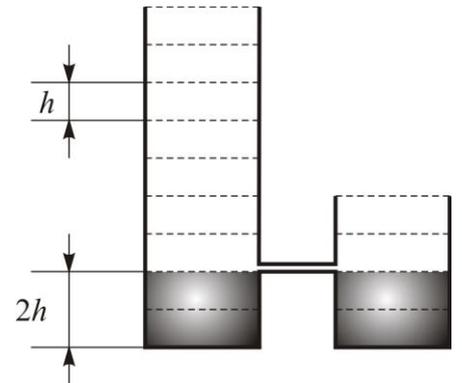


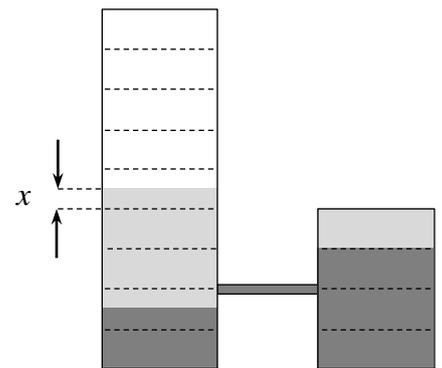
Заочное задание (декабрь) состоит из пяти задач. За решение каждой задачи участник получает до 4 баллов по результатам автоматической проверки ответов и до 6 баллов на основании проверки развёрнутого ответа. Всего участник может получить до 50 баллов.

**Задача 1.**

**Задача 2.** Какой максимальный объём воды плотностью  $\rho$  можно налить в  $h$ -образную трубку с открытыми концами, частично заполненную маслом плотностью  $0,8\rho$ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки  $S$ . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры  $h$ -образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные деления на трубке сделаны через одинаковое расстояние  $h$ , которое известно. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё жидкости нельзя.



**Возможное решение.** Главное – чтобы в коротком колене осталось как можно меньше масла, тогда в высокой трубке можно будет создать столб максимальной высоты, превышающей  $4h$ . Для этого начинаем наливать воду в правое колено. За счёт большей плотности она будет вытеснять масло в левое колено. Так будет продолжаться до высоты воды  $2h$  в правом и высоте масла  $3h$  в левом. Дальнейшее вытеснение масла невозможно, так как граница раздела масло/вода в правом колене станет выше соединительной трубки и в левое колено начнет поступать вода. Процесс добавления воды придется прекратить, когда верхняя граница масла в правом колене достигнет верха колена. Условие равенства давлений на уровне соединительной трубки дает:



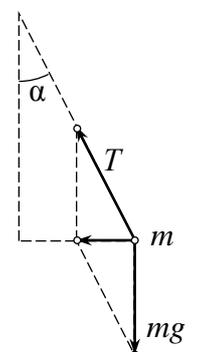
$$(2h + x) \cdot 0,8\rho = \rho h + 0,8\rho h \Rightarrow x = 0,25h.$$

Следовательно, воды удалось налить  $4,25 \cdot Sh$ .

**Критерии оценок развёрнутого решения.** За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За решение, доведённое до правильного ответа, но с недочётами в доказательстве участник получает 4 балла. Если участник не довёл решение до правильного ответа, он может получить до 2 *утешительных баллов* по следующим основаниям: правильное использование формул для гидростатического давления и закона Паскаля.

**Критерии оценок (автоматическая проверка ответов).** За правильные ответы на краткие вопросы получает 4 балла.

**Задача 3.** Металлический шарик подвешен к потолку на нерастяжимой нити. Шарик вращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, с постоянной по модулю скоростью  $v_1 = 2,5$  м/с, так что нить всегда составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с вертикалью. Затем скорость шарика увеличили, и



нить стала составлять угол  $\beta = 45^\circ$  с вертикалью. Найдите модуль  $v_2$  новой скорости шарика.

**Возможное решение.** Запишем 2-й закон Ньютона в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси соответственно:

$$T \cos \alpha = mg,$$

$$T \sin \alpha = m \frac{v_1^2}{(l \sin \alpha)},$$

где  $l$  – длина нити. Отсюда получаем:

$$v_1^2 = gl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\sin \beta \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow v_2 = v_1 \sqrt{\frac{\sin \beta \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}} \cong 3,9 \text{ (м/с)}.$$

**Критерии оценок развёрнутого решения.** За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За решение, доведённое до правильного ответа, но с недочётами в доказательстве участник получает 4 балла. Если участник не довёл решение до правильного ответа, он может получить до 2 утешительных баллов по следующим основаниям: правильно записан 2-й закон Ньютона на какую-нибудь выбранную ось.

**Критерии оценок (автоматическая проверка ответов).** За правильные ответы на краткие вопросы получает 4 балла.

**Задача 4.** В теплоизолированном сосуде находится вода при температуре  $t_0 = 10,0^\circ\text{C}$ . Одинаковые шарики (их количество  $n = 100$ ) нагревают до температуры  $\theta = 60,0^\circ\text{C}$ . Затем один шарик опускают в воду. Когда наступает тепловое равновесие, шарик вынимают и заменяют его вторым и так далее. Какой станет температура воды после того, как из неё достанут последний сотый шарик? Теплоёмкость одного шарика составляет  $\alpha = 0,01$  части от теплоёмкости сосуда с водой. Количество воды в сосуде всё время остается постоянным.

**Возможное решение.** Запишем уравнение теплового баланса после погружения первого шарика:

$$C(t_1 - t_0) = C_{\text{ш}}(\theta - t_1) = \alpha C(\theta - t_1) \Rightarrow t_1 = \theta + \frac{1}{1+\alpha}(t_0 - \theta) \cong 10,5^\circ\text{C},$$

где  $C$  – теплоёмкость сосуда с водой,  $C_{\text{ш}}$  – теплоёмкость шарика,  $t_1$  – установившаяся температура после погружения первого шарика.

Уравнение теплового баланса при втором погружении:

$$C(t_2 - t_1) = C_{\text{ш}}(\theta - t_2) = \alpha C(\theta - t_2) \Rightarrow t_2 = \theta + \frac{1}{1+\alpha}(t_1 - \theta) = \theta + \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^2 (t_0 - \theta) \cong 11,0^\circ\text{C}.$$

Проделав, аналогичные действия  $n$  раз, получаем:

$$t_n = \theta + \frac{1}{1 + \alpha} (t_{n-1} - \theta) = \theta + \left( \frac{1}{1 + \alpha} \right)^n (t_0 - \theta).$$

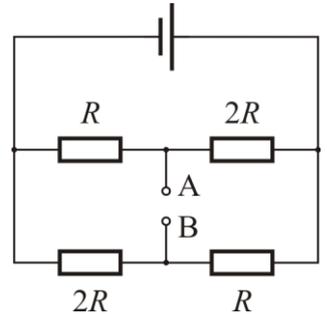
Значит,

$$t_{100} \cong 41,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

**Критерии оценок развёрнутого решения.** За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За решение, доведённое до правильного ответа, но с недочётами в доказательстве участник получает 4 балла. Если участник не довёл решение до правильного ответа, он может получить до 2 утешительных баллов по следующим основаниям: правильно записано уравнение теплового баланса.

**Критерии оценок (автоматическая проверка ответов).** За правильные ответы на краткие вопросы получает 4 балла.

**Задача 5.** Из идеального источника напряжения и четырёх резисторов собрана цепь, схема которой показана на рисунке. Когда между клеммами А и В подключили идеальный вольтметр, он показал напряжение  $U = 4 \text{ В}$ . Когда вместо вольтметра подключили идеальный амперметр, его показания составили  $I = 30 \text{ мА}$ . Затем вместо амперметра между клеммами А и В подключили ещё один резистор сопротивлением  $R$ . Найдите силу тока через этот резистор.



**Возможное решение.**

При подключении идеального вольтметра (можно считать, что ток через него не течёт) ток через сопротивления  $2R$  и  $R$  (справа) одинаковы и равны:  $I_0 = \frac{\varepsilon}{3R}$ , где  $\varepsilon$  – напряжение идеального источника. Тогда:

$$U = 2R \cdot I_0 - R \cdot I_0 = \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow \varepsilon = 3U = 12 \text{ (В)}.$$

При подключении идеального амперметра (можно считать, что напряжение на нём равно нулю) токи через сопротивления  $R$  и  $2R$  равны соответственно:  $I_1 = \frac{\varepsilon}{2 \cdot \frac{2}{3}R} \cdot \frac{2R}{R+2R} = \frac{\varepsilon}{2R}$  и  $I_2 = \frac{\varepsilon}{2 \cdot \frac{2}{3}R} \cdot \frac{R}{R+2R} = \frac{\varepsilon}{4R}$ . Тогда из закона сохранения заряда следует:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{\varepsilon}{2R} - \frac{\varepsilon}{4R} = \frac{\varepsilon}{4R} \Rightarrow R = \frac{3U}{4I} = 100 \text{ (Ом)}.$$

Пусть потенциал левого узла равен нулю, тогда потенциал правого узла равен  $\varepsilon = 12 \text{ В}$ . Потенциал точки А обозначим  $\varphi_A$ , а потенциал точки В -  $\varphi_B$ . Тогда из первого правила Кирхгофа следует:

$$\frac{\varphi_A}{R} + \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} + \frac{\varphi_A - \varepsilon}{2R} = 0,$$

$$\frac{\varphi_B}{2R} + \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R} + \frac{\varphi_B - \varepsilon}{R} = 0.$$

Откуда получаем:  $\varphi_A = \frac{9}{21}\varepsilon$ ,  $\varphi_B = \frac{12}{21}\varepsilon$ . Окончательный ответ:

$$I_R = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R} = \frac{1}{7} \cdot \frac{\varepsilon}{R} \cong 17 \text{ (мА)}.$$

**Критерии оценок развёрнутого решения.** За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За решение, доведённое до правильного ответа, но с недочётами в доказательстве участник получает 4 балла. Если участник не довёл решение до правильного ответа, он может получить до 2 утешительных баллов по следующим основаниям: правильно записаны правила Кирхгофа.

**Критерии оценок (автоматическая проверка ответов).** За правильные ответы на краткие вопросы получает 4 балла.

#### **Автоматическая проверка ответов**

**Задание 1.**

**Задание 2.**

**Задание 3.** 3

**Задание 4.** 85

**Задание 5.** 2,2

**Задание 6.** 1,1

**Задание 7.** 10,5

**Задание 8.** 11,0

**Задание 9.** 12

**Задание 10.** 100