Условия задач, ответы, критерии оценивания

Механизм (8 баллов), Бычков А. И., Крюков П. А.

На рис. 1 изображена схема кривошипно-шатунного механизма паровой машины с качающимся цилиндром. Кривошип OA длиной r вращается с угловой скоростью ω вокруг точки O. В точке A кривошип шарнирно соединен со стержнем AC, продетым сквозь муфту, закрепленную на шарнире B, так что муфта может свободно вращаться вокруг точки B. $OB = a$, $AC > a + r$.

1) Чему равен угол α в тот момент, когда угловая скорость муфты минимальна?
2) Определите максимальную угловую скорость муфты.

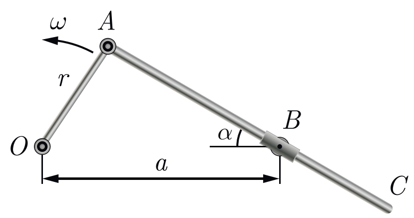


Рис. 1

Ответ: 1) $\sin\alpha = \dfrac{r}{a}$; 2) $\Omega_{\max} = \omega \cdot \dfrac{r}{a-r}$.

Распределение баллов

1. Получен верный ответ в виде $\sin\alpha = \dfrac{r}{a}$ или $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{r}{a}\right)$, при этом поясняется, что угловая скорость муфты минимальна (или равна нулю) в момент, когда скорости всех точек стержня направлены вдоль стержня — **3 балла**.
   Если высказано соображение о том, что угловая скорость муфты минимальна, когда скорости всех точек стержня направлены вдоль стержня, но ответ на первый вопрос не верный – **2 балла**.
2. Получен верный ответ ($\Omega_{\max} = \omega \cdot \dfrac{r}{a-r}$) при этом поясняется, что угловая скорость муфты максимальна в тот момент, когда точка A пересекает отрезок OB — **5 баллов**.
   Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).
   (a) Указано, что максимальная угловая скорость муфты Ω достигается, когда отношение $\dfrac{v_\perp}{AB}$ максимально — **2 балла**.
   (b) Показано, что максимальное значение $v_\perp$ равно ωr и достигается, когда кривошип и стержень располагаются горизонтально — **1 балл**.
   (c) Доказано, что максимальное значение Ω достигается, когда точка A пересекает отрезок OB — **1 балл**.

Ходьба на Земле и на Марсе (10 баллов), Крюков П. А.

В простейшей физической модели пешей ходьбы считается, что центр масс человека движется по периодической кривой, повторяющийся участок которой представляет собой дугу окружности с радиусом, равным длине ноги человека H. Определите в рамках этой модели отношение максимальных скоростей ходьбы на Земле и на Марсе, а также отношение мощностей, затрачиваемых при ходьбе с максимально возможной скоростью на этих планетах. Масса Марса составляет 0,11 массы Земли, радиус Марса равен 0,53 радиуса Земли. По поверхности Марса человек перемещается в скафандре, масса которого составляет примерно треть массы человека. Траектории центра масс человека на Земле и человека в скафандре на Марсе считайте одинаковыми. Учтите, что при ходьбе необходим постоянный контакт хотя бы одной ноги с поверхностью планеты.

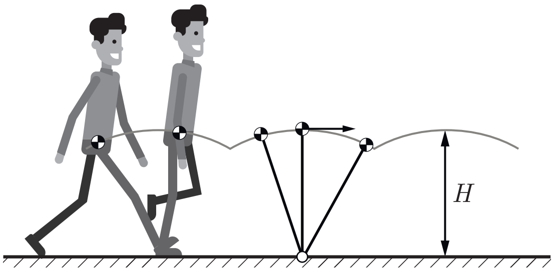


Рис. 2

Ответ: 1) $\dfrac{u_{\text{З.max}}}{u_{\text{M.max}}} = \sqrt{\dfrac{g_{\text{З}}}{g_{\text{M}}}} \approx 2{,}6$; 2) $\dfrac{P_{\text{З.max}}}{P_{\text{M.max}}} = \dfrac{3}{4} \cdot \left(\dfrac{g_{\text{З}}}{g_{\text{M}}}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 3{,}1$.

Распределение баллов

1. Получено верное значение отношения максимальных скоростей, удовлетворяющее неравенству $1{,}5 < \dfrac{u_{\text{З.max}}}{u_{\text{M.max}}} < 1{,}7$, и приведено непротиворечивое обоснование — **4 балла**.

   Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

   (a) Высказано соображение о том, что максимальная скорость ходьбы пропорциональна $\sqrt{gH}$ — **2 балла**.

   (b) Вычислено с точностью 10 % отношение ускорений свободного падения на Земле и на Марсе — **1 балл**.

2. Получено верное значение отношения мощностей, затрачиваемых при ходьбе, попадающее в диапазон $\dfrac{P_{\text{З.max}}}{P_{\text{M.max}}} = 3{,}1 \pm 0{,}3$, при этом даются соответствующие непротиворечивые пояснения (такие, как в решении, или иные) — **6 баллов**.

   Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

   (a) Высказано соображение о том, что мощность затрачивается на увеличение потенциальной энергии центра масс на каждом шаге — **2 балла**.

   (b) Получено соотношение $P = \dfrac{A}{\Delta t} = \dfrac{mg\Delta h \cdot u_{\max}}{L}$ или аналогичное — **2 балла**.

   (c) Учтено, что на Марсе человек перемещается в скафандре — **1 балл**.

Сухой лёд (10 баллов), Ромашка М. Ю.

Сухой лёд — твёрдый диоксид углерода (CO_2), при нормальных условиях переходящий в газообразное состояние, минуя жидкую фазу (процесс *сублимации*). При давлении $p_0 = 10^5$ Па динамическое равновесие между твёрдой и газовой фазами достигается при температуре $t_S = -79°$ C, при которой плотность твёрдого диоксида углерода равна $\rho = 1560$ кг/м^3, а удельная теплота сублимации равна $q = 590$ кДж/кг. При температуре $T_0 = 300$ K в термос объёмом $V_0 = 1{,}0$ л, в котором изначально ничего не было, кроме воздуха, поместили небольшой кусочек сухого льда объёмом $V_1 = 1$ см^3 и тут же герметично закрыли пробкой. Какая температура и какое давление установятся в термосе в состоянии термодинамического равновесия? Начальная температура сухого льда равна t_S. Молярная масса диоксида углерода равна $\mu_1 = 44$ г/моль. Считайте, что термос обеспечивает идеальную теплоизоляцию содержимого, молярная теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равна $c_V = \dfrac{5R}{2}$.

Ответ: $p_2 = \dfrac{(\nu + \nu_0)RT_S}{V_0} \approx 7 \cdot 10^4$ Па.

Распределение баллов

1. Установлен (любым способом) факт: лёд не сублимирует полностью (т. е. в конечном состоянии останется кусок твёрдого льда) — **4 балла**.
   Отметим, что при исследовании этого вопроса школьники могут действовать разными способами. Например, можно записать уравнение теплового баланса в предположении, что лёд сублимирует полностью, и прийти к противоречию. Противоречие будет означать, то на самом деле лёд сублимирует только частично.
   Если этот пункт не выполнен до конца, то ставятся частичные баллы за следующие действия.
   (a) Вычислено количество теплоты, которое отдаст воздух при остывании до температуры t_s — **2 балла**.
   Если численное значение этой теплоты не найдено, но присутствует общая формула
   $$Q_0 = \nu_0 c_V (T_0 - T_S),$$
   выражающая количество теплоты через известные из условия данные, либо отдельно вычислено число молей воздуха в термосе — **1 балл**.
   (b) Вычислено количество теплоты, которое получил бы лёд, если бы он сублимировал полностью — **1 балл**.
   (c) Школьник пошёл другим путём и записал уравнение теплового баланса в предположении, что лёд сублимирует полностью, но при записи или решении уравнения допущена ошибка, либо не сделан правильный вывод о том, что лёд сублимирует частично — **1 балл** или **2 балла** на усмотрение проверяющего.
   (d) Не выполнен ни один из предшествующих пунктов (a) — (c), но сделано верное утверждение, что лёд не сублимирует полностью, и присутствует какая-то попытка обоснования — **от 0 до 2 баллов** на усмотрение проверяющего.
2. После утверждения о том, что лёд сублимирует частично, сделан вывод о том, что конечная температура содержимого составляет 195 K (или 79 °C)
3. После сделанных выше выводов с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона найдено конечное давление воздуха в термосе с погрешностью не более 10 % — **5 баллов**.
   Если этот пункт не выполнен до конца, то ставятся частичные баллы за следующие действия.
   (a) Численный ответ для давления ошибочный или отсутствует, но при этом получена общая формула, выражающая давление через известные данные задачи, — **4 балла**.
   (b) Численный ответ для давления ошибочный или отсутствует, но при этом получена общая

формула для давления в виде

$$p_2 = \frac{(\nu + \nu_0)RT_S}{V_0} \approx 7 \cdot 10^4 \text{ Па}, \qquad (1)$$

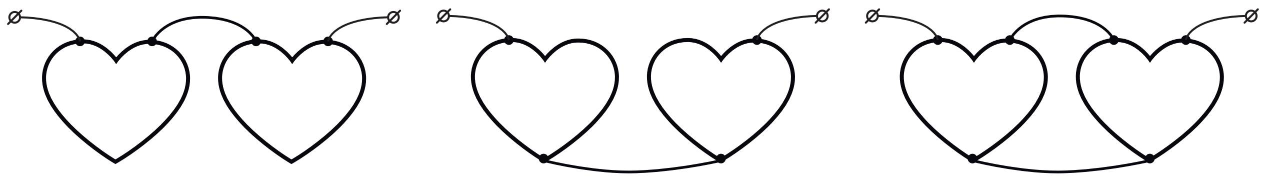
а верные формулы для количества воздуха и диоксида углерода записаны отдельно — **4 балла**.

(c) Численный ответ для давления ошибочный или отсутствует, но при этом получена общая формула для давления в виде (1), а верная формула записана только для количества воздуха или для количества диоксида углерода — **3 балла**.

(d) Не выполнен ни один из предыдущих пунктов, но отдельно найдено число молей сублимировавшего диоксида углерода — **2 балла**.
Если присутствует только формула для количества молей сублимировавшего диоксида углерода, а численное значение не найдено — **1 балл**.

К дню святого Валентина (10 баллов), Ромашка М. Ю.

Из одинаковых проволочных фигур-сердечек, показанных на рисунке ниже (каждое сердечко имеет ось симметрии) собрали три электрические цепи. Сопротивление первой цепи между выводами $R_1 = 12$ Ом, сопротивление второй — $R_2 = 15$ Ом. Найдите сопротивление R_3 третьей цепи. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$R_1 = 12$ Ом $\qquad$ $R_2 = 15$ Ом $\qquad$ $R_3 =?$

Ответ: $R_3 = 9{,}6$ Ом.

Распределение баллов

Распределение баллов зависит от способа решения. Второй способ использует преобразование треугольник–звезда для каждого сердечка.

Способ 1

1. Введены сопротивления частей сердечек (R и r, либо другие обозначения; возможно, верхняя часть сердечка разбита на две части), и сопротивления цепей 1 и 2 выражены через сопротивления частей сердечек — **3 балла** (если результат верный для обеих схем).
   За отсутствие рисунков эквивалентных схем в этом пункте баллы не снижаются.
   Если верно выражено одно из сопротивлений, а при выражении другого допущена ошибка — **2 балла**.
   Если не использовано соображение симметрии (введено три неизвестных вместо двух для элементов сердечек), то — **1 балл** за каждую схему, однако, если симметрия учтена как-либо в дальнейшем — **3 балла** за этот пункт.
2. Сопротивления R и r (или другие обозначения) частей сердечек выражены через R_1 и R_2 любым способом (численно, либо в виде общих формул) — **2 балла**.
   Если этот пункт выполнен не полностью, но найдено (численно или в общем виде) хотя бы одно из сопротивлений — **1 балл**.
   Если сопротивления R и r не найдены, но найдено их отношение — **1 балл**.
3. Сопротивление R_3 третьей схемы выражено через элементы сердечек (R и r, либо другие обозначения) любым способом (в том числе, возможно, с применением правил Кирхгофа, метода потенциалов или других методов расчёта цепей) — **3 балла**.
   Если в этом пункте допущена одна ошибка по невнимательности — **2 балла**.
   При существенных ошибках — **1 или 0 баллов** на усмотрение проверяющего.
4. Получен правильный числовой ответ — **2 балла**. Если получена правильная общая формула, но числовой ответ отсутствует или отличается от верного более чем на 0,4 Ом — **1 балл**.

Возможна ситуация, когда при решении системы уравнений получена верная общая формула, но промежуточный второй этап (явное выражение R и r через R_1 и R_2) отсутствует. В этом случае, если числовой ответ верный — **10 баллов**; если числовой ответ неверный — **9 баллов**.

Способ 2

1. Сформулирована идея: любой трёхполюсник можно представить как треугольник или как звезду, исходно каждое сердечко соответствует схеме «треугольник», можно заменить каждое сердечко схемой «звезда» — **3 балла**.
2. Учтено соображение симметрии и введены сопротивления эквивалентных резисторов x и y (или другие обозначения) — **1 балл**.

3. Сопротивления эквивалентных резисторов x и y связаны с R_1 и R_2 любым способом (в общем виде, либо численно) — **2 балла** (по **1 баллу** за каждую из схем 1 и 2).
4. Сопротивление R_3 третьей схемы выражено через сопротивления эквивалентных резисторов x и y любым способом — **2 балла**.
5. Получен правильный числовой ответ — **2 балла**.
   Если получена правильная общая формула, но числовой ответ отсутствует или неверный — **1 балл**.

Возможна ситуация, когда при решении системы уравнений получена верная общая формула, но промежуточный этап (явное выражение x и y через R_1 и R_2) отсутствует. В этом случае, если числовой ответ верный — **10 баллов**; если числовой ответ неверный — **9 баллов**.

Измерение стеклопакета (10 баллов), Крюков П. А.

Используя мощную лазерную указку, осуществляют эксперимент, схема которого показана на рис. 3. На стекло одинарного стеклопакета (состоит из двух параллельно расположенных стёкол толщиной 3 – 5 мм) направляют лазерный луч сверху вниз под малым углом (порядка 0,1 рад) к поверхности стекла. При этом на масштабно-координатной бумаге (миллиметровке), которая лежит на подоконнике, наблюдают систему ярких пятен (см. рис. 4). Известно, что расстояние между первым (самым ярким) и вторым пятнами равно $l_1 = 20 \pm 2$ мм, а между следующими соседними $l_2 = 19 \pm 2$ мм. Эти расстояния определяются по положению самой яркой области пятна. На рис. 5 показан сильно увеличенный фрагмент фотографии с рис 4, инвертированный (чёрное замененно на белое и наоборот) для удобства восприятия. Найдите по данным эксперимента расстояние D между внутренними поверхностями стёкол. Оцените погрешность полученного результата.

Возможно, при анализе эксперимента вам потребуется значение показателя преломления для стекла. Для разных марок стекла показатель преломления лежит в пределах от 1,4 до 1,7.

Рис. 3

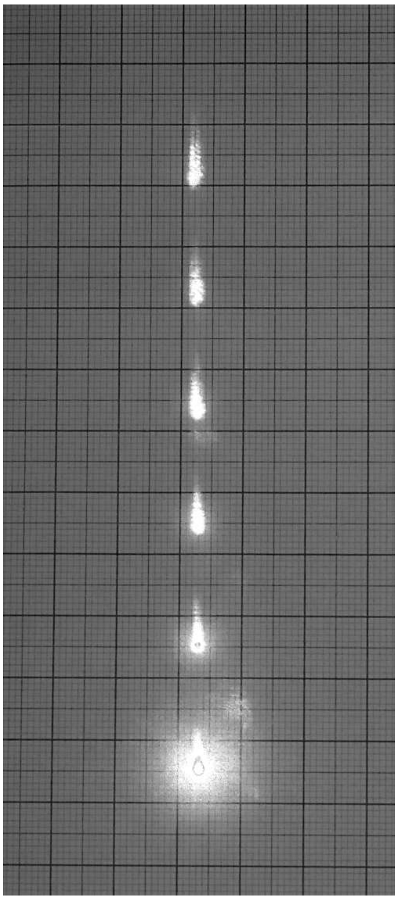


Рис. 4

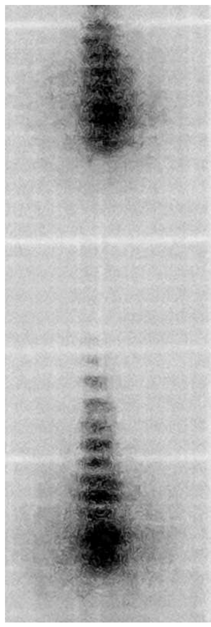


Рис. 5

Ответ: $D = 9{,}5 \pm 1{,}0$ мм.

Распределение баллов

1. Указано, что самые яркие области соседних пятен формируются лучами, испытывающими отражения от внутренних поверхностей стёкол — **3 балла**.

2. Приведены оценки, подтверждающие гипотезу из п. 1, из которых следует, что лучи, испытывающие отражения внутри стёкол, формируют изображения, расположенные на расстояниях значительно меньших, чем расстояние около 20 мм между светлыми пятнами — **5 баллов**.

3. Получено верное числовое значение расстояния между стёклами $D = 9{,}5 \pm 1{,}0$ мм — **2 балла**.

Если в ответе не учитывается погрешность измерения — **1 балл**.