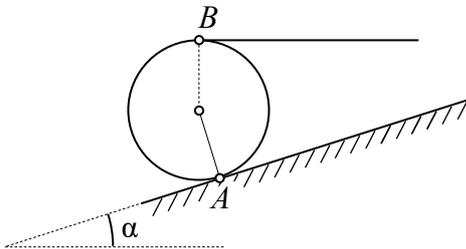
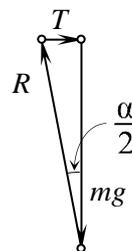


11 класс.

Задача 1. Однородный шар радиусом R и массой m удерживается на наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикреплённой к нему в точке B . Найти натяжение нити T и коэффициент трения μ в точке A , если угол наклона плоскости к горизонту равен α .



Возможное решение. Так как шар покоится под действием плоской системы трёх непараллельных сил (сила тяжести, сила реакции со стороны опоры R и сила реакции со стороны нити T), следовательно, линии действия этих сил пересекаются в одной точке. Значит, линия действия силы R должна пройти через точку пересечения T и mg , отклоняясь от нормали на угол $\frac{\alpha}{2}$. Равновесие шара возможно, если угол $\alpha_{\text{тр}} \geq \frac{\alpha}{2}$, где $\alpha_{\text{тр}}$ – угол трения (максимальный угол, на который может отклониться от нормали вектор силы реакции). Стало быть, $\mu \geq \text{tg} \frac{\alpha}{2}$.



Величину T находим из силового треугольника для шара:

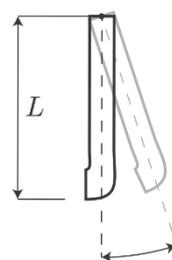
$$T = mg \text{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Критерии оценивания.

- | | |
|--|-----------|
| 1. Линии действия трёх сил пересекаются в одной точке | 2 балла |
| 2. Линия действия силы R отклоняется от нормали на угол $\frac{\alpha}{2}$ | 2 балла |
| 3. $\mu \geq \text{tg} \frac{\alpha}{2}$ (ответ в общем виде и численное значение) | 1+1 балла |
| 4. Нарисован силовой треугольник | 2 балла |
| 5. $T = mg \text{tg} \frac{\alpha}{2}$ (ответ в общем виде и численное значение) | 1+1 балла |

Возможны решения, основанные на законах Ньютона и уравнении моментов.

Задача 2. Труба длиной L вместе с водой имеет массу M . Она прикреплена к стене таким образом, что может свободно вращаться в вертикальной плоскости. Нижний конец трубы с площадью поперечного сечения S повернут на 90 градусов (см. рис.). В верхнюю часть трубы наливают воду таким образом, что из нижнего конца трубы выливается



вода со скоростью v . Найдите угол, на который труба отклонится от вертикали. Плотность воды известна и равна ρ .

Возможное решение. Масса воды, выходящей из трубы в единицу времени, равна:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v.$$

Запишем второй закон Ньютона в импульсной форме для вытекшей воды:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = v \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

По третьему закону Ньютона вытекающая вода с такой же силой действует на трубу, заполненную водой.

Уравнение моментов для трубы относительно точки подвеса:

$$\frac{MgL \sin \alpha}{2} = FL.$$

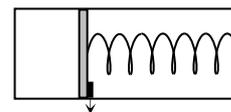
Окончательно получаем:

$$\sin \alpha = \frac{2\rho v^2 S}{Mg}.$$

Критерии оценивания.

- | | |
|--|---------|
| 1. $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v$ | 2 балла |
| 2. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = v \frac{\Delta m}{\Delta t}$ | 4 балла |
| 3. $\frac{MgL \sin \alpha}{2} = FL$ | 3 балла |
| 4. $\sin \alpha = \frac{2\rho v^2 S}{Mg}$ | 1 балл |

Задача 3. В теплоизолированном цилиндре слева от поршня находится один моль идеального одноатомного газа, справа — вакуум. В начальный момент поршень закреплён и пружина недеформирована. Затем поршень отпускают, и газ занимает объём, вдвое больший первоначального. Во сколько раз изменятся температура и давление газа в новом состоянии равновесия? Теплоёмкостями поршня и цилиндра пренебречь.



Возможное решение. Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A \Rightarrow 0 = c_V(T_2 - T_1) + \frac{kx^2}{2},$$

где $c_V = \frac{3}{2}R$, T_2 — конечная температура, T_1 — начальная температура, x — деформация пружины в конечном состоянии, k — жёсткость пружины.

Поршень в конечном состоянии находится в равновесии, следовательно,

$$p_2 S = kx,$$

где p_2 — давление газа в конечном состоянии, S — площадь поршня.

Преобразуем данное уравнение:

$$p_2 S = kx \Rightarrow p_2 Sx = kx^2 \Rightarrow \frac{p_2 \Delta V}{2} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \frac{p_2 V_1}{2} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{4} = \frac{kx^2}{2},$$

где ΔV – изменение объёма, V_1 – начальный объём газа, V_2 – конечный объём газа.

Из уравнения состояния следует:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{p_2 V_2}{4} = \frac{RT_2}{4}.$$

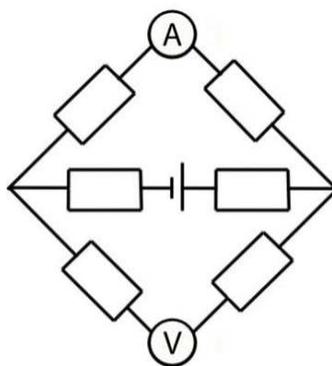
Следовательно,

$$0 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{RT_2}{4} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{V_2} \cdot \frac{V_1}{T_1} = \frac{3}{7}.$$

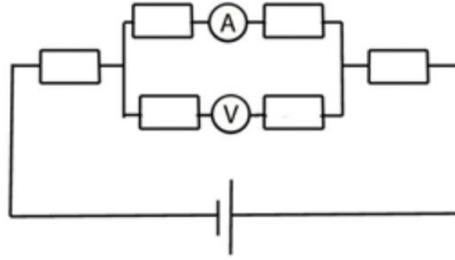
Критерии оценивания.

- | | |
|--|-----------|
| 1. Правильная запись первого начала термодинамики | 0,5 балла |
| 2. Указано, что количество теплоты за процесс равно нулю | 0,5 балла |
| 3. Выражение для изменения внутренней энергии | 0,5 балла |
| 4. Выражение для работы газа | 1 балл |
| 5. Уравнение - равновесие поршня в конечном состоянии | 1 балл |
| 6. Уравнение состояния газа | 0,5 балла |
| 7. Соотношение между T_2 и энергией пружины | 2 балла |
| 8. Найдено отношение температур | 2 балла |
| 9. Найдено отношение давлений | 2 балла |

Задача 4. Найдите показания идеальных амперметра и вольтметра в схеме, изображённой на рисунке. Напряжение идеальной батарейки U , сопротивление каждого резистора R .



Возможное решение. Для наглядности можно перерисовать схему:



Ток в ветви, в которой подключён идеальный вольтметр, равен нулю. Значит, $I_A = \frac{U}{4R}$.
Показание вольтметра равно:

$$U_V = I_A \cdot 2R = \frac{U}{2}.$$

Критерии оценивания.

1. Ток в ветви, в которой подключён идеальный вольтметр, равен нулю 2 балла
2. $I_A = \frac{U}{4R}$ (ответ в общем виде и численное значение) 3 + 1 балла
3. $U_V = \frac{U}{2}$ (ответ в общем виде и численное значение) 3 + 1 балла

Числовые ответы по вариантам

<i>Вариант 1</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{9,8}{\sqrt{3}} \approx 5,8 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 2 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 4 \text{ В}$
<i>Вариант 2</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{19,6}{\sqrt{3}} \approx 11,5 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 1 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 2 \text{ В}$
<i>Вариант 3</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{29,4}{\sqrt{3}} \approx 17,3 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 0,5 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 1 \text{ В}$
<i>Вариант 4</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{39,2}{\sqrt{3}} \approx 23,1 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 2,25 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 4,5 \text{ В}$
<i>Вариант 5</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{49}{\sqrt{3}} \approx 28,8 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 1 \text{ А}$

		$U_V = U/2 = 6 \text{ В}$
<i>Вариант 6</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{58,8}{\sqrt{3}} \approx 34,6 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 1,25 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 5 \text{ В}$
<i>Вариант 7</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{68,6}{\sqrt{3}} \approx 40,4 \text{ Н}$
	Задача 4	$I_A = U/4R = 0,5 \text{ А}$ $U_V = U/2 = 5 \text{ В}$
<i>Вариант 8</i>	Задача 1	$\mu \geq 1/\sqrt{3}$ $T = \frac{78,4}{\sqrt{3}} \approx 46,1 \text{ Н}$
	Задача 4	Численных значений нет, за формулы из п. 2 и 3 ставится 4 балла при наличии ответов в общем виде.