Пригласительный тур XII олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 1

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (От 6-го класса. 1 балл.) В школе 6-й класс участвовал в олимпиаде по теории вероятностей и статистике. Результаты приведены на диаграмме: столбики показывают, сколько участников набрало 0 баллов, сколько — 1 балл и т. д. По оплошности на диаграмме не оказалось подписей на вертикальной оси. Найдите среднее число баллов, полученных участниками.

2. (От 6-го класса. 1 балл.) Руководство компании пригласило на празднование Нового Года шесть иностранных гостей. Их нужно рассадить за двухместные столики так, чтобы сидящие за одним столиком могли разговаривать на языке, известном обоим. По-французски говорят Арман, Вивьен и Жером, по-английски — Базилио, Гарри и Жером, по-испански — Базилио, Вивьен и Дамиан. Других языков никто из них не знает. Как рассадить этих шестерых? Придумайте хотя бы один способ.

3. (От 8-го класса, 1 балл.) Сергей на спор заявил, что выбросит на двух игральных костях в сумме ровно 9 очков не более чем за три попытки (имеется в виду сумма очков на двух костях в одной из попыток). Найдите вероятность того, что ему удастся это сделать.

Задания с полным ответом (запишите полное решение и ответ)

4. (От 6-го класса. 3 балла.) В двух коробках лежали конфеты белого и тёмного шоколада одинаковой формы, причём вероятность достать наудачу белую конфету из первой коробки была равна $\frac{4}{7}$, а из второй — $\frac{3}{5}$. Все конфеты ссыпали в один мешок, хорошо перемешали и теперь из мешка достают одну случайную конфету. Три математика делают прогнозы.

Первый: «*Конфета окажется белой с вероятностью* $\frac{7}{12}$».

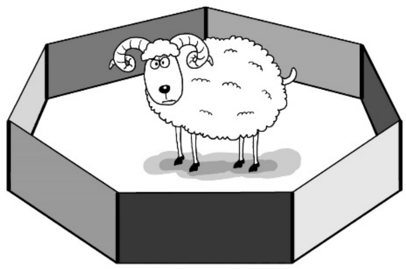
Второй: «*Конфета окажется белой с вероятностью* $\frac{11}{19}$».

Третий: «*Конфета окажется белой с вероятностью* $\frac{19}{35}$».

Кто из математиков может оказаться прав, а кто не может? Объясните ответ.

5. (От 8-го класса. 2 балла.) Неправдоподобная легенда гласит, что у Якоба Бернулли была монета, про которую он говорил: «*Я совершенно точно знаю, что при десяти бросках этой удивительной монеты вероятность выбросить 6 орлов ровно такая же, как вероятность выбросить 7 орлов*». Более того, легенда утверждает, что монета сохранилась и что недавно британские учёные исследовали её и установили, что Бернулли был абсолютно прав. Найдите вероятность выбросить орла при одном бросании этой монеты.

6. (От 9-го класса. 2 балла.) Максим построил новый загон для своего любимого барана, соединив семь секций ограды в форме правильного семиугольника. Дочь Максима Надя покрасила загон во все цвета радуги: каждую секцию в свой цвет. Каждое утро баран с разбегу ломает лбом две случайные соседние секции ограды. Максим чинит обе секции, а на следующий день всё повторяется. Найдите вероятность того, что за неделю такой жизни Максиму ни разу не придётся чинить красную секцию забора.



7. (От 9-го класса, 3 балла.) Рассеянный Учёный пошёл на рыбалку. На своём заветном месте он забросил две свои удочки и стал ждать поклёвки. Учёный давно и совершенно точно подсчитал, что на первой удочке от заброса до поклёвки в среднем проходит две минуты, а на второй — три минуты, при этом время ожидания не зависит ни от каких предыдущих событий. Найдите математическое ожидание случайной величины «время ожидания первой поклёвки».

8. (**От 7-го класса. 3 балла.**) Числовой набор удовлетворяет следующим четырём условиям:

- количество чисел в наборе нечётное;
- наибольшее значение равно 13;
- медиана набора равна 2;
- среднее арифметическое чисел набора равно 7.

а) Может ли в таком наборе быть ровно 9 чисел?

б) Какое наименьшее количество чисел может быть в таком наборе?

9. (От 9-го класса. 3 балла.) А. и Б. играют в орлянку, делая по два броска за один кон: сначала А., за ним Б., затем следуют ещё два броска и так далее. Если при броске выпадает орёл, то бросавший забирает у второго игрока один пряник. Б. заметил, что монета несимметричная — вероятность выпадения орла чуть выше, чем 0,5. Тогда Б. предложил изменить правила. Новые правила звучат так:

- А. забирает пряник у Б., если при броске А. выпадает орёл;
- Б. забирает пряник у А., если при броске Б. выпадет та же сторона монеты, какая перед этим выпала у А.

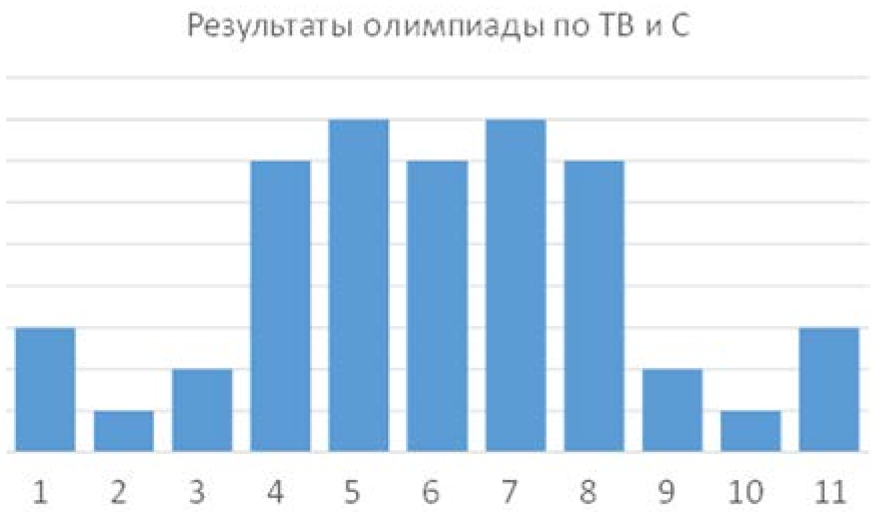
Получит ли кто-нибудь преимущество от такого изменения правил?

Пригласительный тур XII олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 2

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (От 6-го класса. 1 балл.) В школе 6-й класс участвовал в олимпиаде по теории вероятностей и статистике. Результаты приведены на диаграмме: столбики показывают, сколько участников набрало 1 балл, сколько — 2 балла и т. д. По оплошности на диаграмме не оказалось подписей на вертикальной оси. Найдите среднее число баллов, полученных участниками.



2. (От 6-го класса. 1 балл.) Руководство компании пригласило на празднование Нового Года шесть иностранных гостей. Их нужно рассадить за круглым шестиместным столом так, чтобы любые двое, сидящие рядом, могли разговаривать на языке, известном обоим. По-французски говорят Арман, Вивьен и Жером, по-английски — Базилио, Гарри и Жером, по-испански — Базилио, Вивьен и Дамиан. Других языков никто из них не знает. Как рассадить этих шестерых? Придумайте хотя бы один способ.

3. (От 8-го класса. 1 балл.) Андрей на спор заявил, что выбросит на двух игральных костях в сумме ровно 5 очков не более чем за две попытки (имеется в виду сумма очков на двух костях в одной из попыток). Найдите вероятность того, что ему удастся это сделать.

Задания с полным ответом (запишите полное решение и ответ)

4. (От 6-го класса. 3 балла.) В двух пакетиках лежали одинаковые по форме синие и жёлтые леденцы, причём вероятность достать наудачу синий леденец из первого пакетика была равна $\frac{2}{5}$, а из второго — $\frac{3}{8}$. Все леденцы ссыпали в одну коробку, хорошо перемешали и теперь из коробки достают один случайный леденец. Три математика делают прогнозы.

Первый: «*Леденец окажется синим с вероятностью* $\frac{5}{13}$».

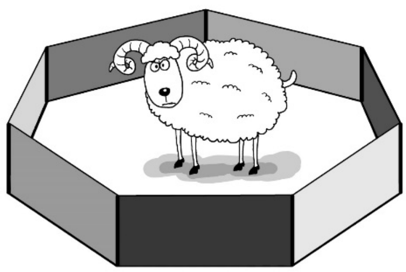
Второй: «*Леденец окажется синим с вероятностью* $\frac{7}{18}$».

Третий: «*Леденец окажется синим с вероятностью* $\frac{17}{40}$».

Кто из математиков может оказаться прав, а кто не может? Объясните ответ.

5. (От 8-го класса. 2 балла.) Неправдоподобная легенда гласит, что у Исаака Ньютона была монета, про которую он писал: «*Я определённо доказал, что при десяти бросках этой удивительной монеты вероятность выбросить 5 орлов в точности такая же, как вероятность выбросить 6 орлов*». Более того, легенда утверждает, что монета сохранилась и что недавно британские учёные исследовали её и установили, что Ньютон был совершенно прав. Найдите вероятность выбросить орла при одном бросании этой монеты.

6. (От 9-го класса, 2 балла.) Максим построил новый загон для своего любимого барана, соединив семь секций ограды в форме правильного семиугольника. Дочь Максима Надя покрасила загон во все цвета радуги: каждую секцию в свой цвет. Каждое утро баран с разбегу ломает лбом две случайные соседние секции ограды. Максим чинит обе секции, а на следующий день всё повторяется. Найдите вероятность того, что за неделю такой жизни Максиму придётся чинить синюю секцию каждый день — семь раз.



7. (От 9-го класса, 3 балла.) Рассеянный Учёный пошёл на рыбалку. На своём заветном месте он забросил две свои удочки и стал ждать поклёвки. Учёный давно и совершенно точно подсчитал, что на первой удочке от заброса до поклёвки в среднем проходит одна минута, а на второй — пять минут, при этом время ожидания не зависит ни от каких предыдущих событий. Найдите математическое ожидание случайной величины «время ожидания первой поклёвки».

8. (**От 7-го класса. 3 балла.)** Числовой набор удовлетворяет следующим четырём условиям:

- количество чисел в наборе нечётное;
- наименьшее значение равно 1;
- медиана набора равна 10;
- среднее арифметическое чисел набора равно 6.

а) Может ли в таком наборе быть ровно 7 чисел?

б) Какое наименьшее количество чисел может быть в таком наборе?

9. (От 9-го класса. 3 балла.) А. и Б. играют в орлянку, делая по два броска за один кон: сначала А., за ним Б., затем следуют ещё два броска и так далее. Если при броске выпадает орёл, то бросавший забирает у второго игрока один пряник. Б. заметил, что монета несимметричная — вероятность выпадения орла чуть ниже, чем 0,5. Тогда Б. предложил изменить правила. Новые правила звучат так:

- А. забирает пряник у Б., если при броске А. выпадает орёл;
- Б. забирает пряник у А., если при броске Б. выпадет та же сторона монеты, какая перед этим выпала у А.

Получит ли кто-нибудь преимущество от такого изменения правил?