

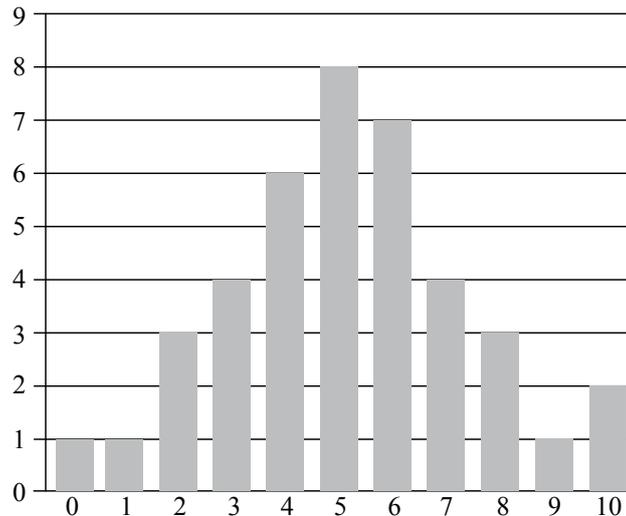


Пригласительный тур XI олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 1

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (От 6 класса. 1 балл.) В двух классах (всего 40 школьников) проводилась проверочная работа. В работе было 10 заданий. Каждое верно решённое задание даёт школьнику 1 балл. Распределение баллов представлено на диаграмме: столбики показывают, сколько школьников получили 0 баллов, 1 балл и так далее.



Какие выводы можно сделать? (Отметьте безусловно верные утверждения.)

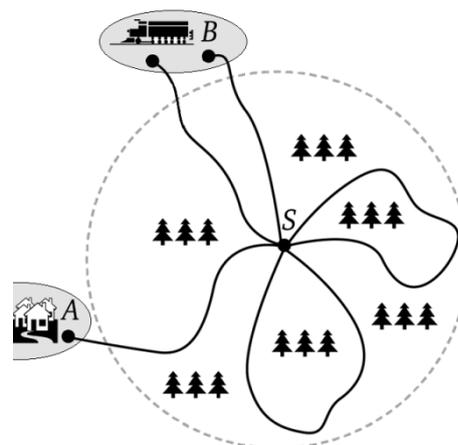
1. С задачей № 9 справился ровно один человек.
2. Большинство школьников получили от 4 до 6 баллов включительно.
3. Не найдётся никого, кто правильно решил все задачи.
4. Найдутся по крайней мере два человека, которые решили задачу № 9.
5. По крайней мере половина участников получили не менее 5 баллов.

2. (От 6 класса. 1 балл.) Термометр измеряет температуру воды в бассейне. Вероятность того, что температура окажется выше 23°C , равна $3/4$. Вероятность того, что температура ниже 26°C , равна $2/3$. Найдите вероятность того, что температура окажется в пределах от 23°C до 26°C .

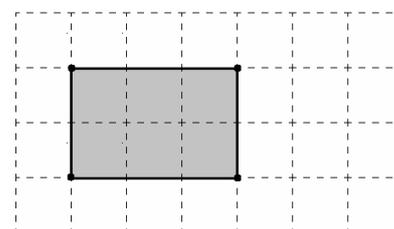
3. (От 6 класса. 1 балл.) В микрорайоне проводился опрос по поводу благоустройства территории. В опросе участвовало множество людей, из них 60 % – женщины, а остальные – мужчины. За устройство детской площадки высказалось 70 % женщин и 40 % мужчин. Сколько процентов всех опрошенных высказалось за устройство детской площадки?

4. (От 6 класса. 1 балл.) В понедельник, вторник и в среду самолёт летал из Москвы в Иркутск и обратно. Известно, что за эти три дня среднее время в пути на маршруте Москва–Иркутск было 6 часов. Ещё известно, что в понедельник самолёт летел в Москву на полчаса дольше, чем он летел во вторник в Иркутск; во вторник он летел в Москву на час дольше, чем в среду в Иркутск, а в среду он летел в Москву столько же времени, сколько в понедельник в Иркутск. Найдите среднее время, которое самолёт был в пути на маршруте Иркутск–Москва.

5. (От 7 класса. 1 балл.) Сергей Петрович заблудился в лесу. Поблуждав, он вышел в точку S , где встречаются все лесные тропинки (см. рисунок). Он хочет выйти к посёлку (A) или на станцию (B), куда из точки S ведут тропинки. Но есть ещё кольцевые тропинки, которые возвращаются в точку S . Сергей Петрович пробует тропинки в случайном порядке. При этом он запоминает, где ходил, поэтому если он прошёл по кольцевой тропинке, то второй раз по ней он уже не пойдёт – ни в ту, ни в другую сторону. Путь по каждой тропинке занимает ровно 20 минут. Какова вероятность того, что Сергей Петрович выйдет из леса ровно через час?



6. (От 7 класса. 1 балл.) На рисунке справа изображена прямоугольная сетка 4×7 . Сколько всего существует прямоугольников, у которых вершины расположены в узлах сетки, а стороны лежат на линиях сетки? Один такой прямоугольник показан для примера.



Задания с развёрнутым решением (требуется полное решение и ответ)

7. (От 7 класса. 2 балла.) Число m называется медианой числового набора, если выполняются два условия.

1. Хотя бы половина чисел в наборе не меньше числа m .
2. Хотя бы половина чисел в наборе не больше числа m .

Даны два числовых набора, у каждого из которых число 3 – медиана. Докажите, что если объединить эти наборы, то у получившегося набора число 3 тоже будет медианой.

8. (От 8 класса. 3 балла.) На турбазу приехали туристы. В первый день туристы познакомились и каждые двое независимо от прочих с вероятностью p обменялись номерами мобильных телефонов. Утром второго дня туристы разбились на две группы – в одной 5 человек, а в другой 8 человек. Группы пошли по двум разным маршрутам. Найдите вероятность того, что группы смогут связаться друг с другом по телефону (внутри каждой группы туристы свободно общаются друг с другом, мобильные телефоны у всех работают, мобильная связь есть).

9. (От 8 класса. 3 балла.) На новогоднем празднике у троих первоклассников на голове красные колпаки, а у семерых – синие. Все десять встают в хоровод вокруг ёлки в случайном порядке. Найдите вероятность того, что хотя бы два первоклассника в красных колпаках окажутся рядом.

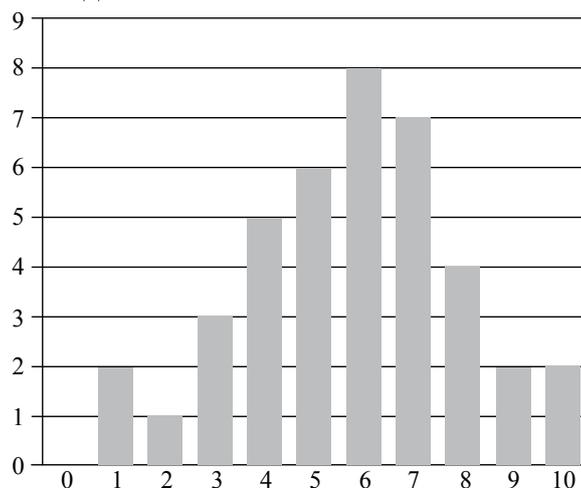


Пригласительный тур XI олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 2

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (От 6 класса. 1 балл.) В двух классах (всего 40 школьников) проводилась проверочная работа. В работе было 10 заданий. Каждое верно решённое задание даёт школьнику 1 балл. Диаграмма показывает распределение баллов: столбики показывают, сколько школьников получили 0 баллов, 1 балл и так далее.



Какие выводы можно сделать? (Отметьте безусловно верные утверждения.)

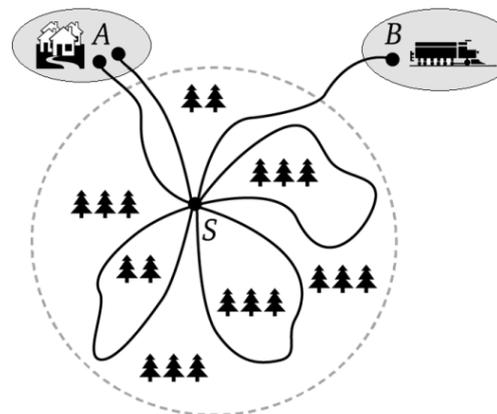
1. Меньше половины школьников получили менее 6 баллов.
2. С задачей № 8 справились ровно четыре человека.
3. По крайней мере половина участников получили не менее 6 баллов.
4. Найдутся два школьника, которые решили все задачи.
5. Найдутся по крайней мере два школьника, решившие задачу № 2.

2. (От 6 класса. 1 балл.) Барометр измеряет атмосферное давление. Вероятность того, что давление окажется выше 746 мм рт. ст., равна $\frac{2}{3}$. Вероятность того, что давление ниже 752 мм рт. ст., равна $\frac{4}{5}$. Найдите вероятность того, что давление окажется в пределах от 746 мм рт. ст. до 752 мм рт. ст.

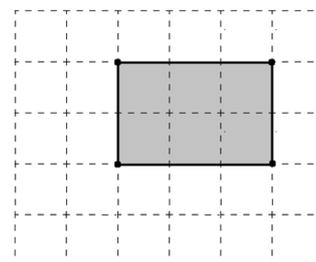
3. (От 6 класса. 1 балл.) В доме проводился опрос по поводу благоустройства подъездов. В опросе участвовало множество людей, из них 70 % – женщины, а остальные – мужчины. За капитальный ремонт высказалось 50 % женщин и 70 % мужчин. Сколько процентов всех опрошенных высказалось за капитальный ремонт?

4. (От 6 класса. 1 балл.) В понедельник, вторник и в среду самолёт летал из Москвы во Владивосток и обратно. Известно, что за эти три дня среднее время в пути на маршруте Москва–Владивосток было 8 часов 30 минут. Ещё известно, что в понедельник самолёт летел в Москву на час дольше, чем он летел во вторник во Владивосток; во вторник он летел в Москву на полчаса дольше, чем в среду во Владивосток, а в среду он летел в Москву на полтора часа дольше, чем в понедельник во Владивосток. Найдите среднее время, которое самолёт был в пути на маршруте Владивосток–Москва.

5. (От 7 класса. 1 балл.) Сергей Петрович заблудился в лесу. Поблуждав, он вышел в точку S , где встречаются все лесные тропинки (см. рисунок). Он хочет выйти к посёлку (A) или на станцию (B), куда из точки S ведут тропинки. Но есть ещё кольцевые тропинки, которые возвращаются в точку S . Сергей Петрович пробует тропинки в случайном порядке. При этом он запоминает, где ходил, поэтому если он прошёл по кольцевой тропинке, то второй раз по ней он уже не пойдёт – ни в ту, ни в другую сторону. Путь по каждой тропинке занимает ровно 20 минут. Какова вероятность того, что Сергей Петрович выйдет из леса ровно через 40 минут?



6. (От 7 класса. 1 балл.) На рисунке справа изображена прямоугольная сетка 5×6 . Сколько всего существует прямоугольников, у которых вершины расположены в узлах сетки, а стороны лежат на линиях сетки? Один такой прямоугольник показан для примера.



Задания с развёрнутым решением (требуется полное решение и ответ)

7. (От 7 класса. 2 балла.) Средним арифметическим числового набора называется отношение суммы всех чисел набора к количеству чисел в наборе.

Даны два числовых набора, у первого среднее арифметическое равно 2, а у второго среднее арифметическое равно 5. Докажите, что если объединить эти наборы, то среднее арифметическое получившегося набора будет больше 2, но меньше 5.

8. (От 8 класса. 3 балла.) На турбазу приехали туристы. В первый день туристы познакомились и каждые двое независимо от прочих с вероятностью p обменялись номерами мобильных телефонов. Утром второго дня туристы случайным образом разбились на две группы: в одной 6 человек, а в другой 7 человек. Одна группа ушла в пеший поход, а другая – в водный поход на байдарках. Найдите вероятность того, что группы смогут связаться друг с другом по телефону (внутри каждой группы туристы свободно общаются друг с другом, мобильные телефоны у всех работают, мобильная связь есть).

9. (От 8 класса. 3 балла.) На новогоднем празднике у троих первоклассников на голове зелёные колпаки, а у шестерых – красные. Все девять встают в хоровод вокруг ёлки в случайном порядке. Найдите вероятность того, что никакие два первоклассника в зелёных колпаках не окажутся рядом.