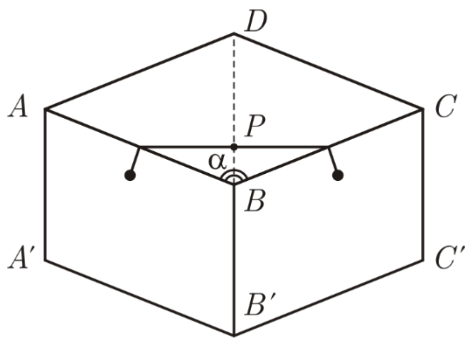
Задача 1

На подставку в форме прямой четырёхугольной призмы (в основании ромб $ABCD$, $\angle ABC = \alpha$, боковые грани – прямоугольники) кладут два маленьких груза, связанных тонкой невесомой натянутой нитью, и отпускают их. Трения нет. Массы грузов одинаковы. Середина нити (точка P) движется по диагонали DB. Грузы движутся по прямым линиям симметрично относительно плоскости $BB'D'D$. Найдите модули ускорений грузов и модуль ускорения середины нити. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Ответ: ускорения грузов и ускорение середины нити одинаковы по модулю и равны $a = g\sin\dfrac{\alpha}{2}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Найдено выражение для угла, который составляет с вертикалью отрезок нити, находящийся между ребром AB и грузом, 4 балла
2. Вычислено ускорение груза (как в решении или другим способом) 3 балла
3. Записано условие кинематической связи между ускорениями грузов и середины нити 2 балла
4. Найдено ускорение середины нити 1 балл

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 2

Цикл Стирлинга состоит из двух изохор и двух изотерм. Для увеличения КПД этого цикла используют регенератор – тепловой резервуар, которому рабочее тело (идеальный газ) отдает некоторое количество теплоты Q^* при изохорном охлаждении, и от которого получает такое же количество теплоты Q^* при изохорном нагревании. Эффективность регенератора характеризуется коэффициентом $k = Q^*/Q_V$, где Q_V – полное количество теплоты, получаемое рабочим телом на участке изохорного нагревания. КПД цикла зависит от коэффициента регенерации k.

Пусть КПД некоторого цикла Стирлинга с регенерацией изменяется от минимально возможного значения 1/6 до максимально возможного значения 1/3 в зависимости от коэффициента k.

1) Во сколько раз максимальная температура газа в течение этого цикла больше минимальной температуры?

2) Определите КПД этого цикла при коэффициенте регенерации $k = 1/2$ (при тех же температурах нагревателя и холодильника).

Ответы должны быть даны в виде чисел.

Ответ: 1) максимальная температура газа в течение цикла больше минимальной температуры в 1,5 раза; 2) при коэффициенте регенерации $k = 1/2$ КПД цикла равен $\eta(1/2) = \dfrac{2}{9}$.

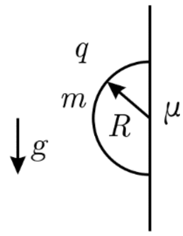
Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Записано выражение для КПД цикла через работы на изотермах 1 балл
2. Показано, что вычисление КПД сводится к вычислению площади под гиперболой 2 балла
3. Вычислено отношение температур на изотермах 3 балла
4. Получено выражение для КПД в зависимости от коэффициента регенерации 3 балла
5. Вычислен КПД при коэффициенте 1/2 1 балл

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 3



Однородную полусферу радиусом R и массой m, равномерно заряженную по поверхности зарядом q, приложили основанием к вертикальной протяженной металлической плоской стене (см. рисунок). Заряды по сфере не перераспределяются.

1) С какой силой полусфера притягивается к стене?

2) При каком коэффициенте трения μ между стеной и полусферой она будет покоиться, «прилипнув» к стене?

3) При каких значениях массы полусферы при заданном коэффициенте трения $\mu < 1$ полусфера будет скользить вниз вдоль стены, не отрываясь от нее? Центр масс однородной полусферы находится на расстоянии $R/2$ от центра ее основания.

Ответ: 1) сила притяжения полусферы к стене равна $F = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$; б) полусфера будет покоиться, «прилипнув» к стене, при $\mu > \dfrac{8\pi\varepsilon_0 mgR^2}{q^2}$; полусфера будет скользить вниз вдоль стены, не отрываясь от нее, при $m \geq \dfrac{\mu q^2}{8\pi\varepsilon_0 gR^2}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Сила притяжения полусферы к стене равна силе притяжения полусферы к ее отрицательно заряженному изображению — 2,5 балла.
2. Сила отталкивания двух половин равномерно заряженной по поверхности сферы равна $F = \dfrac{q\sigma}{4\varepsilon_0} = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$ — 2,5 балла.
3. Заряженная полусфера притягивается к проводящей стене с силой $F = \dfrac{q\sigma}{4\varepsilon_0} = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$ — 1 балл.
4. $\mu > \dfrac{8\pi\varepsilon_0 mgR^2}{q^2}$ — 1 балл
5. В момент возможного отрыва полусферы от стены $F_{\text{тр}}\dfrac{R}{2} = NR$ — 1 балл.
6. Показано, что при $\mu < 1$ отрыв полусферы от стены невозможен — 1 балл.
7. $m \geq \dfrac{\mu q^2}{8\pi\varepsilon_0 gR^2}$ — 1 балл.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 4

Два длинных коаксиальных цилиндра расположены внутри катушки, создающей в них однородное магнитное поле с индукцией *B*, направленное вдоль оси системы. К цилиндрам приложено электрическое напряжение, благодаря чему между ними возникает электрическое поле напряженностью *E*, направленное от внешнего цилиндра к внутреннему вдоль их радиусов. Внутренний цилиндр разогрет и испускает электроны. Начальные скорости электронов можно считать малыми. Найдите максимальное расстояние между цилиндрами, при котором еще возможно протекание электрического тока между ними. Расстояние между цилиндрами значительно меньше их радиусов. Масса электрона m, заряд электрона e.

Ответ: протекание электрического тока между цилиндрами возможно при максимальном расстоянии между ними, равном $y_{max} = \frac{2mE}{|e|B^2}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. $ma_x = F_{Лx} = |e|Bv_y$ — 2 балла
2. $m\frac{\Delta v_x}{\Delta t} = |e|B\frac{\Delta y}{\Delta t}$ — 2 балла
3. $mv_x = |e|By$ — 2 балла
4. $\frac{mv_1^2}{2} = |e|Ey_{max}$ — 2 балла
5. $y_{max} = \frac{mE}{|e|B^2}$ — 2 балла

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 5

Школьник Вася пошел в комнату смеха и обнаружил там большое круглое вогнутое зеркало, стоящее на полу и закрепленное так, что центр зеркала находился на уровне H = 1,5 м над полом, а ось симметрии зеркала была горизонтальной. Насмеявшись вдоволь, Вася заметил, что его изображение в зеркале при определенных расстояниях до него либо сильно расплывается, либо получается нечетким, и он не может себя разглядеть. Для того чтобы исследовать это явление, Вася начал приближаться к зеркалу, идя издалека вдоль его оптической оси и наблюдая при этом за изображениями своих глаз. Оцените, в каком диапазоне расстояний от глаз до центра отражающей поверхности зеркала школьник мог видеть четкое изображение своих глаз. Диаметр зеркала $2H$ = 3 м, радиус кривизны отражающей поверхности R = 15 м, расстояние от пола до глаз у Васи $h = H$ = 1,5 м. Наименьшее расстояние, с которого Вася может рассматривать что-либо в подробностях (например, читать условие этой задачи), равно a = 0,2 м. Будем также считать для упрощения задачи, что бесконечно удаленные от глаз объекты Вася может разглядеть вне зависимости от их размеров.

Ответ: школьник мог видеть четкое изображение своих глаз при следующих расстояниях от глаз до центра отражающей поверхности зеркала: $[a/2; R/2]$ и $[R + (a/2); \infty)$ или [0,1 м ÷ 7,5 м] и [15,1 м ÷ ∞).

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Указано, что существует два диапазона расстояний от центра зеркала до Васи, при которых он четко видит изображение своих глаз. — 2 балла
2. Найдена дальняя граница дальнего диапазона ($d = \infty$). — 1 балл
3. Верно записана формула сферического зеркала для произвольного или конкретного положения Васи и изображения его глаз. — 1 балл
4. Найдена ближняя граница дальнего диапазона расстояний ($d \approx R + (a/2)$). Балл ставится независимо от того, сделаны ли приближения или нет. — 2 балла
5. Найдена дальняя граница ближнего диапазона ($d = R/2$) — 1 балл
6. Найдена ближняя граница ближнего диапазона ($d \approx a/2$). Балл ставится независимо от того, сделаны ли приближения или нет. — 2 балла
7. Получен правильный ответ для диапазонов в числах. — 1 балл

ВСЕГО: 10 баллов.