

Задача 1

Группа из трех туристов должна перебраться из пункта A в пункт B по дороге длиной $S = 45$ км. Стартуют все туристы одновременно. На всю группу туристов есть только два велосипеда, причем если на велосипеде едут двое, то их скорость равна $3V$, а если на велосипеде едет один человек, то его скорость равна $4V$. Если же турист идет пешком, то его скорость движения равна $V = 5$ км/час. За какое минимальное время все туристы могут оказаться в пункте назначения? Временем посадки туристов на велосипед, а также временами разгона и торможения можно пренебречь.

Ответ: минимальное время путешествия равно $T = \frac{13}{40} \cdot \frac{S}{V} = 2,925$ часа = 2 часа 55 минут 30 секунд.

Критерии

Предложен способ перемещения, при котором время путешествия минимально – 3 очка.

Составлено уравнение (условие того, что при предложенном способе перемещения все туристы прибывают в пункт назначения одновременно) – 3 очка.

Найдено минимальное время путешествия – 3 очка.

Получен правильный численный ответ – 1 очко.

ВСЕГО: 10 очков.

Задача 2

С момента написания писателем Григорием Остером новелл про четверых друзей – Мартышку, Слоноенка, Удава и Попугая – прошло уже почти 40 лет. За это время Слоноенок вырос и превратился в СЛОНА, Удав стал еще длиннее, Попугай состарился и сгорбился, а Мартышка служит теперь чучелом в зоологическом музее. На очередном собрании друзья вспомнили, как они измеряли длину удава, и решили тряхнуть стариной. Удав, лежа на горизонтальном полу, вычислил расстояние от пола до своего центра масс, и оказалось, что оно равно 10 см. Центр масс Слона оказался на высоте 2 м над полом. Центр масс Удава и Слона вместе взятых находился на высоте 1,7 м. Когда на голову слона на высоте 3,5 м над полом сел Попугай, центр масс всех троих оказался выше еще на 0,5 мм. Какова масса Удава в Попугаях, если высота Попугая намного меньше толщины Удава?

Ответ: искомая масса Удава в Попугаях равна $M_y \approx 568M_n$; но из-за некоторой неточности при проведении вычислений друзья могли получить значение, лежащее в пределах от 560 до 570.

Критерии

Хотя бы один раз правильно использовано определение координаты центра масс – 2 очка.

Правильно найдено отношение масс Слона и Удава – 3 очка.

Составлено уравнение, связывающее массы Удава и Попугая (может содержать массу Слона) – 2 очка.

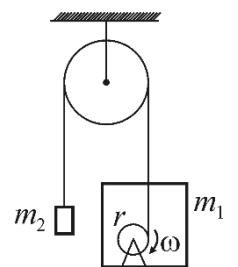
Масса Удава выражена в Попугаях (численный ответ лежит в пределах от 560 до 570) – 3 очка.

ВСЕГО: 10 очков.

Если при правильном решении получен неправильный численный ответ (совсем неправильный, или выходящий за пределы от 560 до 570), то снимается 2 очка.

Задача 3

Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный блок. К одному концу нити прикреплен груз массой m_2 , а другой конец нити наматывается на невесомую катушку радиусом r , расположенную внутри ящика массой m_1 . Катушка вращается электродвигателем с постоянной угловой скоростью ω . Участки нити, не прилегающие к блоку и катушке, в процессе движения вертикальны, система крепления катушки к ящику и электродвигатель очень легкие. Найдите модуль ускорения груза m_2 .



Ответ: Модуль ускорения груза m_2 равен $a_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$.

Критерии

Замечено, что связь ускорений тел m_1 и m_2 такая же, как и в случае нити постоянной длины – 2 очка.

Указанная связь ускорений записана в явном виде – 1 очко.

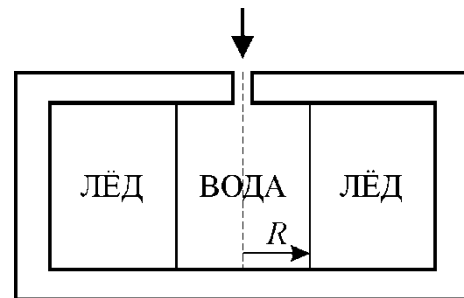
Записаны динамические уравнения (второй закон Ньютона) для тел m_1 и m_2 – 4 очка.

Из полученной системы уравнений найден модуль ускорения тела m_2 – 3 очка.

ВСЕГО: 10 очков.

Задача 4

В широком цилиндрическом калориметре (см. рис.), частично заполненном льдом при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, во льду имеется цилиндрическая полость радиусом $R = 10$ см, которая сначала ничем не заполнена. В эту полость через небольшое отверстие сверху быстро залили воду, имевшую температуру $t = 10^\circ\text{C}$. Лёд начал таять, и, поскольку плотность льда меньше плотности воды, уровень воды начал опускаться. Но через отверстие сверху сразу стали доливать воду, так, чтобы полость в калориметре всё время была полностью заполнена водой. Температура доливаемой воды также равна t . Воду внутри калориметра постоянно перемешивают, так, чтобы лёд во всех точках таял с одинаковой скоростью. В некоторый момент температура воды в калориметре опустилась до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, и лёд таять перестал. Найдите радиус полости, заполненной водой, в этот момент. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.



Ответ: полость, заполненная водой, будет иметь радиус $R_1 = \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} \cdot \frac{ct}{ct + \lambda}}} \approx 10,7$ см.

Критерии

Найдена связь между массой налитой воды, массой растаявшего льда и радиусом цилиндрической полости в конечном состоянии – 2 очко.

Найдена связь массы растаявшего льда с радиусами цилиндрической полости в начальном и конечном состоянии – 2 очко.

Записано уравнение теплового баланса для процесса таяния льда – 2 очко.

Найден конечный радиус полости, заполненной водой (формула и численный ответ) – 4 очка.

ВСЕГО: 10 очков.

При ошибке в вычислениях снимается 2 очка.