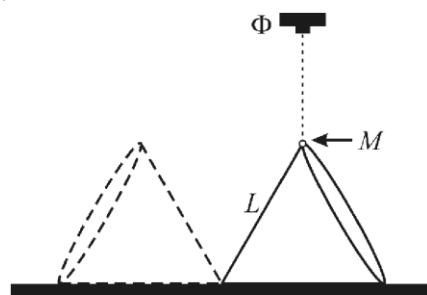


### Задача 1 (С.Д. Варламов)

Прямой круговой конус с образующей длиной  $L = 13$  см и диаметром основания  $D = 10$  см катится по горизонтальной поверхности, не проскальзывая (см. рис.). Центр основания конуса движется с постоянной по модулю скоростью, а максимально возможная скорость точки, лежащей на поверхности этого конуса, может быть равна  $V = 1$  м/с. На одну из точек, расположенных на границе основания и боковой поверхности конуса, нанесена очень маленькая метка  $M$ . Над конусом неподвижно закреплен фотоаппарат  $\Phi$ , объектив которого расположен горизонтально. В момент, когда метка находилась в своем наивысшем положении и строго под объективом фотоаппарата, был сделан фотоснимок. Через какое минимальное время после этого можно при помощи того же неподвижного фотоаппарата сделать точно такую же фотографию?



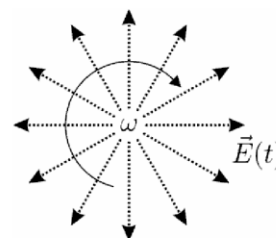
**Ответ:** для того, чтобы при помощи того же неподвижного фотоаппарата можно было сделать точно такую же фотографию, нужно выждать минимальное время  $T = \frac{5\pi(4L^2 - D^2)}{VL} = \frac{144\pi}{65} \approx 7$  с.

#### Критерии (ВСЕГО: 10 баллов.)

- |   |         |
|---|---------|
| 1. Правильно найдена высота конуса  | 1 балл  |
| 2. Правильно найден угол $\alpha$ между образующей конуса и его высотой   | 1 балл  |
| 3. Правильно найдена скорость $U$ центра основания конуса   | 2 балла |
| 4. Правильно найден радиус кривизны $R$ траектории центра основания конуса                                      | 1 балл  |
| 5. Правильно найден период $T_1$ обращения конуса вокруг вертикальной оси, проходящей через его вершину         | 1 балл  |
| 6. Правильно найдено количество $N$ оборотов конуса вокруг своей собственной оси симметрии за один период $T_1$ | 2 балла |
| 7. Правильно найдено минимальное время $T$  | 2 балла |

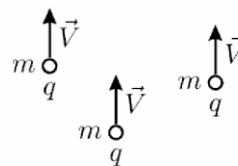
### Задача 2 (М.Ю. Замятнин)

Одинаковые пылинки, имеющие заряд  $q = 1$  пКл, массу  $m = 1$  мг и летящие с одинаковой начальной скоростью  $\vec{V}$ , модуль которой равен 2 м/с, попадают на некоторое время в область, в которой создано электрическое поле. Модуль вектора напряженности этого поля не меняется со временем и равен  $E = 10$  кВ/см, а вектор напряженности вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega = 2$  рад/с в одной плоскости с векторами скоростей частиц (см. рисунок).



1) С какой максимальной по модулю скоростью  $u$  могут вылетать некоторые пылинки из области действия электрического поля?

2) Какого наибольшего значения может достигать угол  $\beta$  между вектором конечной скорости и начальным направлением движения (угол отклонения) некоторых пылинок, если время их пребывания в поле равно  $\tau = 0,25$  с?



3) До какого значения  $\tau_0$  надо изменить длительность пребывания некоторых пылинок в данном поле для того, чтобы наибольший угол их отклонения достиг своего максимально возможного значения? Чему равен максимально возможный угол отклонения  $\beta_0$ ?

Взаимодействие пылинок друг с другом и влияние на них других сил пренебрежимо мало.

**Ответ:**

1) Некоторые пылинки могут вылетать из области действия электрического поля с максимальной по модулю скоростью  $u = V + \frac{2qE}{m\omega} = 3$  м/с.

2) При времени пребывания в поле  $\tau = 0,25$  с угол отклонения некоторых пылинок от начального направления движения может достигать наибольшего значения  $\beta = \arcsin\left(\frac{2qE}{mV\omega} \cos\left(\frac{\pi - \omega\tau}{2}\right)\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2} \sin \frac{1}{4}\right) \approx 0,124$  рад  $\approx 7^\circ$ .

3) для того, чтобы наибольший угол отклонения некоторых пылинок достиг своего максимально возможного значения, длительность пребывания этих пылинок в данном поле надо изменить до  $\tau_0 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$  с; при этом угол отклонения достигает своего максимально возможного значения  $\beta_0 = \arcsin \frac{2qE}{mV\omega} = \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$  рад  $= 30^\circ$ .

**Всякое полностью правильное решение оценивается в 20 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.**

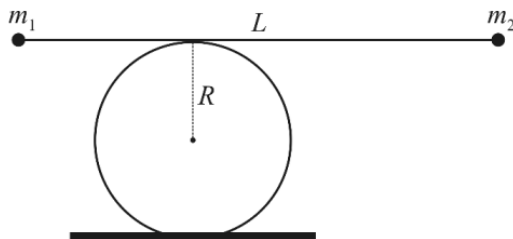
**Критерии**

- |   |         |
|---|---------|
| 1. Правильно записан закон изменения импульса для пылинки   | 1 балл  |
| 2. Предложена графическая интерпретация закона изменения импульса   | 2 балла |
| 3. Правильно найдена длина дуги, которую образует сумма малых векторов $\vec{F}_i \Delta t$   | 2 балла |
| 4. Правильно найден радиус (диаметр) окружности, которой принадлежит указанная дуга   | 1 балл  |
| 5. Правильно найдено полное изменение импульса пылинки (если полное изменение импульса пылинки правильно найдено любым другим способом – ставится 6 баллов)   | 1 балл  |
| 6. Явно указано на зависимость от ответа от направления вектора напряженности электрического поля в момент попадания в него пылинки   | 1 балл  |
| 7. Указано, что максимальная по модулю конечная скорость частицы достигается в том случае, если векторы начальной скорости и изменения импульса совпадают по направлению, а $ \Delta \vec{p} $ максимален   | 2 балла |
| 8. Правильно найден модуль максимально возможной конечной скорости частицы  | 1 балл  |
| 9. Замечено, что при заданных численных значениях модуль изменения импульса пылинки всегда меньше, чем ее начальный импульс ( $\Delta p < mV$ )   | 1 балл  |
| 10. Правильно найден наибольший угол отклонения пылинки (когда вектор ее конечного импульса направлен по касательной к годографу изменения импульса при длительности пребывания в поле, равном $\tau$ (2 балла за формулу, 1 балл за числовое значение) | 3 балла |
| 11. Правильно найдено время $\tau_0$ , при котором наибольший угол отклонения пылинки достигает своего максимально возможного значения (по 1 баллу за формулу и за числовое значение)   | 2 балла |
| 12. Правильно определен наибольший угол $\beta_0$ поворота вектора конечной скорости частицы (2 балла за формулу, 1 балл за числовое значение)  | 3 балла |

**ВСЕГО: 20 баллов.**

### Задача 3 (М.В. Семенов, А.А. Якута)

Два маленьких шарика массами  $m_1$  и  $m_2$  закреплены на концах тонкого жесткого очень легкого стержня длиной  $L$ . Этот стержень покоится на поверхности шероховатого горизонтального неподвижно закрепленного цилиндра радиусом  $R$ . В положении равновесия стержень горизонтален и перпендикулярен оси цилиндра (на рисунке показан вид со стороны торца цилиндра). Стержень поворачивают на малый угол таким образом, что он движется относительно цилиндра без проскальзывания, и отпускают. После этого начинаются колебания, в процессе которых стержень катается по поверхности цилиндра также без проскальзывания, а шарики движутся в плоскости рисунка. Чему равен период этих колебаний? Соппротивлением воздуха можно пренебречь.



**Ответ:** период малых колебаний стержня с шариками равен  $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi L}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{gR}}$ .

Всякое полностью правильное решение оценивается в 15 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

#### Критерии

- |  |                   |
|--|-------------------|
| 1. Правильно найдено положение центра масс шариков (точка $O$ на стержне)  | 1 балл            |
| 2. Правильно найдено изменение высоты $h_1$ первого шарика   | 1 балл            |
| 3. Правильно найдено изменение высоты $h_2$ второго шарика   | 1 балл            |
| 4. Правильно найдено изменение высоты точки $O$ (относительно исходного положения)   | 1 балл            |
| 5. Правильно записано выражение для изменения $\Delta U$ потенциальной энергии системы при ее отклонении от положения равновесия на некоторый угол | 2 балла           |
| 6. Выражение для изменения потенциальной энергии системы преобразовано для случая малых углов отклонения   | 1 балл            |
| 7. Правильно найдена кинетическая энергия системы в произвольный момент времени (при ее отклонении от положения равновесия на малый угол)          | 2 балла           |
| 8. Указано на то, что в случае малого угла отклонения кинетическая энергия от этого угла не зависит  | 1 балл            |
| 9. Правильно применен закон сохранения механической энергии<br>Получено правильное уравнение гармонических колебаний                               | 1 балл<br>2 балла |
| 10. Правильно найдена частота колебаний  | 1 балл            |
| 11. Правильно найден период колебаний  | 1 балл            |

**ВСЕГО: 15 баллов.**

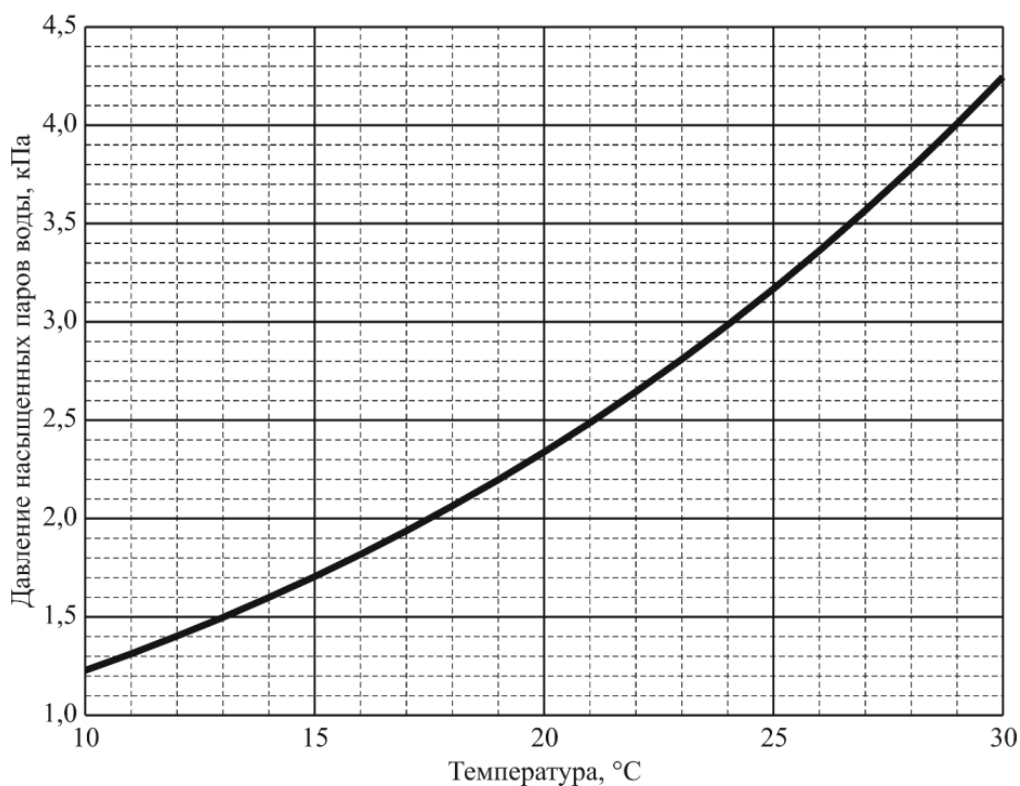
При решении с использованием уравнения моментов – за правильно записанное уравнение моментов дается 12 баллов

#### Задача 4 (П. Крюков)

В теплоизолированном цилиндре под непроводящим теплоту поршнем находятся в термодинамически равновесном состоянии аргон и насыщенные пары воды при температуре  $T_1 = 302$  К и давлении  $p = 2$  атм. Сразу после быстрого увеличения объема смеси под поршнем в  $n = 1,06$  раз температура в цилиндре уменьшается до некоторой величины  $T_2$ , а водяные пары оказываются в термодинамически неравновесном состоянии пересыщения, при котором их давление  $p_2$  становится выше давления насыщенного пара  $p_{\text{нас}}(T_2)$  при новой температуре. Со временем часть пара конденсируется, и система вновь приходит в состояние устойчивого термодинамического равновесия.

- 1) Найдите температуру  $T_2$ .
- 2) Определите давление  $p_2$ .
- 3) Верно ли что, в новом состоянии устойчивого равновесия температура под поршнем будет отличаться от  $T_2$  менее, чем на 1 К?

Удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг·К), теплоемкость одного моля водяного пара при постоянном объеме  $C_V = 3R$ , удельная теплота испарения воды  $L = 2,33 \cdot 10^6$  Дж/кг, молярная масса воды  $\mu = 18$  г/моль. График зависимости давления насыщенных паров воды от температуры представлен на рисунке.



**Ответ:** 1) сразу после быстрого увеличения объема смеси под поршнем установится температура  $T_2 = 290$  К; 2) давление пересыщенного пара сразу после быстрого увеличения объема смеси будет равно  $p_2 = 3,6$  кПа; 3) нет, неверно – в новом состоянии устойчивого равновесия температура под поршнем будет отличаться от  $T_2$  более, чем на 1 К.

**Всякое полностью правильное решение оценивается в 20 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.**

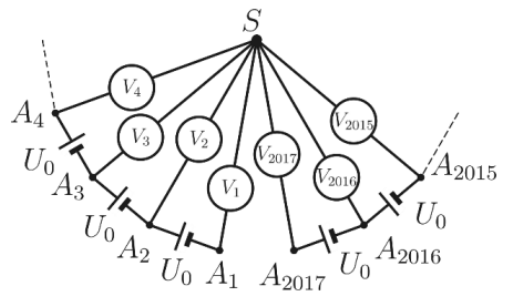
**Критерии**

- |   |         |
|---|---------|
| 1. Правильно найдено соотношение количеств аргона и воды в сосуде   | 1 балл  |
| 2. Обосновано, что относительные изменения температуры и давления при расширении смеси будут малыми   | 1 балл  |
| 3. Правильно применено уравнение Клапейрона-Менделеева для начального состояния аргона  | 1 балла |
| 4. Правильно записано первое начало термодинамики для адиабатического расширения аргона   | 1 балла |
| 5. Правильно найдено относительное изменение температуры (2 балла) и температура $T_2$ (1 балл)   | 3 балла |
| 6. Записано уравнение Клапейрона-Менделеева для начального и конечного состояния пара (по 1 баллу за уравнение)   | 2 балла |
| 7. Правильно найдено относительное изменение давления (2 балла) и давление $p_2$  | 3 балла |
| 8. Правильно найдена доля водяного пара, который сконденсируется при переходе из пересыщенного в устойчивое состояние (в предположении, что температура увеличится на 1 К)  | 1 балл  |
| 9. Правильно найдено количество теплоты $Q_{\text{конд}}$ , которое может выделиться при конденсации пара в процессе его перехода из пересыщенного состояния в равновесное (в предположении, что температура увеличится на 1 К) | 2 балла |
| 10. Правильно найдено количество теплоты $Q_{\text{Аг}}$ , необходимое для повышения температуры аргона на 1 К  | 2 балла |
| 11. Правильно оценено максимальное количество теплоты $Q_{\text{воды}}$ , необходимое для повышения температуры сконденсировавшейся воды на 1 К   | 2 балла |
| 12. Сделан обоснованный вывод, что температура под поршнем будет отличаться от $T_2$ более, чем на 1 К  | 1 балл  |

**ВСЕГО: 20 баллов.**

**Задача 5 (П. Крюков)**

Точки  $A_1, \dots, A_{2017}$  – вершины правильного 2017-угольника, точка  $S$  – его центр. Между соседними вершинами многоугольника (за исключением 1-й и 2017-й) включены одинаковые идеальные батарейки с напряжением  $U_0$  так, как показано на рисунке. Также между каждой вершиной и точкой  $S$  включен вольтметр с соответствующим номером. Все вольтметры одинаковые, в точке  $S$  есть электрический контакт.



- 1) На сколько отличаются показания первого и десятого вольтметров?
- 2) Что показывает вольтметр с номером  $N$ ?
- 3) Определите номер вольтметра с нулевыми показаниями.

**Ответ:** 1) показания 1-го и 10-го вольтметров отличаются на  $\Delta V = 9U_0$ ; 2) вольтметр с номером  $N$  показывает напряжение  $V_N = |(N - 1009)U_0|$ ; 3) нулевые показания будут у 1009-го вольтметра.

**Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.**

**Критерии (ВСЕГО: 10 баллов.)**

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Правильно найдена разность показаний первого и десятого вольтметров | 2 балла |
| 2. Правильно применен первый закон Кирхгофа для точки $S$              | 1 балл  |
| 3. Правильно найден потенциал точки $S$                                | 3 балла |
| 4. Правильно найдены показания $N$ -го вольтметра                      | 2 балла |
| 5. Правильно определен номер вольтметра с нулевыми показаниями         | 2 балла |