

МОСКОВСКАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2015–2016 уч. г.
ОЧНЫЙ ЭТАП
10–11 классы

Задание 1

Радиотелескопы в Аресибо (18° с. ш., 67° з. д.) и в Джодрелл Бэнк (53° с. ш., 2° в. д.) проводят совместные радиоинтерферометрические наблюдения. Для Аресибо источник находится в зените. Оцените, на каком зенитном расстоянии находится источник для Джодрелл Бэнк. Увеличивается или уменьшается зенитное расстояние источника в этих пунктах в процессе наблюдений?

Задание 2

Долгопериодическая комета с периодом 500 лет в перигелии орбиты, пролетая мимо Юпитера, получила дополнительную скорость 1 км/с (без изменения направления). Через какой промежуток времени эта комета снова пройдёт перигелий?

Задание 3

Известно, что Плутон в течение своего периода обращения вокруг Солнца 20 лет проводит внутри орбиты Нептуна. Определите, какое время Нептун проводит вне орбиты Плутона. Считайте, что обе орбиты лежат в одной плоскости, а орбита Нептуна круговая. Решение дополните чертежом.

Задание 4

Представьте себе, что на Луне построили сквозной тоннель от северного полюса до южного. Какую минимальную скорость нужно придать телу, находящемуся в центре Луны, чтобы оно навсегда улетело? За какое время в этом случае тело достигнет лунного полюса? Влиянием Земли и Солнца пренебречь. Считать, что плотность Луны распределена равномерно.

Задание 5

Известно, что за время жизни на главной последовательности звёзды расходуют около 10% содержащегося в них водорода. Время жизни Солнца на главной последовательности составляет 10^{10} лет. Оцените минимально возможную массу красных гигантов, которые могут существовать на текущий момент.

Задание 6

Телескоп с диаметром объектива 3 м и относительным отверстием $f/10$ оснащён ПЗС-матрицей размером 2048×2048 пикселей при размере одного пикселя 9×9 мкм. Можно ли с помощью этого телескопа сфотографировать двойную звезду, расстояние между компонентами которой равно $1,5''$? $2,5''$? $3,5''$?

Задание 7

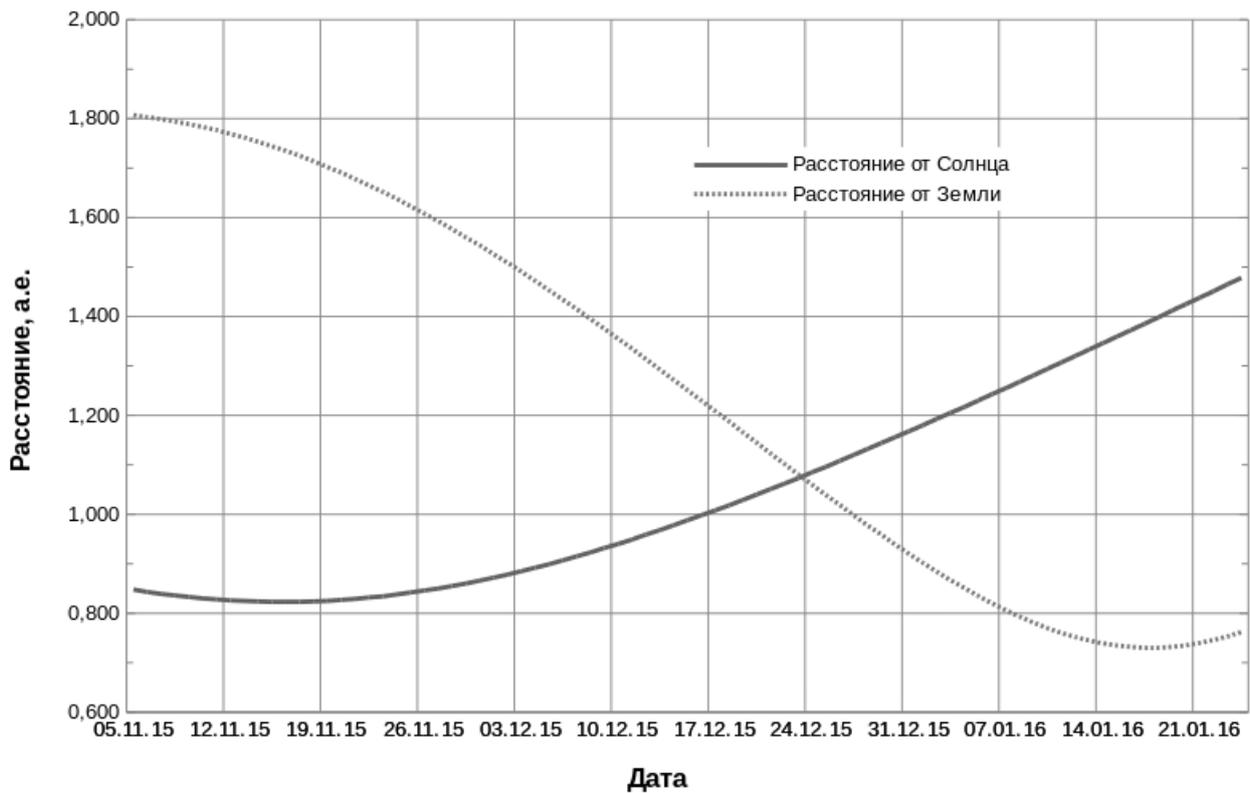
Известно, что для звёзд главной последовательности существует зависимость между массой звезды и её светимостью в виде $L \propto M^\alpha$. На основании данных характеристик 20 звёзд определите величину α .

№	M/M_0	$\pi, ''$	m_v	Спектральный класс
1	0,49	0,170	8,0	M1V
2	0,49	0,105	8,9	M1V
3	0,49	0,129	8,5	M1V
4	0,43	0,114	11,0	M2V
5	0,43	0,104	9,4	M2V
6	0,43	0,129	10,5	M2V
7	0,36	0,123	11,0	M3V
8	0,2	0,207	11,2	M4V
9	0,28	0,180	11,1	M4V
10	0,28	0,141	11,7	M4V
11	0,18	0,224	12,3	M5V
12	0,16	0,105	12,8	M5V
13	0,14	0,115	13,3	M6V
14	0,10	0,145	13,6	M6V
15	0,10	0,387	12,5	M6V
16	0,09	0,387	13,0	M4V
17	0,08	0,278	14,8	M8V
18	0,09	0,192	14,1	M7V
19	0,09	0,230	13,4	M7V
20	0,08	0,246	14,5	M8V

Здесь M/M_0 – масса звезды в массах Солнца, π – тригонометрический параллакс в секундах дуги, m_v – видимая звездная величина.

Задание 8

На графике изображено изменение расстояния от кометы C/2013 US10 (Catalina) до Солнца и до Земли за период с начала ноября 2015 г. по конец января 2016 г. За это время блеск кометы практически не менялся, оставаясь всё время примерно равным 6.3^m . Считая, что частицы комы и хвоста кометы рассеивают свет одинаково во всех направлениях, определите относительную амплитуду изменения массы пылевых частиц за время наблюдения. Чему была равна максимальная масса комы и хвоста (т. е. пыли вокруг кометы)? Считайте пылинки круглыми с радиусом 1 мкм и плотностью 1 г/см^3 .



СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$.

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$.

Постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$.

Постоянная Стефана–Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$.

Масса протона $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Астрономическая единица $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

Парсек $1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а.е.} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ м}$.

Постоянная Хаббла $H = 67,8 \text{ (км/с)/Мпк}$.

Возраст Вселенной $t_0 = 13,81 \cdot 10^9 \text{ лет}$.

Данные о Солнце

Светимость $3,88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

Абсолютная болометрическая звёздная величина $+4,72\text{m}$.

Показатель цвета (B–V) $+0,67^{\text{m}}$.

Средний горизонтальный параллакс $8,794^\circ$.

Скорость движения в Галактике 230 км/с .

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли 1360 Вт/м^2 .

Спектральный класс G2.

Видимая звёздная величина $-26,78\text{m}$.

Эффективная температура 5800K .

Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты $0,017$.

Тропический год $365,24219 \text{ суток}$.

Средняя орбитальная скорость $29,8 \text{ км/с}$.

Период вращения $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$.

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: $23^\circ 26'21,45''$.

Экваториальный радиус $6378,14 \text{ км}$.

Полярный радиус $6356,77 \text{ км}$.

Масса $5,974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

Средняя плотность $5,52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$.

Болометрические поправки

Спектральный класс	В.С.	Спектральный класс	В.С.	Спектральный класс	В.С.
G0	–0,03	K0	–0,60	M0	–1,19
G5	–0,07	K5	–0,19	M5	–2,30

Метод наименьших квадратов

Пусть есть результаты измерений в виде пар чисел x_i, y_i . Разместив их на графике, мы получим некоторую группу точек. Через эти точки можно провести прямую, которая будет иметь следующее уравнение: $y = kx + b$, где коэффициенты k и b составляют

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \text{ и } b = \bar{y} - k\bar{x}.$$

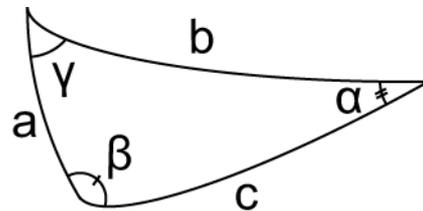
Здесь под \bar{x} и \bar{y} подразумевается среднее значение x и y .

Сферическая тригонометрия

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma}$$

$$\sin a \cos \gamma = \sin b \cos c - \cos b \sin c \cos \alpha$$



ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ И ПЛУТОНА

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн км	а. е.				
Меркурий	57,9	0,3871	0,2056	7,004	87,97 сут	115,9
Венера	108,2	0,7233	0,0068	3,394	224,70 сут	583,9
Земля	149,6	1,0000	0,0167	0,000	365,26 сут	—
Марс	227,9	1,5237	0,0934	1,850	686,98 сут	780,0
Юпитер	778,3	5,2028	0,0483	1,308	11,862 лет	398,9
Сатурн	1429,4	9,5388	0,0560	2,488	29,458 лет	378,1
Уран	2871,0	19,1914	0,0461	0,774	84,01 лет	369,7
Нептун	4504,3	30,0611	0,0097	1,774	164,79 лет	367,5
Плутон	5906,5	39,4821	0,2488	17,14	247,92 лет	366,7

ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрическое альbedo	Вид. звёздная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1,989 \cdot 10^{30}$	332 946	695 000	108,97	1,41	25,380 суток	7,25	–	–26,8
Меркурий	$3,302 \cdot 10^{23}$	0,05271	2439,7	0,3825	5,42	58,646 суток	0,00	0,10	–0,1
Венера	$4,869 \cdot 10^{24}$	0,81476	6051,8	0,9488	5,20	243,019 суток**	177,36	0,65	–4,4
Земля	$5,974 \cdot 10^{24}$	1,00000	6378,1	1,0000	5,52	23,934 часов	23,45	0,37	–
Марс	$6,419 \cdot 10^{23}$	0,10745	3397,2	0,5326	3,93	24,623 часов	25,19	0,15	–2,0
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	317,94	71492	11,209	1,33	9,924 часов	3,13	0,52	–2,7
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	95,181	60268	9,4494	0,69	10,656 часов	25,33	0,47	0,4
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	14,535	25559	4,0073	1,32	17,24 часов**	97,86	0,51	5,7
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	17,135	24746	3,8799	1,64	16,11 часов	28,31	0,41	7,8

* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.

** – обратное вращение.

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Эксцентриситет	Период обращения	Геометрическое альbedo	Видимая звёздная величина*
	кг	км	г/см ³	км		сут		m
Земля								
Луна	$7,348 \cdot 10^{22}$	1738	3,34	384 400	0,0549	27,32166	0,12	–12,7
Марс								
Фобос	$1,08 \cdot 10^{16}$	~10	2,0	9380	0,0151	0,31910	0,06	11,3
Деймос	$1,8 \cdot 10^{15}$	~6	1,7	23 460	0,0002	1,26244	0,07	12,4
Юпитер								
Ио	$8,94 \cdot 10^{22}$	1815	3,55	421 800	0,0041	1,769138	0,61	5,0
Европа	$4,8 \cdot 10^{22}$	1569	3,01	671 100	0,0094	3,551181	0,64	5,3
Ганимед	$1,48 \cdot 10^{23}$	2631	1,94	1 070 400	0,0013	7,154553	0,42	4,6
Каллисто	$1,08 \cdot 10^{23}$	2400	1,86	1 882 800	0,0074	16,68902	0,20	5,7

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.