LXXIX Московская математическая олимпиада

13 марта 2016 года • 11 класс, первый день

Задача 1. На шахматном турнире для 12 участников каждый сыграл ровно по одной партии с каждым из остальных. За выигрыш давали 1 очко, за ничью $\frac{1}{2}$, за проигрыш 0. Вася проиграл только одну партию, но занял последнее место, набрав меньше всех очков. Петя занял первое место, набрав больше всех очков. На сколько очков Вася отстал от Пети?

Задача 2. Существует ли такое значение x, что выполняется равенство $\arcsin^2 x + \arccos^2 x = 1$?

Задача 3. Внутри трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC отмечены точки M и N так, что $AM = CN$ и $BM = DN$, а четырехугольники $AMND$ и $BMNC$ вписанные. Докажите, что прямая MN параллельна основаниям трапеции.

Задача 4. В английском клубе вечером собрались n его членов ($n \geqslant 3$). По традициям клуба каждый принес с собой сок того вида, который он предпочитает, в том количестве, которое он планирует выпить в течение вечера. Согласно правилам клуба, в любой момент любые три его члена могут присесть за столик и выпить сока (каждый — своего) в любом количестве, но обязательно все трое поровну. Докажите, что для того, чтобы все члены могли в течение вечера полностью выпить принесенный с собой сок, необходимо и достаточно, чтобы доля сока, принесенного любым членом клуба, не превосходила одной трети от общего количества.

Задача 5. Можно ли четырьмя плоскостями разрезать куб с ребром 1 на части так, чтобы для каждой из частей расстояние между любыми двумя ее точками было: а) меньше 4/5; б) меньше 4/7? Предполагается, что все плоскости проводятся одновременно, куб и его части не двигаются.

Задача 6. С левого берега реки на правый с помощью одной лодки переправились N туземцев, каждый раз плавая направо вдвоем, а обратно — в одиночку. Изначально каждый знал по одному анекдоту, каждый — свой. На берегах они анекдотов не рассказывали, но в лодке каждый рассказывал попутчику все известные ему на данный момент анекдоты. Для каждого натурального k найдите наименьшее возможное значение N, при котором могло случиться так, что в конце каждый туземец знал, кроме своего, еще не менее чем k анекдотов.

XIV устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 17 апреля.
Подробности — на странице `olympiads.mccme.ru/ustn/` (после 20 марта)

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXIX Московской математической олимпиады
на сайте `www.mccme.ru/mmo/`