

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по информатике
Москва, 13 декабря 2015 г.

Задания для 9–11 классов

Ограничение по времени работы программы во всех задачах: 1 секунда.

Каждая задача оценивается в 100 баллов.

Во всех задачах целые числа во входных и выходных данных записываются только цифрами (то есть недопустимо использование записи 1000000.0 или 1e6 вместо числа 1000000).

Во время тура можно сдавать решения в тестирующую систему много раз, при этом проверка решения будет производиться только на тестах из условия задачи. Если решение проходит все тесты из условия, то оно принимается на проверку; если хотя бы один тест из условия не пройден, решение не принимается на проверку и не будет оценено. После окончания олимпиады будет проверено и оценено последнее принятое на проверку решение по каждой задаче.

Сохраните свой логин и пароль. Вечером вы сможете ознакомиться с результатами проверки своих решений в тестирующей системе, используя свой логин и пароль.

Примеры реализации ввода-вывода, документация различных языков программирования, информация о порядке подачи апелляций, информация о других олимпиадах будет опубликована на сайте olympiads.ru/moscow.

Кроме всероссийской олимпиады по информатике в Москве проводится московская олимпиада школьников по информатике. Участникам муниципального этапа 9–11 классов в случае успешного выступления результат олимпиады может быть засчитан как отборочный этап московской олимпиады по информатике. Для этого необходимо заполнить анкету на сайте olympiads.ru/mosolymp.

Задача 1. Сажени, аршины, пяди, вершки

Древнерусская мера длины сажень состояла из трёх аршин. Один аршин делился на четыре пяди. Одна пядь состояла из 4 вершков.

Купец привез на рынок рулон сукна длиной N вершков, но для уплаты пошлины ему нужно указать длину сукна в сажнях, аршинах, пядях и вершках. Помогите ему – переведите длину сукна, записанного в вершках в сажени, аршины, пяди и вершки.

Программа получает на вход одно натуральное число N , не превосходящее 2×10^9 , – длину сукна в вершках.

Программа должна вывести 4 целых неотрицательных числа S, A, P, V – количество сажень, аршин, пядей и вершков, в сумме дающих ровно N вершков, при этом значение A должно быть меньше 3 (т. к. 3 аршина дают одну сажень), значение P должно быть меньше 4 (четыре пяди дают один аршин), значение V должно быть меньше 4 (четыре вершка дают одну пядь).

Пример входных и выходных данных

Ввод	Вывод	Примечание
30	0 1 3 2	30 вершков это 0 сажень, 1 аршин, 3 пяди и 2 вершка

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда число N не превосходит 15, будет оцениваться в 20 баллов (при этом решение должно обязательно выдавать верный ответ на примере из условия задачи).

Задача 2. Оптом – дешевле!

В Москве начал работать новый оператор сотовой связи, предоставляющий доступ в интернет посредством технологии 3G. Новый оператор предлагает простые и невысокие тарифы, в частности, один мегабайт интернет-трафика стоит 1 рубль.

Кроме того, оператор предлагает покупать оптовые пакеты трафика – есть два предложения: купить пакет трафика на A мегабайт за B рублей и купить пакет трафика на C мегабайт за D рублей.

Таня планирует использовать в течение месяца N мегабайт интернет-трафика. Определите минимальную сумму, которую придётся ей заплатить. Таня может приобретать любое количество каждого из двух предлагаемых пакетов, а также оплачивать трафик по тарифу «1 рубль за мегабайт». Таня может приобретать пакеты интернет-трафика и в том случае, если суммарный оплаченный трафик будет более N мегабайт, если это выйдет дешевле.

Программа получает на вход пять натуральных чисел N, A, B, C, D , записанных в отдельных строках, не превосходящих 500 000 каждое. Гарантируется, что $A > B$ и $C > D$.

Программа должна вывести одно целое число – минимальную сумму, которую нужно заплатить для приобретения N мегабайт трафика.

Примеры входных и выходных данных

Ввод	Вывод	Примечание
35 10 9 20 17	31	Пакет на 10 мегабайт стоит 9 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 17 рублей. Для оплаты 35 мегабайт нужно купить пакет на 10 мегабайт и пакет на 20 мегабайт, а за оставшиеся 5 мегабайт заплатить 5 рублей.
55 30 20 20 16	40	Пакет на 30 мегабайт стоит 20 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 16 рублей. Для оплаты 55 мегабайт нужно купить два пакета на 30 мегабайт, что суммарно будет стоить 40 рублей.

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда входные числа не превосходят 100, будет оцениваться в 60 баллов.

Задача 3. Задача из ЕГЭ

Андрей готовился к ЕГЭ по информатике и встретил в демо-версии ЕГЭ 2015 года такую задачу:

Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.

2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3+1 = 4$; $6+5 = 11$. Результат: 114.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 1311.

Андрей решил, что для самопроверки он напишет программу, которая решает подобную задачу. Мы думаем, что вы тоже с этим справитесь.

Программа получает на вход некоторое натуральное число N , которое может содержать

две, три или четыре цифры.

Программа должна вывести такое **наименьшее** целое четырёхзначное число K , после применения к которому описанного выше алгоритма получается число N . Если же такого числа не существует, программа должна вывести число 0.

Пример входных и выходных данных

Ввод	Вывод
1311	2949

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда число N содержит четыре цифры, а искомое число K существует, будет оцениваться в 40 баллов.

Задача 4. Блины

Мы все знаем, что начавшаяся зима скоро закончится, и на праздновании Масленицы все будут есть блины. Об этом и будет наша задача.

N гостей сидят за столом, и перед каждым стоит тарелка с блинами. На тарелке i -го гостя лежит a_i блинов. Каждый гость съедает один блин за одну минуту, таким образом, время, когда закончит есть блины последний человек, равно наибольшему значению из a_i .

Неожиданно к ним присоединился ещё один человек, и теперь все присутствующие могут переложить часть своих блинов (в том числе могут переложить все свои блины, а могут не перекладывать ни одного блина) вновь пришедшему человеку. Перекладывание блинов происходит одновременно и моментально.

Гости хотят переложить блины таким образом, чтобы после перекладывания они съели все блины за минимальное время (которое равно наибольшему числу блинов на тарелках у гостей, включая нового гостя). Определите, за какое наименьшее время гости смогут съесть свои блины после перекладывания.

Программа получает на вход натуральное число N , не превосходящее 100 000, – первоначальное количество гостей. Следующие N строк содержат натуральные числа a_i – количество блинов на тарелке i -го человека. Значения a_i даны в порядке неубывания, то есть $a_i \leq a_{i+1}$. Сумма значений всех a_i не превосходит 2×10^9 .

Программа должна вывести одно целое число – минимальное время, за которое все гости закончат есть свои блины после перекладывания части блинов на тарелку нового гостя.

Пример входных и выходных данных

Ввод	Вывод	Примечание
4 1 3 5 6	4	За столом сидят 4 человека, у них на тарелках 1, 3, 5, 6 блинов. Новому гостю последний гость отдаст 2 блина, а предпоследний – 1 блин, и тогда у всех, включая нового гостя, будет не более 4 блинов.

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда все числа N и a_i не превосходят 100, будет оцениваться в 40 баллов.

Задача 5. Гирьки

У ювелира есть весы с двумя чашками, он может определять равны ли массы грузов, лежащих на двух чашках, а если не равны – то на какой чашке лежит более лёгкий груз.

Масса ювелирного изделия, которую нужно определить ювелиру, является целым числом от 1 до N . Ювелир должен запастись набор гирек (их массы также должны быть целыми числами), используя которые ювелир может определить любую возможную массу от 1 до N . Для определения массы ювелир может производить любое число взвешиваний, может использовать все гирьки или только некоторые из них, может класть гирьки на разные чашки весов.

Определите набор гирек, содержащий минимальное возможное число гирек, используя который можно определить любую возможную целочисленную массу от 1 до N .

Программа получает на вход натуральное число N ($2 \leq N \leq 10^8$) – максимально допустимую массу ювелирного изделия.

Программа должна вывести несколько натуральных чисел, не превосходящих 10^9 , – массы гирек в минимальном требуемом для решения задачи наборе (допускается использовать гирьки массой, больше, чем N , если их масса не превосходит 10^9). Если задача имеет множество решений, необходимо вывести любое из них.

Примеры входных и выходных данных

Ввод	Вывод	Примечание
3	2	Пусть x – изделие, массу которого необходимо определить. Нужно на одну чашу весов положить x , а на другую чашу весов – гирьку в 2. Если x будет легче, то $x = 1$, при равенстве – $x = 2$, если x тяжелее, то $x = 3$.
5	3 4	Покажем, как при помощи гирек в 3 и 4 определить все массы от 1 до 5. Массы 3 и 4 можно определить при помощи равенств $x = 3$ и $x = 4$. Массу 1 можно определить при помощи равенства $x + 3 = 4$ (на одну чашу кладется изделие и гирька массой 3, на другую чашу – гирька массой 4). Массу 2 можно определить, например, по условию $x < 3$ (на одну чашу весов кладется изделие, на другую – гирька массой 3), а также проверив при помощи ранее описанного алгоритма, что $x \neq 1$. Массу 5 можно определить при помощи взвешивания $x > 4$.

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда $N \leq 25$, будет оцениваться в 20 баллов.

Решение, правильно работающее только для случаев, когда $N \leq 50$, будет оцениваться в 40 баллов.

Решение, правильно работающее только для случаев, когда $N \leq 100$, будет оцениваться в 50 баллов.