



Условия задач, ответы, критерии оценивания

1. Анаморфные призмы (7 баллов), Крюков П. А.

Две одинаковые призмы ($\alpha = 30^\circ$, рис. 1), изготовленные из материала с показателем преломления n , используют для изменения поперечного размера пучка параллельных лучей.

- 1) Для $n = 1,73$ найдите угол φ между основаниями призм.
- 2) Найдите для произвольного n отношение $\frac{d}{D}$. Какие значения может принимать n ?

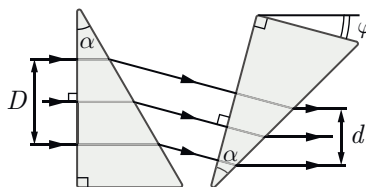


Рис. 1

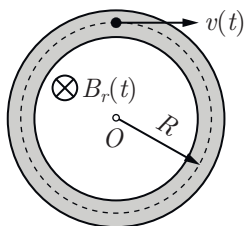
2. Измерение показателя адиабаты (8 баллов), Ромашка М. Ю.

Адиабатический процесс для идеального газа описывается уравнением $pV^\gamma = \text{const}$, где p — давление, V — объём, γ — безразмерная величина, называемая показателем адиабаты. Для определения γ ставят следующий эксперимент. Стекланный баллон заполняют исследуемым газом и измеряют его давление p_1 , большее атмосферного давления p_0 . При этом температура в баллоне равна температуре в комнате. Затем на короткое время открывают кран и часть газа выходит из баллона. Можно считать, что при открытом кране оставшийся в баллоне газ расширяется адиабатически. Кран закрывают, когда давление в баллоне становится равно p_0 . После этого дожидаются выравнивания температур в баллоне и комнате и измеряют давление в баллоне p_2 в конечном состоянии. Определите γ , если $p_0 = 10^5$ Па, $p_1 = 1,060 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 1,017 \cdot 10^5$ Па.

Примечание. Возможно, окажется полезной приближённая формула $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, $x \ll 1$.

3. Бетатрон (9 баллов), Фольклор.

В ускорителе электронов *бетатроне* (рис. 2) изменяющееся во времени магнитное поле, индукция которого $B_r(t)$ зависит от расстояния r до оси симметрии O , порождает вихревое электрическое поле, разгоняющее частицы. Мы хотим, чтобы электроны всё время двигались по окружности радиусом R . Определите численное значение отношения $\frac{\Phi_R(t)}{B_R(t)\pi R^2}$ при таком движении. Φ_R — поток магнитного поля через поверхность круга радиусом R . $B_R(t)$ — индукция магнитного поля в момент времени t на расстоянии R от оси симметрии. Считайте, что $\Phi_R(0) = 0$, $v(0) = 0$.



4. Подобрать детали (12 баллов), Бычков А. И., Крюков П. А.

По схеме, показанной на рис. 3, решили изготовить светодиодный светильник, работающий от сети переменного напряжения ($\nu = 50$ Гц, $U = 230$ В, $U_{\max} = 325$ В). Диод D можно считать идеальным. Всего используется 60 одинаковых светодиодов. Вольт-амперная характеристика одного светодиода показана на рис. 4. Ток через светодиод не должен превышать 20 мА. Имеются резисторы и конденсаторы с номиналами, указанными в таблице. W — максимально допустимая мощность, выделяющаяся в резисторе, при работе в штатном режиме. U — максимальное напряжение, которое выдерживает конденсатор без повреждения.

№	1	2	3	4	5	6	7
R , кОм; W , Вт	0,91; 5	1,2; 5	7,5; 2	4,7; 5	6,8; 1	8,2; 5	75; 2
C , мкФ; U , В	0,1; 450	100; 250	20; 350	15; 350	4,7; 300	10; 350	6,8; 300

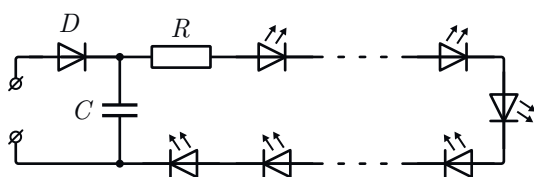


Рис. 3

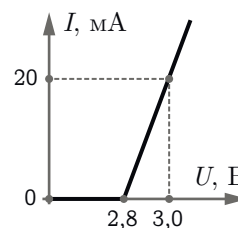


Рис. 4

Желательно, чтобы при работе светильника максимальное отклонение тока через светодиод от среднего значения составляло не более 5%, при этом световой поток был бы максимальным. Выберите подходящие резистор и конденсатор из указанных в таблице. Если подходящих элементов несколько — укажите номера всех.

5. Парус как крыло (12 баллов), Крюков П. А.

Динамика буера (ледовой яхты, рис. 5) может быть описана на основе модели, в которой парус считается вертикально расположенным крылом. Силу F , действующую на парус со стороны воздуха (см. рис. 6, вид сверху), принято раскладывать на две составляющие: D , направленную вдоль скорости w потока воздуха относительно буера, и L , перпендикулярную D . Можно считать, что $D = C_D \frac{\rho w^2}{2} S$, $L = C_L \frac{\rho w^2}{2} S$, где S — площадь паруса, ρ — плотность воздуха; безразмерные коэффициенты C_D и C_L зависят только от ориентации паруса относительно набегающего потока воздуха. Взаимодействие с горизонтальной поверхностью снега (или льда) характеризуется силами T (трения) и горизонтальной реакции N . Далее везде трением мы пренебрегаем. Угол между скоростью буера v и скоростью ветра относительно земли u обозначим θ .

1) Пусть известно, что буер движется с постоянной скоростью. Отношение $\frac{C_L}{C_D} = k$ задано. Кроме того даны скорость ветра u и угол θ . Определите скорость буера v . Если параметр k и скорость ветра u остаются постоянными, а угол θ может изменяться от 0° до 90° , то чему равна максимально возможная скорость буера v в рамках данной модели? (5 баллов)



Рис. 5

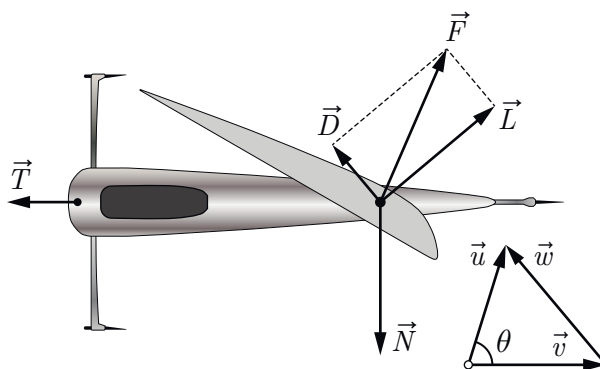


Рис. 6

2) На рис. 7 показана кривая, координаты точек которой равны значениям коэффициентов C_D и C_L для разных положений паруса относительно набегающего потока воздуха. Определите максимально возможное ускорение буера при старте из положения покоя. Скорость ветра $u = 10$ м/с, масса буера и человека 100 кг, площадь паруса 7 м², атмосферное давление нормальное, температура воздуха -10° С. (3 балла)

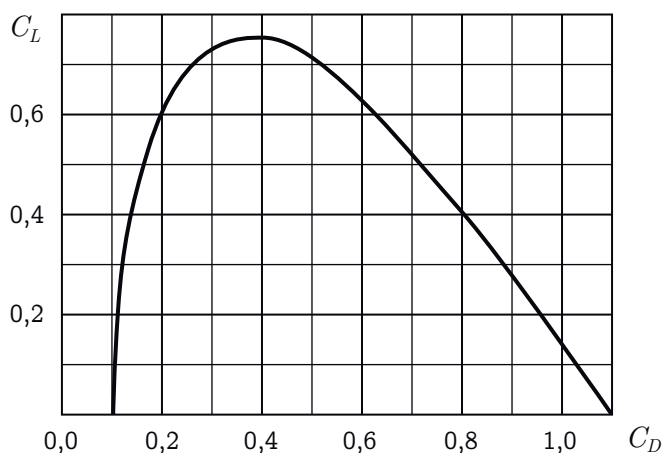


Рис. 7

3) Используя кривую, показанную на рис. 7, определите при каких значениях угла θ возможно движение буера с постоянной скоростью. (4 балла)

Распределение баллов

1. Получен правильный ответ, содержащий формулу

$$v = u(\cos \theta + k \sin \theta). \quad (1)$$

и выражение для максимальной скорости $v_{\max} = u\sqrt{k^2 + 1}$ — **5 баллов**.

Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

- (a) Сказано, что движение с постоянной скоростью возможно только тогда, когда векторная сумма сил D и L перпендикулярна скорости, но формула (1) не получена — **1 балл**.
- (b) Показано, что справедливо соотношение $\operatorname{ctg} \varphi = k$ — **1 балл**.
- (c) Получена формула (1) — **2 балла**.

2. Получен верный ответ, содержащий формулу $a_{\max} = \frac{1,1\rho u^2 S}{2m}$ и вычисленное значение ускорения a_{\max} , удовлетворяющее неравенству $4,5 \text{ м/с}^2 < a_{\max} < 5,5 \text{ м/с}^2$ — **3 балла**.

Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

- (a) Указано, что максимальное ускорение достигается при значениях коэффициентов C_D и C_L , соответствующих точке с координатами $(1,1,0)$ — **1 балл**.
- (b) Получена формула $a_{\max} = \frac{1,1\rho u^2 S}{2m}$, но значение ускорения не найдено, или найдено неправильно — **1 балл**.

3. Получено верное неравенство для угла $0^\circ < \theta < 162^\circ \pm 2^\circ$ — **4 балла**. Если ответ неполный или ошибочный, но решение содержит промежуточные результаты, перечисленные ниже, то распределение баллов следующее (баллы за отдельные результаты суммируются).

- (a) Указано, что при движении с постоянной скоростью угол φ может принимать значения от φ_{\min} до 90° и показано, что минимальное значение угла φ_{\min} соответствует максимальному значению коэффициента k_{\max} — **1 балл**.
- (b) Найдено значение угла φ_{\min} (с использованием графика), удовлетворяющее неравенству $16^\circ < \varphi_{\min} < 20^\circ$ — **1 балл**.
- (c) Показано, что угол θ может быть больше 90° — **1 балл**.
- (d) Показано, что максимальному значению угла θ_{\max} соответствует минимальное значение угла φ_{\min} — **0,5 балла**.
- (e) Вычислено значение θ_{\max} , удовлетворяющее неравенству $160^\circ < \theta_{\max} < 164^\circ$ — **0,5 балла**.