} = 0,83$ 3 балла

Задача 3. При подъёме груза кран работал в два этапа. Сначала он совершил четверть всей работы, развивая некоторую мощность N_1 , а затем оставшуюся работу совершил, развивая мощность $N_2 = 2000$ Вт. Оказалось, что средняя мощность подъёмного крана за время совершения всей работы равна $N = 1600$ Вт. Найдите мощность N_1 .

Возможное решение. Пусть t – время, за которое совершена вся работа. Тогда полная работа крана равна $A = Nt$. На первом этапе работы:

$$N_1 t_1 = 0,25Nt \Rightarrow t_1 = \frac{Nt}{4N_1}.$$

На втором этапе:

$$N_2 t_2 = 0,75Nt \Rightarrow t_2 = \frac{3Nt}{4N_2}.$$

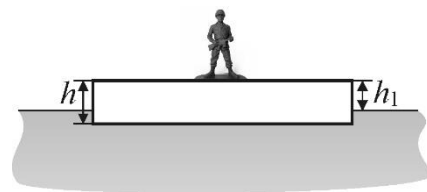
Средняя мощность равна:

$$N = \frac{Nt}{t_1 + t_2} = \frac{Nt}{\frac{Nt}{4N_1} + \frac{3Nt}{4N_2}} \Rightarrow N = \frac{4N_1 N_2}{3N_1 + N_2} \Rightarrow N_1 = \frac{NN_2}{4N_2 - 3N} = 1000 \text{ Вт}.$$

Критерии оценивания.

1. $A = Nt$ 1 балл
2. $t_1 = \frac{Nt}{4N_1}$ 2 балла
3. $t_2 = \frac{3Nt}{4N_2}$ 2 балла
4. $N = \frac{4N_1 N_2}{3N_1 + N_2}$ 3 балла
5. Ответ в общем виде и численное значение 1+1 балла

Задача 4. Ученик 8-го класса решил экспериментально проверить закон Архимеда, который он изучил раньше, когда учился в седьмом классе. Он взял прямоугольный лист пенопласта толщиной $h = 11$ см и положил его на поверхность воды. Затем ученик поставил на пенопласт оловянного солдатика и измерил высоту верхней грани листа над поверхностью воды, которая оказалась равной $h_1 = 8$ см. Когда ученик поставил на пенопласт второго такого же солдатика, высота верхней грани листа над поверхностью воды стала равной $h_2 = 7$ см. Найдите по результатам этого опыта отношение n массы пенопласта к массе солдатика.



Возможное решение. Обозначим через M массу пенопласта, через m – массу солдатика, а через S – площадь листа пенопласта. Условия плавания пенопласта с одним и двумя

солдатиками имеют вид соответственно $(M + m)g = \rho_0 S(h - h_1)g$,
 $(M + 2m)g = \rho_0 S(h - h_2)g$. Здесь ρ_0 – плотность воды. Отсюда находим, что
 $m = \rho_0 S(h_1 - h_2)$, $M = \rho_0 S(h - 2h_1 + h_2)$. Следовательно, $n = \frac{M}{m} = \frac{h - 2h_1 + h_2}{h_1 - h_2}$. Подставляя
числа, получаем значение $n = 2$.

Критерии оценивания.

- | | |
|-------------------------------------|---------|
| 1. $(M + m)g = \rho_0 S(h - h_1)g$ | 3 балла |
| 2. $(M + 2m)g = \rho_0 S(h - h_2)g$ | 3 балла |
| 3. $n = \dots$ | 4 балла |

Числовые значения по вариантам

Вариант 1	Задача 1	$L = 7,1 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 682 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 4$
Вариант 2	Задача 1	$L = 40 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 1165 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 0,8$
Вариант 3	Задача 1	$L = 43 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 800 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 0,5$
Вариант 4	Задача 1	$L = 13,7 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 600 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 1,5$
Вариант 5	Задача 1	$L = 9,8 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 587 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 1,3$
Вариант 6	Задача 1	$L = 8,2 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 493 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 4$
Вариант 7	Задача 1	$L = 11,3 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 643 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 0,75$
Вариант 8	Задача 1	$L = 6 \text{ км}$
	Задача 3	$N_I = 1000 \text{ Вт}$
	Задача 4	$n = 2$