

**Задача 1.** Приведите пример девятизначного натурального числа, которое делится на 2, если зачеркнуть вторую (слева) цифру, на 3 — если зачеркнуть в исходном числе третью цифру, ..., делится на 9, если в исходном числе зачеркнуть девятую цифру.

**Задача 2.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA'$  и  $BB'$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Докажите, что расстояние от точки  $A'$  до прямой  $BO$  равно расстоянию от точки  $B'$  до прямой  $AO$ .

**Задача 3.** На прямой сидят 2019 точечных кузнечиков. За ход какой-нибудь из кузнечиков прыгает через какого-нибудь другого так, чтобы оказаться на прежнем расстоянии от него. Прыгая только вправо, кузнечики могут добиться того, чтобы какие-то двое из них оказались на расстоянии ровно 1 мм друг от друга. Докажите, что кузнечики могут добиться того же, прыгая из начального положения только влево.

**Задача 4.** Каждая точка плоскости раскрашена в один из трёх цветов. Обязательно ли найдётся треугольник площади 1, все вершины которого имеют одинаковый цвет?

**Задача 5.** Петя и Вася играют в игру. Для каждого из пяти различных переменных из набора  $x_1, \dots, x_{10}$  имеется единственная карточка, на которой записано их произведение. Петя и Вася по очереди берут по карточке, начинает Петя. Когда все карточки разобраны, Вася присваивает переменным значения как хочет, но так, что  $0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_{10}$ . Может ли Вася гарантированно добиться того, чтобы сумма произведений на его карточках была больше, чем у Пети?

**Задача 6.** Рассмотрим на клетчатой плоскости такие ломаные с началом в точке  $(0, 0)$  и вершинами в точках с целыми координатами, что каждое очередное звено идёт по сторонам клеток либо вверх, либо вправо. Каждой такой ломаной соответствует *червяк* — фигура, состоящая из клеток плоскости, имеющих хотя бы одну общую точку с этой ломаной. Докажите, что червяков, которых можно разбить на двуклеточные доминошки ровно  $n > 2$  различными способами, столько же, сколько натуральных чисел, меньших  $n$  и взаимно простых с  $n$ . (Червяки разные, если состоят из разных наборов клеток.)

---

XVII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 14 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mcsme.ru/ustn/](http://olympiads.mcsme.ru/ustn/)

---

Задачи, решения, информация о закрытии  
LXXXII Московской математической олимпиады  
на сайте [mcsme.ru/mmo/](http://mcsme.ru/mmo/)