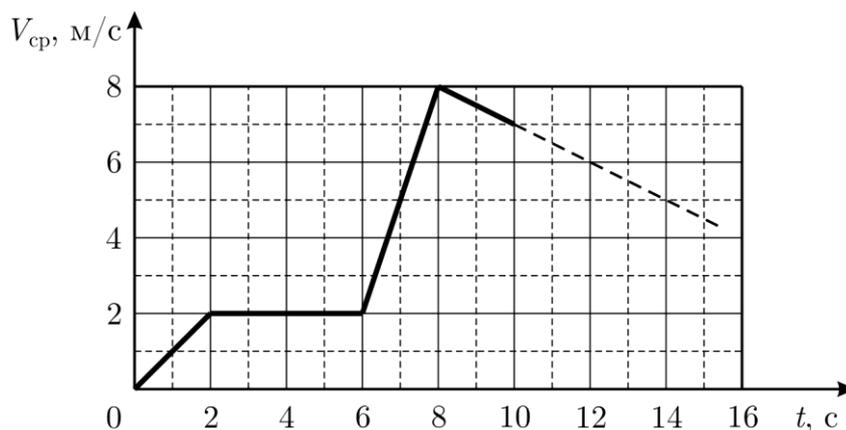


Задача 1

Материальная точка начинает двигаться прямолинейно вдоль оси OX . Автоматизированная экспериментальная установка очень точно измеряет координату точки через каждую миллисекунду и передаёт эти данные компьютеру для обработки. Компьютер каждую миллисекунду рассчитывает среднюю путевую скорость V_{cp} точки за всё время, прошедшее от начала движения до текущего момента, и строит график зависимости V_{cp} от времени t (см. рис.). Однако в момент времени $t_0 = 10$ с экспериментальная установка сломалась и перестала передавать компьютеру данные, а материальная точка продолжала двигаться. Определите максимально возможное значение времени t , до которого убывающий участок графика после 8 с (пунктирная линия на рисунке) мог быть прямолинейным.



Ответ: убывающий участок графика после 8 с мог быть прямолинейным до максимального момента времени $t_{max} = 12$ с.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

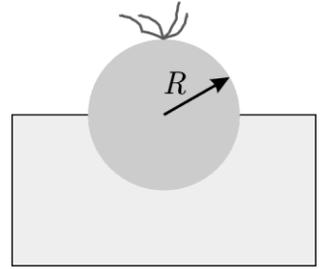
Критерии

- Для участка движения, начинающегося в момент времени $\tau = 8$ с, средняя путевая скорость зависит от времени по закону $V_{cp}(t) = 12 - \frac{1}{2}t$ 2 балла.
- Для этого участка пройденный путь зависит от времени по закону $S(t) = V_{cp}(t) \cdot t = 12t - \frac{t^2}{2}$ 1 балл.
- Описан характер движения материальной точки на данном участке 2 балла.
- Проекция мгновенной скорости материальной точки на первоначальное направление движения ($V_x(t) = 12 - t$) 2 балла.
- Обосновано, что убывающий участок графика после момент времени $\tau = 8$ с мог быть прямолинейным до максимального момента времени $t_{max} = 12$ с 3 балла.

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 2

Дед, бабка, внучка, Жучка, Мурка и мышка-норушка хотят вытянуть репку. Репка является однородным шаром радиусом R , на вершине которого расположены многочисленные прочные невесомые длинные листья, за которые репку можно вытягивать. Репка погружена в землю наполовину. Известно, что дед может тянуть с максимальной силой F , бабка – тянуть вдвое слабее, внучка – вдвое слабее бабки, Жучка – вдвое слабее внучки, Мурка – вдвое слабее Жучки, а мышка-норушка – вдвое слабее Мурки. Какова максимально возможная масса репки, если известно, что ее удалось вытянуть? Как должны были герои сказки тянуть такую репку для того, чтобы всё же вытянуть её? Считайте, что репка уже созрела, ее корешки отсохли, и она держится в плотно слежавшейся земле только благодаря собственному весу. При вытягивании репка не может вращаться вокруг своей оси симметрии.



Ответ:

максимально возможная масса репки, которую можно вытащить, равна $m = \frac{63\sqrt{2}F}{32g} \approx 2,78 \frac{F}{g}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

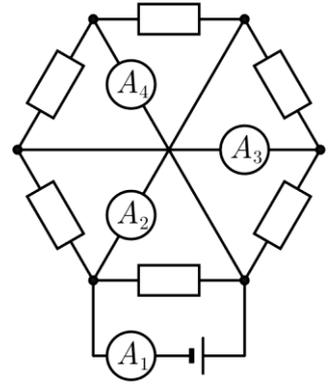
Критерии

- Для того, чтобы вытащить репку максимальной массы (приложить к ней максимальную силу) каждый должен тянуть за один или за несколько листьев, причем все должны тянуть в одном направлении 1 балл
- $F_{\max} = F + \frac{F}{2} + \frac{F}{4} + \frac{F}{8} + \frac{F}{16} + \frac{F}{32} = \frac{63}{32}F$ 2 балла
- Для того, чтобы вытащить репку с максимально возможной массой, необходимо прикладывать к репке максимально возможный момент силы 1 балл
- Максимально возможное плечо силы F_{\max} равно $R\sqrt{2}$ 3 балла
- Показано, что $m \leq \frac{63\sqrt{2}F}{32g} \approx 2,78 \frac{F}{g}$ 3 балла

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 3

Сопротивление каждого из резисторов в цепи, схема которой изображена на рисунке, одинаково и равно 3 Ом. Напряжение между полюсами идеального источника равно 6 В. Все амперметры идеальные, в центре шестиугольника контакта между проводами нет. Найдите показания всех амперметров.



Ответ: амперметр A_1 показывает 6 А, амперметры A_2 и A_4 показывают по 3 А, амперметр A_3 показывает 0 А.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

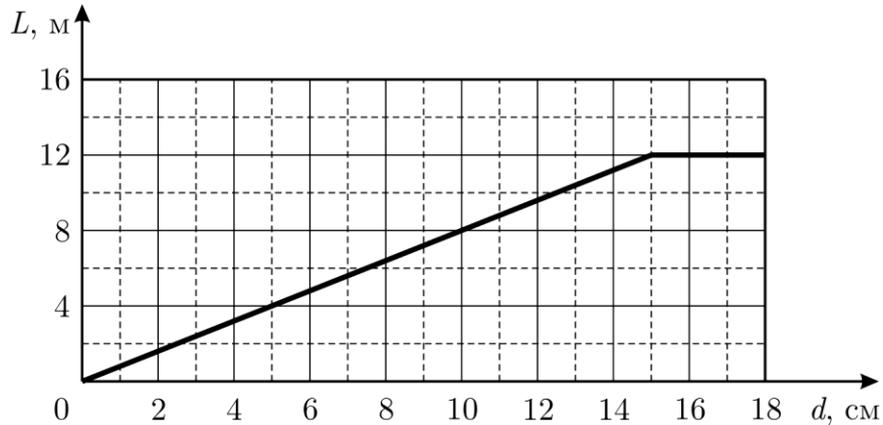
Критерии

- | | |
|--|----------|
| 1) Через амперметр A_3 ток не течет (показание 0 А) | 3 балла. |
| 2) Общее сопротивление цепи равно 1 Ом | 2 балла. |
| 3) Амперметр A_1 показывает 6 А | 1 балл. |
| 4) Через резисторы, изображенные на схеме сверху и снизу, текут токи силой 2 А | 1 балл. |
| 5) Через резисторы, изображенные на схеме слева и справа, текут токи силой 1 А | 1 балл. |
| 6) Амперметры A_2 и A_4 показывают по 3 А | 2 балла. |

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 4

Гуляя по улице в солнечный день, школьник увидел ровную горизонтальную площадку, на которой стояло много вертикальных цилиндрических столбов одинаковой высоты, но разного диаметра. Школьник заметил, что столбы разного диаметра отбрасывают «полные» тени разной длины, несмотря на то, что все они имеют одинаковую высоту. Он понял: это происходит из-за того, что Солнце не является точечным источником света, а имеет угловой размер $\alpha \approx 0,5^\circ \approx 0,01$ рад. Заинтересовавшись, школьник стал измерять диаметры столбов d и длины L их теней, а затем построил график зависимости $L(d)$ – этот график показан на рисунке. Определите с помощью этого графика высоту столбов.



Ответ: высота столбов равна $H = L_0 \frac{\sqrt{1 - (k\alpha)^2}}{k\alpha} = 9$ м (при грубом переводе градусов в радианы)

или $H \approx 12$ м.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Если бы Солнце было точечным источником света, то длина всех теней была бы одинакова и равна $L_0 = H \operatorname{ctg} \varphi$ (угол восхождения Солнца над горизонтом равен φ) 1 балл
2. Если Солнце – не точечный источник, то длина тени равна $L = \frac{d \cos \varphi}{\alpha} = kd$ 2 балла
3. Длина тени будет увеличиваться с ростом диаметра столба до тех пор, пока она не достигнет максимального значения, равного $L_0 = 12$ м, соответствующего самому толстому столбу, который имеет диаметр 15 см 2 балла
4. Из графика определен коэффициент $k = 0,8 \text{ м/см} = 80$ 3 балла
5. Высота столбов равна $H = L_0 \operatorname{tg} \varphi = L_0 \frac{\sqrt{1 - (k\alpha)^2}}{k\alpha} = 9$ м (или, более точно, $H \approx 12$ м) 2 балла

ВСЕГО: 10 баллов.