

**Условия задач, ответы, критерии оценивания****1. О пробке (8 баллов), Ролдугин С. Г.**

Поток автомашин движется по четырёхполосной магистрали. При этом средняя скорость автомобиля равна 60 км/ч. Средняя длина автомобиля 4 метра. Вблизи места дорожно-транспортного происшествия количество полос, доступных для движения, уменьшается до двух, а скорость автомашин уменьшается до 6 км/ч. На рис. 1 приведена схема, изображенная без соблюдения масштаба. Если среднее расстояние между автомобилями при движении по магистрали x небольшое, то перед ДТП образуется пробка — область, в которой машины движутся вплотную друг к другу с маленькой скоростью.

1) При каком среднем расстоянии x между автомобилями при их движении по магистрали произошедшее ДТП не приведёт к возникновению протяжённой пробки?

2) За полтора километра до ДТП на трассе располагается перекрёсток со светофором. За какое время после возникновения ДТП необходимо ликвидировать его последствия для дорожного движения, чтобы это не привело к затору на перекрёстке, если $x = 16$ м?

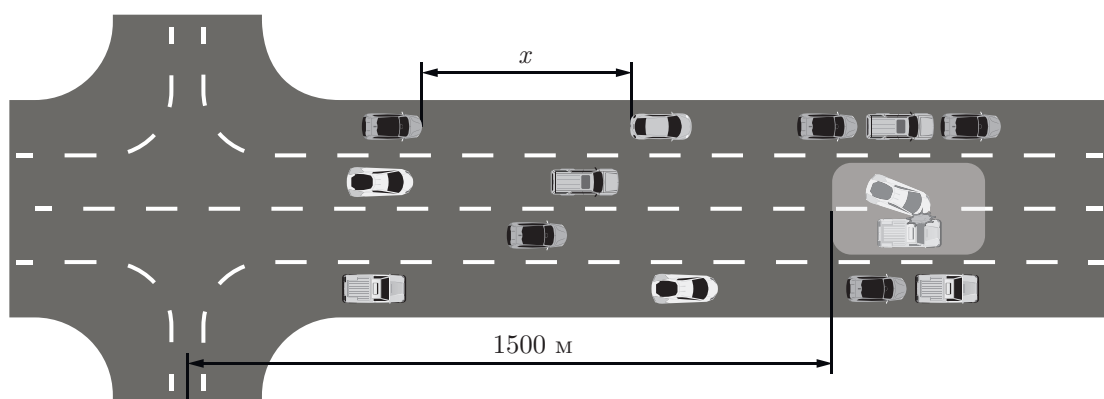


Рис. 1

Ответ: 1) $x > 76$ м 2) $t < 10$ мин.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

1) Высказана мысль о том, что пробка не достигнет большого размера, если она вообще не увеличивается в размерах. Это происходит только тогда, когда пропускная способность дороги вблизи ДТП не меньше, чем пропускная способность на магистрали — **2 балла**.

2) Получены соотношения:

$$N_1 = 4 \cdot \frac{v_1}{l+x} \quad \text{и} \quad N_2 = 2 \cdot \frac{v_2}{l+y}$$

для пропускной способности на магистрали и вблизи ДТП — **2 балла**.

3) Получено неравенство $x > 2l \cdot \frac{v_1}{v_2} - l$ или $x > 76$ м, дающее ответ на первый вопрос задачи — **1 балл**.

Если последнее неравенство получено каким-то другим способом (не так, как в авторском решении), то общее количество баллов за первый вопрос — **5 баллов**.

4) Указано, что скорость движения границы пробки оценивается формулой

$$u = \left(4 \cdot \frac{v_1}{l+x} - 2 \cdot \frac{v_2}{l} \right) \cdot \frac{l}{4},$$

— **2 балла**.

5) Получен верный ответ на второй вопрос задачи $t < 10$ мин — **1 балл**.

Если ответ получен каким-то другим способом (не так как в решении), то общее количество баллов за второй вопрос задачи — **3 балла**.

2. Василий и бетон (12 баллов), Трушников Н. Д.

Василию нужно залить фундамент дачного дома, для чего ему необходимо $9,4 \text{ м}^3$ бетона, при этом бюджет Василия ограничен суммой 50 000 рублей. Известно, что для получения бетона необходимо смешать цемент с песком и щебнем, при этом, чем больше объемная доля цемента в смеси, тем качественнее получается бетон, и тем больше значение марки бетона.

В магазине Василий узнал, что цена цемента составляет 180 руб за 50 кг, цена песка составляет 102 руб за 50 кг, цена щебня составляет 130 руб за 40 кг, а соотношения объемов материалов для разных марок бетона указаны в таблице ниже.

Марка бетона	$V_{\text{цемента}} : V_{\text{песка}} : V_{\text{щебня}}$	Цена бетона (руб за кубометр)
M200	1,0 : 3,2 : 4,9	
M250	1,0 : 2,4 : 3,9	
M300	1,0 : 2,2 : 3,7	
M400		5 385

К сожалению, часть данных в таблице была утеряна.

1) Помогите Василию заполнить пустые ячейки в таблице. Известно, что объем песка в марке бетона M400 в два раза меньше объема щебня.

2) Определите, какую наилучшую марку бетона может позволить себе Василий. Плотность цемента составляет $\rho_{\text{цем}} = 1200 \text{ кг/м}^3$, плотность песка — $\rho_{\text{пес}} = 1600 \text{ кг/м}^3$, плотность щебня — $\rho_{\text{щеб}} = 2100 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: 1) ответы приведены в таблице ниже 2) наилучшая возможная марка бетона M250.

Марка бетона	$V_{\text{цемента}} : V_{\text{песка}} : V_{\text{щебня}}$	Цена бетона (руб за кубометр)
M200	1,0 : 3,2 : 4,9	5 298
M250	1,0 : 2,4 : 3,9	5 311
M300	1,0 : 2,2 : 3,7	5 327
M400	1,0 : 1,4 : 2,8	5 385

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Получен правильный ответ с обоснованным решением — **12 баллов**.

1) Записана формула, выражающая объемы компонент в одном кубометре (не обязательно, как в решении) — **2 балла**.

2) Записана формула для цены кубометра бетона — **3 балла**.

3) Рассчитаны цены марок бетона — **3 балла** (по **1 баллу** за каждую марку).

4) Для марки M400 записана формула цены с учетом соотношения объемов фракций, данного в условии — **2 балла**.

5) Найдено соотношение объемов фракций в M400 — **1 балл**.

6) Показано, что M250 — наилучшая марка, которую может выбрать Василий — **1 балл**.

3. Пешком до кафе (10 баллов), Акулич И.

Утром после крепкого сна Крокодил Гена и Чебурашка отправились каждый из своего дома в кафе позавтракать. Шли друзья навстречу друг другу с постоянными скоростями по прямой дороге. Каково же было их удивление, когда они встретились у входа в кафе. Оказалось, что за 5 минут до встречи расстояние между ними равнялось 1200 м, за 10 минут до встречи — 2025 м, за 15 минут — 2475 м и за 20 минут — 2655 м. Найдите расстояние между домами, в которых живут Гена и Чебурашка. С какими скоростями они шли?

Ответ: Расстояние между домами равно 2 655 м. Скорости друзей равны 2,5 м/с и 1,5 м/с.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Получен правильный ответ с обоснованным решением — **10 баллов**.

1) Высказано соображение, что Гена и Чебурашка стартовали из своих домов не одновременно — **3 балла**.

2) Доказано любым способом, что за 5 минут до встречи Гена и Чебурашка шли к кафе — **1 балл**.

3) Доказано любым способом, что за 10 минут и за 15 минут до встречи один из друзей шёл к кафе, а второй был дома — **1 балл**.

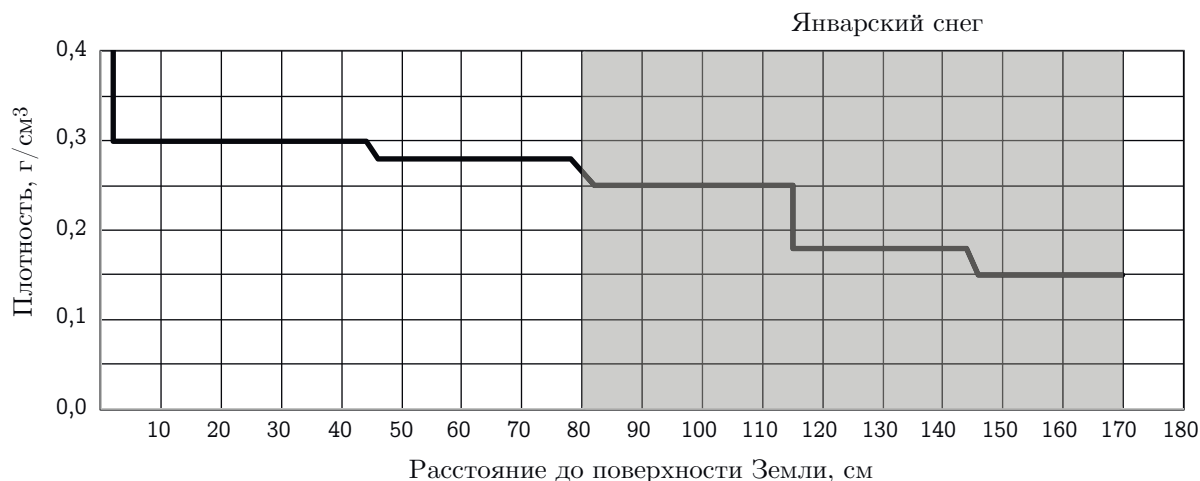
4) Получен ответ на первый вопрос (расстояние между домами) — **1 балл**.

5) Найдено значение скорости одного из друзей — **2 балла**.

6) Найдено значение скорости второго — **2 балла**.

4. Плотность снега в Красной Поляне (10 баллов), Сергеев М. Э.

В конце января 2017 года учёные географического факультета МГУ проводили снегомерные работы в Красной Поляне, в долине реки Лаура. В результате измерений был получен график зависимости плотности снега в г/см^3 от расстояния до поверхности Земли в сантиметрах. Непосредственно к грунту примыкала ледяная корка толщиной 2 см и плотностью $0,85 \text{ г/см}^3$ (соответствующие точки на график не попали). Верхний слой (от 145 см до 170 см) состоял из свежавыпавшего снега плотностью $0,15 \text{ г/см}^3$.



1) Определите среднюю плотность снежного покрова.

2) Среднемесячная норма осадков для января в Красной Поляне составляет 206 мм. Если слой январского снега начинается с 80 см от поверхности Земли, то какая часть среднеянварской нормы выпала в январе 2017 года? Считайте, что выпавший снег не таял и его не сдувало.

Указание. 1 мм выпавших осадков соответствует массе столба воды с площадью основания 1 м^2 и высотой 1 мм. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

Ответ: 1) $(0,250 \pm 0,025) \text{ г/см}^3$; 2) $87 \pm 4\%$.

Распределение баллов и рекомендации по оценке решений

Получен правильный ответ с обоснованным решением — **10 баллов**.

1) Высказано соображение, что масса снега в расчёте на единицу площади поверхности численно равна площади под графиком — **3 балла**.

2) Получен верный ответ на первый вопрос, попадающий в диапазон $(0,250 \pm 0,025) \text{ г/см}^3$ — **2 балла**.

3) Подсчитана масса январского снега в расчёте на единицу площади поверхности — **1 балл**.

4) Подсчитано значение 1 мм осадков как массы в расчёте на единицу площади поверхности — **1 балл**.

5) Получен верный ответ на второй вопрос, попадающий в диапазон $87 \pm 4\%$ — **3 балла**.