

### Задача 1 (П. Крюков)

Две самоходные баржи равномерно движутся по озеру во взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость одной баржи  $V_1 = 3$  м/с, а другой  $V_2 = 4$  м/с. На каждой барже установлен анемометр – прибор для измерения модуля скорости ветра. В течение некоторого времени на каждом из кораблей каждую минуту снимают показания анемометров. По результатам измерений обнаружилось, что значения скорости ветра, полученные на первой барже, не превышали скорости баржи  $V_1$ , а на второй – не превышали  $V_2$ . Какого максимального значения могла достигать скорость ветра относительно озера во время измерений? Какой угол  $\alpha$  составляла скорость первой баржи  $\vec{V}_1$  с направлением ветра в момент, когда скорость ветра относительно озера была максимальной?

**Ответ:** во время измерений скорость ветра относительно озера могла достигать максимального значения  $w_{\max} = \frac{2V_1V_2}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} = 4,8$  м/с; в момент, когда скорость ветра относительно озера была максимальной, скорость первой баржи  $\vec{V}_1$  составляла с направлением ветра угол  $\alpha = \arccos \frac{V_2}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} = \arccos \frac{4}{5} \approx 37^\circ$ .

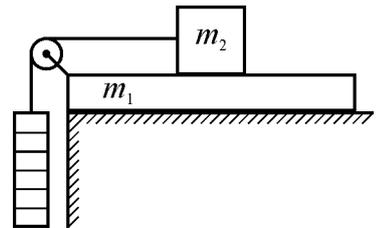
#### Критерии

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Записан закон сложения скоростей                          | 1 балл  |
| 2. Нарисованы совмещённые векторные треугольники скоростей   | 1 балл  |
| 3. Указана область (ГМТ) конца вектора $\vec{w}$             | 1 балл  |
| 4. Указан вектор, соответствующий максимальному значению $w$ | 2 балла |
| 5. Найдено значение $w_{\max}$                               | 3 балла |
| 6. Найдено значение $\alpha$                                 | 2 балла |

**ВСЕГО: 10 баллов.**

### Задача 2 (А.И. Бычков)

На горизонтальном столе лежит доска массой  $m_1 = 1$  кг, на которой находится брусок массой  $m_2 = 2$  кг. К бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, второй конец которой перекинут через идеальный блок, закреплённый на краю доски. Коэффициент трения между доской и бруском  $\mu = 0,2$ . Вертикальный участок нити начинают аккуратно нагружать одинаковыми гирьками массами  $\Delta m = 75$  г каждая. При каком минимальном количестве  $n$  гирек система придёт в движение? Найдите модули и направления ускорений, с которыми в этом случае начнут двигаться доска и брусок. Трением между доской и поверхностью стола можно пренебречь, модуль ускорения свободного падения можно принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



**Ответ:** система придёт в движение при минимальном количестве гирек  $n = 6$ ; доска начнет двигаться с ускорением  $a_{1x} = \frac{1 - \frac{\mu m_2}{6\Delta m}}{1 + \frac{m_1 + m_1}{m_2 + 6\Delta m}} g \cong 0,3$  м/с<sup>2</sup>, направленным вправо; брусок начнет двигаться с ускорением  $|a_{2x}| = \frac{\frac{\mu m_2}{6\Delta m} - 1}{1 + \frac{m_2 + m_2}{m_1 + 6\Delta m}} g \cong 0,17$  м/с<sup>2</sup>, направленным влево.

#### Критерии

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Найдено количество гирек, при котором начнётся движение | 3 балла |
| 2. Применен 2-й закон Ньютона для бруска                   | 1 балл  |
| 3. Применен 2-й закон Ньютона для доски                    | 1 балл  |
| 4. Применен 2-й закон Ньютона для системы грузов           | 1 балл  |

- |  |        |
|--|--------|
| 5. Записано уравнение кинематической связи                 | 1 балл |
| 6. Найден модуль ускорения доски                           | 1 балл |
| 7. Найден модуль ускорения бруска                          | 1 балл |
| 8. Указаны правильные направления ускорений доски и бруска | 1 балл |
| <b>ВСЕГО: 10 баллов.</b>                                   |        |

### Задача 3 (М.Ю. Замятнин)

Частица массой  $m$ , свободно летящая со скоростью  $V$ , попадает в область пространства, в которой в течение времени  $\tau = 1$  с на нее действует постоянная по модулю и направлению сила  $\vec{F}$ . К моменту прекращения действия этой силы частица движется со скоростью  $2V$  в направлении, перпендикулярном первоначальному. Какое время потребовалось бы такой же по модулю и направлению силе, чтобы совершить над частицей вдвое большую работу (при той же начальной скорости частицы)? Влиянием других сил пренебречь.

**Ответ:** для того, чтобы совершить над частицей вдвое большую работу, силе  $\vec{F}$  потребуется время  $t = \frac{1+\sqrt{31}}{5} \tau \approx 1,3$  с.

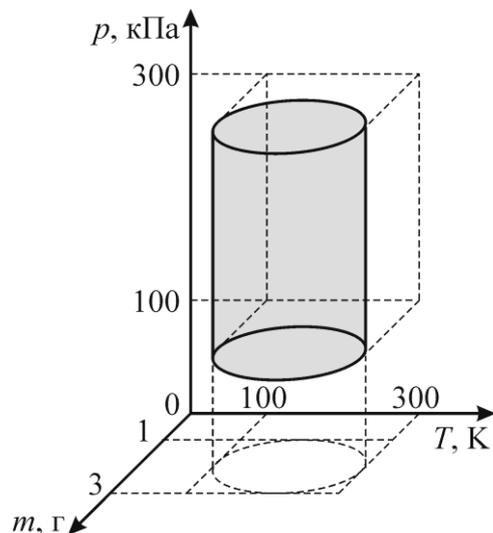
#### Критерии

- |   |         |
|---|---------|
| 1. Применен закон изменения механической энергии с учетом работы внешних сил (в двух случаях)   | 2 балла |
| 2. Найден модуль скорости частицы во втором случае  | 2 балла |
| 3. Получены (записаны) выражения для изменения импульса для двух случаев (или сделаны соответствующие устные пояснения)                       | 2 балла |
| 4. С использованием геометрической или координатной интерпретации получены уравнения, связывающие изменения импульса с временем действия силы | 2 балла |
| 5. Решено квадратное уравнение и получен численный ответ  | 2 балла |

**ВСЕГО: 10 баллов.**

### Задача 4 (А.И. Бычков)

Кислород находится в специальном устройстве, которое обеспечивает ограничение на возможные значения объема, давления  $p$ , температуры  $T$  и массы  $m$  газа. Все возможные значения  $p$ ,  $T$  и  $m$ , будучи нанесенными на трехмерную  $p$ - $T$ - $m$ -диаграмму (см. рис.), лежат внутри цилиндрической поверхности, ограниченной диапазонами изменения давления от 100 кПа до 300 кПа, массы от 1 г до 3 г и температуры от 100 К до 300 К. Найдите минимальное и максимальное значение, которое может принимать объем газа, и укажите значения  $p$ ,  $T$  и  $m$ , которые соответствуют этим состояниям. Молярная масса кислорода  $\mu = 32$  г/моль.



**Ответ:**

$$V_{\min} = \frac{\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 m_0 T_0 R}{\mu p_{\max}} \approx 0,145 \text{ л}, \quad V_{\max} = \frac{\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 m_0 T_0 R}{\mu p_{\min}} \approx 1,903 \text{ л}, \quad \text{где } m_0 = 1 \text{ г и } T_0 = 100 \text{ К}.$$

Минимальное значение объема достигается при  $p = 300$  кПа,  $m = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 1,29$  г и  $T = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 129$  К.

Максимальное значение объема достигается при  $p = 100$  кПа,  $m = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 2,71$  г и  $T = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 271$  К.

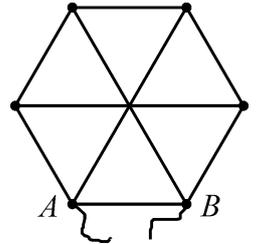
#### Критерии

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Проведен анализ уравнения состояния | 2 балла |
|--|---------|

- |   |         |
|---|---------|
| 2. Указано, при каких давлениях достигается максимальный и минимальный объём      | 1 балл  |
| 3. Указано, когда произведение $mT$ принимает максимальное и минимальное значение | 2 балла |
| 4. Найдено минимальное значение объёма  | 2 балла |
| 5. Найдено максимальное значение объёма   | 2 балла |
| 6. Найдены значения $T$ и $m$ , которые соответствуют этим состояниям             | 1 балл  |
- ВСЕГО: 10 баллов.**

### Задача 5 (М.Ю. Замятнин)

Определите сопротивление  $R_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$  проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно  $R$ . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



**Ответ:** сопротивления между точками  $A$  и  $B$  проволочной сетки равно  $R_{AB} = \frac{5}{9}R$ .

#### Критерии

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Учтена симметрия схемы при расстановке токов                  | 2 балла |
| 2. Записаны два уравнения для падения напряжения на участке $AD$ | 2 балла |
| 3. Найдено соотношение токов во всех ветвях                      | 2 балла |
| 4. Найдено общее напряжение на входе цепи                        | 1 балл  |
| 5. Найден общий ток, входящий в цепь                             | 1 балл  |
| 6. Найдено эквивалентное сопротивление цепи                      | 2 балла |

#### Метод решения через эквивалентную схему

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Промаркированы узлы и резисторы                                   | 2 балла |
| 2. Нарисована эквивалентная схема с учетом эквипотенциальности узлов | 4 балла |
| 3. Найдены сопротивления отдельных фрагментов эквивалентной цепи     | 2 балла |
| 4. Найдено эквивалентное сопротивление цепи                          | 2 балла |
- ВСЕГО: 10 баллов.**