

Задача 1

Лодку массой m отправили на другой берег речки, сообщив ей начальную скорость V_0 в направлении, перпендикулярном течению. Ширина речки H , скорость ее течения V_T , а время движения лодки от берега до берега t .

1) На какое расстояние l (вдоль берега) снесло лодку течением при переправе?

2) Чему был равен модуль скорости лодки относительно воды в конце переправы, если сила F сопротивления движению, действующая на лодку со стороны воды, пропорциональна скорости $V_{\text{онн}}$ лодки относительно воды ($F = -kV_{\text{онн}}$, где k – известный постоянный коэффициент)?

Считайте, что скорость течения одинакова во всех точках речки.

Ответ: лодку снесет течением вдоль берега на расстояние $l = V_T \left(t - \frac{H}{V_0} \right)$; модуль скорости лодки относительно воды в конце переправы будет равен $V'_k = \sqrt{V_0^2 + V_T^2} \left(1 - \frac{kH}{mV_0} \right)$, причем $V_0 \geq kH/m$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения!

Критерии

Решение при помощи перехода в систему отсчета, связанную с водой

Осуществлен переход в систему отсчета, связанную с водой – 1 балл.

Замечено, что относительно воды лодка движется по прямой – 1 балл

Применен закон сложения перемещений – 1 балл

Использовано подобие треугольника скоростей и треугольника перемещений и получен правильный ответ для расстояния l – 1 балл

Записан второй закон Ньютона в системе отсчета, связанной с водой – 1 балл;

Из записанного уравнения получена связь между изменением скорости лодки и ее перемещением (в системе отсчета воды) – 2 балла

Из треугольника скоростей найдена начальная скорость лодки относительно воды – 1 балл

Использовано подобие треугольника скоростей и треугольника перемещений, из которого выражено перемещение лодки относительно воды – 1 балл

Получен правильный ответ для конечной скорости лодки относительно берега – 1 балл

ВСЕГО: 10 баллов

Решение при помощи интегрирования дифференциальных уравнений

Записан 2-й закон Ньютона в проекциях на ось OX (вдоль течения) – 2 балла

Записан 2-й закон Ньютона в проекциях на ось OY (поперек течения) – 1 балл

Получены зависимости проекций скорости v_x и v_y на оси X и Y от времени t – 3 балла (если получена только одна из этих зависимостей – то 2 балла)

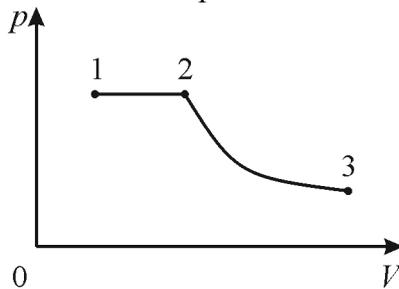
Выражение для $v_x(t)$ проинтегрировано по времени и найден правильный ответ для расстояния l – 2 балла

Найдена конечная скорость лодки относительно берегов реки – 2 балла

Задача 2

В гладком цилиндре под подвижным поршнем находятся в равновесии ν молей жидкости и ν молей ее пара (состояние 1 на pV -диаграмме). Систему «жидкость-пар» сначала медленно нагрели в изобарическом процессе 1-2, при этом ее абсолютная температура

возросла в 2 раза. Затем систему медленно охладили в адиабатическом процессе 2-3 до температуры T_3 . Какое количество теплоты получила система «жидкость-пар» в процессе 1-2, если работы, совершенные этой системой в процессах 1-2 и 2-3, были одинаковыми? Молярная теплота парообразования в процессе 1-2 равна r . В процессе 2-3 конденсация не происходит. Считать пар идеальным газом с молярной теплоемкостью в изохорном процессе $C_V = 3R$. Объем жидкости в состоянии 1 считать пренебрежимо малым по сравнению с объемом пара.



Ответ: система «жидкость-пар» получит в процессе 1-2 количество теплоты $Q_{12} = \nu \left(r + \frac{16RT_3}{3} \right)$.

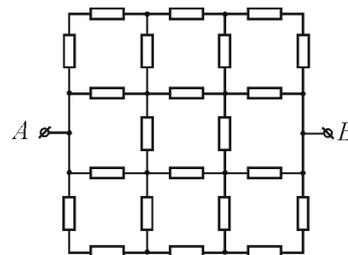
Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения!

Критерии

- Замечено, что в состоянии 1 пар в сосуде насыщенный – 1 балл
- Обосновано, что в состоянии 2 пар уже не является насыщенным – 1 балл
- Замечено, что в конечном состоянии в сосуде находится 2ν молей пара – 1 балл
- Работа, совершенная в процессе 1-2, выражена через температуры T_1 и T_2 – 1 балл
- Работа, совершенная системой в адиабатическом процессе 2-3, с использованием первого начала термодинамики выражена через температуры T_2 и T_3 – 1 балл
- Путем приравнивания работ A_{12} и A_{23} найдена связь между температурами T_2 и T_3 – 1 балл
- Найдено количество теплоты, необходимое для изобарного нагревания 2ν молей пара в процессе 1-2 – 2 балла
- Найдено полное количество теплоты Q_{12} , полученное системой в процессе 1-2 – 2 балла

Задача 3

В схеме, изображенной на рисунке, все резисторы одинаковые и имеют сопротивление R . Найдите сопротивление между точками A и B этой схемы.



Ответ: $R_{AB} = \frac{13}{14}R$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения!

Критерии

- Используется идея о подключении к участку цепи вспомогательного источника – 1 балл
- Замечено, что потенциалы пар точек C и D , E и F одинаковы – 1 балл
- Указано, что пары этих точек можно либо разомкнуть, либо соединить накоротко – 1 балл
- Построена правильная эквивалентная схема, полученная в результате замыкания либо соединения точек, имеющих равные потенциалы – 2 балла
- Для расчета токов, протекающих в разных ветвях цепи, применены либо правила Кирхгофа, либо метод контурных токов – 3 балла; если верно записана только часть необходимых уравнений (два или более) – 2 балла; если верно записано только одно из необходимых уравнений – 1 балл
- Путем решения записанных уравнений найдена связь между ЭДС вспомогательного

источника и текущим через него током – 1 балл

Получен правильный ответ для сопротивления R_{AB} – 1 балл

Задача 4

Небольшой шарик, заряженный зарядом q , покоится на гладком горизонтальном непроводящем столе. К шарикам присоединена горизонтальная пружина жесткостью k , второй конец которой закреплен. Вдоль оси пружины к шарикам с большого расстояния очень медленно приближают такой же, но противоположно заряженный шарик. Найдите деформацию пружины в момент столкновения шариков.

Ответ: в момент столкновения шариков деформация пружины равна $l = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 k} \right)^{1/3}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения!

Критерии

Записано выражение для проекции суммы сил, действующих на шарик, прикрепленный к пружине – 1 балл

Получено уравнение, определяющее возможные положения равновесия шарика на пружине (в виде $f(x) = \text{const}$) – 1 балл

Проведено исследование функции $f(x)$, верно найдены положения ее нулей и максимума x_m – 1 балл

Найдено значение функции $f_m = f(x_m)$ в максимуме – 1 балл

Верно указано возможное число корней уравнения $f(x) = \text{const}$ в зависимости от соотношения между const и f_m – 1 балл

Замечено, что при $\text{const} < f_m$ меньший корень $x_{\text{уст}}$ уравнения $f(x) = \text{const}$ соответствует устойчивому положению равновесия шарика на пружине, а следующий корень $x_{\text{неуст}}$ – неустойчивому – 1 балл

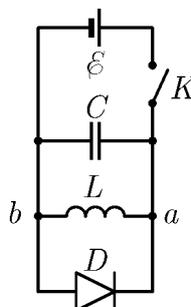
Замечено, что в случае $\text{const} < f_m$ при медленном сближении шариков два меньших корня $x_{\text{уст}}$ и $x_{\text{неуст}}$ уравнения $f(x) = \text{const}$ приближаются друг к другу – стремятся к общему значению x_m – 1 балл

Замечено, что при достижении равенства $\text{const} = f_m$ система теряет устойчивость – 1 балл

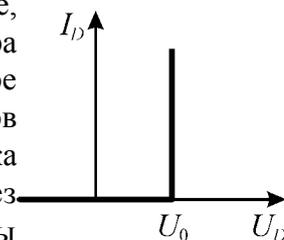
Из равенства $\text{const} = f_m$ найдено расстояние между шариками в момент потери устойчивости – 1 балл

Замечено, что найденное расстояние совпадает с искомым удлинением пружины в момент столкновения шариков – 1 балл

Задача 5



В цепи, схема которой изображена на рисунке, катушка имеет индуктивность L , емкость конденсатора равна C , сопротивление источника, активное сопротивление катушки и сопротивления проводов пренебрежимо малы. Вольт-амперная характеристика диода D изображена на графике (I_D – сила текущего через диод тока; $U_D = \phi_b - \phi_a$, где ϕ_a и ϕ_b – потенциалы соответствующих точек цепи). В начальный момент ключ K разомкнут, а конденсатор C не заряжен. Ключ K замыкают на время $t_0 < \sqrt{LC}$, а затем снова размыкают.



Определите отношение ЭДС источника E к напряжению U_0 , при котором открывается диод,

если заряд, прошедший через диод после размыкания ключа, в n раз больше заряда, прошедшего через катушку за время t_0 , пока ключ был замкнут.

Ответ: отношение ЭДС источника E к напряжению U_0 , при котором открывается диод,

равно
$$\frac{E}{U_0} = \frac{nt_0^2 + \sqrt{n^2 t_0^4 + 4LC(LC + t_0^2)}}{2(LC + t_0^2)}.$$

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения!

Критерии

Указано, что после замыкания ключа конденсатор очень быстро зарядится до ЭДС E – 0,5 балла

Записан закон Ома для участка ab , содержащего катушку, после замыкания ключа – 1 балл

Найдена сила тока в катушке через время t_0 и заряд q_0 , протекший за это время через катушку – по 0,5 балла (всего 1 балл)

Записан закон Ома для участка ab , содержащего катушку, после размыкания ключа – 1 балл

Исследовано поведение силы тока, текущего через катушку после размыкания ключа – 2,5 балла,

а именно:

- указано, что конденсатор сначала разрядится, а потом начнет перезаряжаться – 0,5 балла;

- указано, что в процессе перезарядки в некоторый момент откроется диод и весь ток начнет течь через него – 0,5 балла;

- указано, что пока ток течет через диод, напряжение на конденсаторе постоянно и равно U_0 – 0,5 балла;

- указано, что в некоторый момент сила тока в катушке сменит знак, диод закроется, и снова начнется перезарядка конденсатора – 0,5 балла;

- замечено, что диод больше не будет открываться – 0,5 балла.

Записаны формулы для времени t_1 протекания тока через диод и заряда q_1 , протекшего за это время через диод – по 0,5 балла (всего 1 балл)

Из закона сохранения энергии найдена сила тока, текущего через катушку, в момент, когда

$$\Phi_a - \Phi_b = -U_0 - 1 \text{ балл}$$

Заряд q_1 выражен через E и U_0 – 0,5 балла

Из соотношения $n = q_1/q_0$ получено квадратное уравнение для определения отношения E/U_0 – 0,5 балла

Уравнение решено и получен правильный ответ – 1 балл