

## Задача 1. «Неравенство и экономический рост – 10-11» (25 баллов)

На графике ниже представлена динамика коэффициента Джини для нескольких стран:

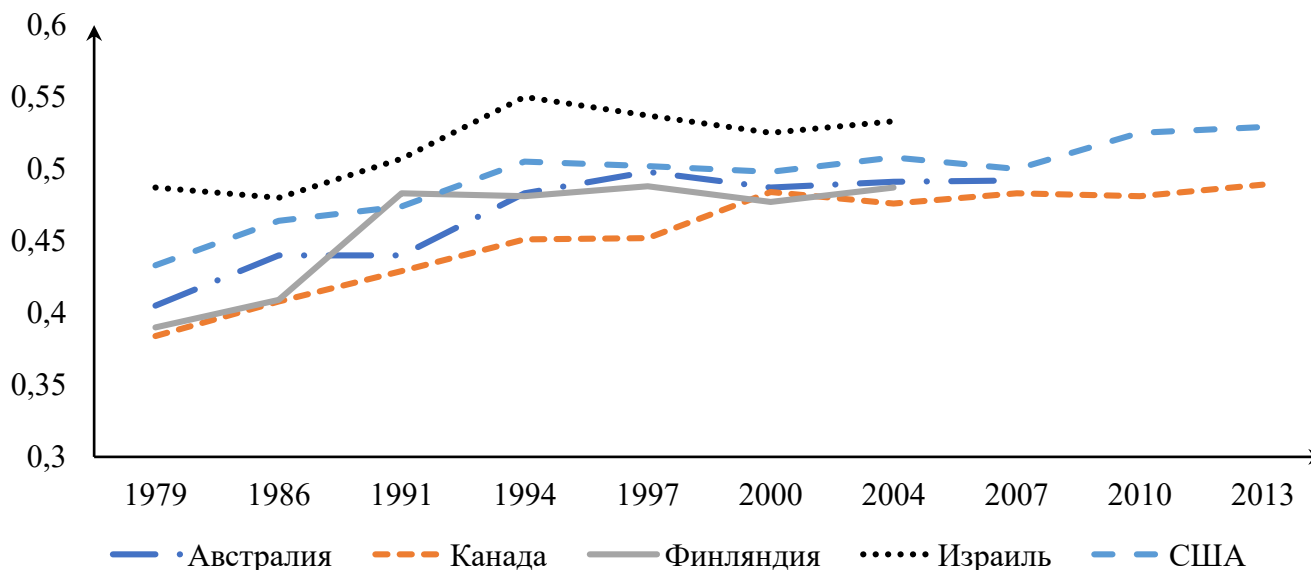


Рис. 1. Динамика коэффициента Джини по разным странам

Известно также, что на протяжении всего рассматриваемого периода времени – за исключением экономических кризисов – ВВП в указанных странах увеличивался. Может сложиться впечатление, что экономический рост и неравенство положительно связаны между собой. Предлагается обсудить несколько механизмов, которые могут обуславливать наличие взаимосвязи (необязательно положительной) между неравенством и различными экономическими показателями, связанными с ростом.

**(а) Эффект от международной торговли.** Как отмечают исследователи, усиление степени вовлечённости в международную торговлю снижает неравенство в доходах, что особенно сильно заметно в развивающихся странах, экспортирующих сельскохозяйственную продукцию. Объясните данное явление.

**(б) Финансовая глобализация.** Рост прямых иностранных инвестиций, как показывают эмпирические исследования, приводит к увеличению неравенства как в стране, в которую приходят инвестиции, так и в стране, из которой они осуществляются. Объясните, почему так происходит. (5 баллов)

**(в)** Теперь рассмотрим обратный эффект: неравенство может сказываться на экономическом росте. Возможные каналы воздействия работают через: (1) изменение налоговой ставки, (2) изменение нормы сбережений, (3) человеческий капитал, (4) издержки входа на рынок. Попробуйте объяснить, как работает каждый из этих каналов (т.е. как неравенство влияет на каждый из указанных факторов и как он в свою очередь влияет на экономический рост).

### Решение

**(а)** В сельском хозяйстве зачастую задействован низкооплачиваемый (неквалифицированный) труд (+1 балл). Открытие границ страны, в которой основной товар – сельхоз продукция, приводит к возникновению спроса на их продукцию (+1 балл), увеличению ее цены и, как следствие, росту доходов людей, которые в ней задействованы (+1 балл). Также это может привести к улучшению технологий производства и большей эффективности в секторах, так или иначе связанных с сельским хозяйством, приводя к улучшению производства и самой сельхоз продукции, тем самым еще больше повышая доходы в этом секторе. Поскольку изначально зарплаты в этом секторе были низкие, рост доходов в этом секторе будет приводить к сокращению неравенства (+1 балл).

Комментарий: За влияние на монополизацию рынка ставится 2 балла, поскольку такой эффект действительно может быть, однако относится ко всем странам, а не к тем, кто экспортирует сельскохозяйственную продукцию.

**Итог 4 балла.**

**(б)** Иностранные инвестиции в основном направляются в высокопроизводительные отрасли (+1 балл), для работы в которых зачастую требуется большое количество людей с образованием. Таким образом, спрос на высококвалифицированных рабочих в стране, куда приходят инвестиции, растет (+1 балл). Поэтому их изначально более высокие зарплаты увеличиваются (+1 балл). Низкоквалифицированный труд при этом продолжает получать низкую зарплату, из-за чего неравенство в доходах увеличивается (+1 балл). По той же причине, поскольку деньги будут уходить из страны-кредитора из наименее прибыльных секторов, в которых зачастую задействован неквалифицированный труд, спрос на него будет сокращаться, приводя к снижению заработных плат и усилению неравенства и в стране-кредиторе (+1 балл).

Альтернативное объяснение для неравенства в стране-кредиторе может идти через то, что для инвестирования в проекты на международном рынке, может быть необходимо преодолеть некоторые барьеры (финансовые, образование и т.п.), и сделать это проще богатым людям.

**Итог 5 баллов.**

**(в)** 1) Чем больше неравенство, тем меньше доход медианного избирателя (+1 балл), тем большие налоги на богатых он хочет установить (+1 балл), тем больше нагрузка на бизнес (+1 балл), тем меньше экономический рост (из-за того, что меньше производств будет открываться) (+1 балл).

Комментарий: увеличение или уменьшение выпуска не говорит о том, что будет меняться темп роста выпуска. Налоги поднимают один раз, это разовый шок для спроса, в итоге он упадет один раз, но сдерживающий эффект для открытия новых прибыльных бизнесов будет оказываться все время.

2) Чем больше доход человека, тем меньшую долю от него он будет тратить на потребление, и, как следствие, больше будет уходить на сбережения (+1 балл). При большом неравенстве в обществе образуется группа людей, которые очень большую долю своего дохода сберегают (+1 балл). Из-за этого общая сумма сбережений в стране может оказаться больше, чем если бы доходы были распределены равномерно (+1 балл). Большие сбережения будут обеспечивать большее количество инвестиций, положительно влияя на экономический рост (+1 балл).

3) Большое неравенство осложняет получение образования бедными группами населения (+1 балл), поэтому меньше людей осваивают какие-то полезные навыки и получают хорошее образование (+1 балл). Из-за этого страна продолжает использовать низкоэффективные технологии производства/изобретает меньшее количество инноваций/ не может активно заимствовать у более развитых стран их технологии (+1 балл). Это приводит к тому, что экономический рост замедляется (+1 балл).

4) Если для финансирования некоторых технологий требуется большое количество финансовых средств (+1 балл). Большое количество людей, обладающих небольшим количеством средств на инвестирование, вряд ли смогут скоординировать свои действия и профинансировать проект, требующий огромных денег (+1 балл). Это может быть связано, в частности, с транзакционными издержками, асимметрией информации на финансовом рынке и т.п. (+1 балл). Если же ресурсы сконцентрированы в руках одного человека, он скорее сможет профинансировать большой проект, тем самым стимулируя экономический рост (+1 балл).

Комментарий: Ответ про то, что большое неравенство создает более высокие барьеры, неверный. Поскольку если только богатые смогли изначально перешагнуть барьер и создать монополию, то без неравенства этого производства не было бы вообще, а если кто-то стал богатым за счет создания монополии, то значит изначально в отрасль могли зайти все, а значит там бы скорее образовалась

совершенная конкуренция. Также если на рынке уже есть высокие барьеры на вход, из-за чего может существовать только монополия, то монополисту нет смысла тратить ресурсы на создание дополнительных барьеров.

Итог: по **4 балла** за каждый из каналов, всего **16 баллов**.

## Задача 2. «Рынок труда» (25 баллов)

В регионе X присутствуют два предприятия (Альфа и Бета), каждое из которых производит готовую продукцию исключительно с помощью труда: каждая единица труда может произвести одну единицу продукции в фирме Альфа либо две единицы продукции в фирме Бета. На рынках конечной продукции обе фирмы являются монополистами, при этом спрос на продукцию фирм определяется как  $\alpha = 30 - p_\alpha$  и  $\beta = 40 - p_\beta$  соответственно. В то же время, на региональном рынке труда фирмы действуют как совершенные конкуренты, полагая, что никак не могут влиять на заработную плату. Предложение труда в регионе X абсолютно неэластично: все 15 единиц труда готовы работать, лишь бы платили ненулевую зарплату.

(а) Какая заработная плата установится в равновесии в регионе X?

(б) У правительства региона X есть возможность привлечь дополнительную рабочую силу в свой регион: если необходимо добиться притока мигрантов в количестве  $m$  единиц труда (вдобавок к уже имеющимся 15), то стоимость такой программы составит  $0,8m^2$  д.е. Все новые работники предлагают свои услуги абсолютно неэластично – точно так же, как и местные. Реализуя программу привлечения мигрантов, власти стремятся максимизировать совокупное благосостояние на рынке труда, которое складывается из прибылей обеих действующих в регионе фирм и дохода всех занятых в регионе работников за вычетом расходов на программу. Выигрыш потребителей продукции Альфы и Беты региональные власти не принимают во внимание – продукция продаётся за пределами региона X. Сколько мигрантов будет привлечено?

(в) На работу в администрацию региона X вышел новый чиновник, ответственный за функционирование рынка труда и реализацию миграционной программы. Во-первых, он не уверен, что издержки на «переманивание» новых работников в точности равны  $0,8m^2$  д.е., а считает, что издержки составляют  $\mu m^2$  д.е.,  $\mu > 0$ . Во-вторых, он ни при каких условиях не готов приглашать в регион больше мигрантов, чем при прежней политике, т.е. чем в пункте (б). В-третьих, чиновник полагает, что в совокупном благосостоянии следует учитывать суммарный доход не всех занятых в регионе работников, а только «местных», т.е. тех 15 единиц труда, которые находились в регионе изначально. Сколько мигрантов будет привлечено в регион в зависимости от  $\mu$ ?

### Решение

(а) Производственная функция у Альфы  $\alpha = L_\alpha$ ; прибыль Альфы (1 балл):

$$\pi_\alpha(L_\alpha) = p_\alpha \alpha - wL_\alpha = (30 - \alpha)\alpha - wL_\alpha = (30 - L_\alpha)L_\alpha - wL_\alpha = (30 - w)L_\alpha - L_\alpha^2 \rightarrow \max_{L_\alpha \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз (1 балл), вершина в точке  $L_\alpha^*(w) = 15 - 0,5w$  (1 балл) – это и есть спрос Альфы на труд: зависимость оптимального количества труда от зарплаты.

Производственная функция у Беты  $\beta = 2L_\beta$ ; прибыль Беты (1 балл):

$$\pi_\beta(L_\beta) = p_\beta \beta - wL_\beta = (40 - \beta)\beta - wL_\beta = (40 - 2L_\beta)2L_\beta - wL_\beta = (80 - w)L_\beta - 4L_\beta^2 \rightarrow \max_{L_\beta \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз (1 балл), вершина в точке  $L_\beta^*(w) = 10 - 0,125w$  (1 балл) – это и есть спрос Беты на труд: зависимость оптимального количества труда от зарплаты.

Значит, суммарный спрос (2 балла) на труд в регионе X составляет

$$L_d(w) = \begin{cases} 25 - 0,625w, & 0 \leq w \leq 30 \\ 10 - 0,125w, & 30 \leq w \leq 80 \end{cases}$$

Предложение труда абсолютно неэластично и составляет  $L_s(w) = 15$ . Очевидно что равенство спроса и предложения на рынке труда достигается на первом участке спроса:  $25 - 0,625w = 15$ , откуда  $w = 16$  (1 балл).

Итого 9 баллов.

(б) На графике рынка труда можно увидеть, что совокупное благосостояние прирастёт за счёт площади трапеции (3 балла), основаниями которой являются старая и новая зарплаты, а высотой – сдвиг предложения труда, равный количеству мигрантов  $m$ . Но благосостояние будет уменьшаться

из-за издержек на привлечение мигрантов  $0,8t^2$ . Исходная зарплата равна  $w_1 = 16$ , как было установлено в пункте (а); новую зарплату можно найти, приравняв спрос на труд к новому предложению труда:

$$25 - 0,625w_2 = 15 + t \quad w_2 = 16 - 1,6t \text{ (1 балл)}$$

Таким образом, изменение благосостояния составит (2 балл)

$$\begin{aligned} \Delta SW &= 0,5(w_1 + w_2)t - 0,8t^2 = 0,5(16 + 16 - 1,6t)t - 0,8t^2 = \\ &= 0,5(32t - 1,6t^2) - 0,8t^2 = 16t - 1,6t^2 \rightarrow \max_{m \geq 0} \end{aligned}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз (1 балл), вершина в точке  $t^* = 5$  (1 балл) – это и есть оптимальное число мигрантов.

**Другой способ решения (в лоб):**

$$w_2 = 16 - 1,6t \text{ (1 балл)}$$

В оптимуме:

$$L_\alpha^*(w) = 15 - 0,5w_2 = 7 + 0,8t \text{ откуда } \pi_\alpha(L_\alpha^*) = (7 + 0,8t)^2 \text{ (1 балл)},$$

$$L_\beta^*(w) = 10 - 0,125w_2 = 8 + 0,2t \text{ откуда } \pi_\beta(L_\beta^*) = 4(8 + 0,2t)^2 \text{ (1 балл)},$$

Доход работников  $(15 + t)(16 - 1,6t)$  (1 балл)

Если значения  $\pi_\alpha(L_\alpha^*)$ ,  $\pi_\beta(L_\beta^*)$  и доход работников найдены неявно и сразу подставлены в функцию общественного благосостояния, баллы ставятся.

Таким образом общественное благосостояние будет (2 балл)

$$SW = (7 + 0,8t)^2 + 4(8 + 0,2t)^2 + (15 + t)(16 - 1,6t) - 0,8t^2 = 545 + 16t - 1,6t \rightarrow \max_{m \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз (1 балл), вершина в точке  $t^* = 5$  (1 балл) – это и есть оптимальное число мигрантов.

**Итог 8 баллов.**

(в) На графике рынка труда можно увидеть, что совокупное благосостояние прирастёт за счёт площади прямоугольного треугольника, одним катетом которого являются разница старой и новой зарплат, а другим – сдвиг предложения труда, равный количеству мигрантов  $t$  (3 балла). Но благосостояние будет уменьшаться из-за издержек на привлечение мигрантов  $\mu t^2$ . Как было найдено,  $w_1 = 16$  и  $w_2 = 16 - 1,6t$  тогда  $w_1 - w_2 = 16 - (16 - 1,6t) = 1,6t$ . Таким образом, изменение благосостояния составит (2 балл)

$$\Delta SW = 0,5(w_1 - w_2)t - \mu t^2 = 0,5 \cdot 1,6t \cdot t - \mu t^2 = 0,8t^2 - \mu t^2 = (0,8 - \mu)t^2 \rightarrow \max_{0 \leq m \leq 5}$$

Отсюда видно, что если  $\mu < 0,8$ , то благосостояние монотонно растёт по  $t$ , а значит оптимальное число мигрантов  $t^* = 5$  (1 балл), а если  $\mu > 0,8$ , то благосостояние монотонно убывает по  $t$ , а значит оптимальное число мигрантов  $t^* = 0$  (1 балл); в точности при  $\mu = 0,8$  оптимальным может быть любое число мигрантов (1 балл).

**Другой способ решения (в лоб):**

$$w_2 = 16 - 1,6t \text{ (1 балл)}$$

В оптимуме:

$$L_\alpha^*(w) = 15 - 0,5w_2 = 7 + 0,8t \text{ откуда } \pi_\alpha(L_\alpha^*) = (7 + 0,8t)^2 \text{ (1 балл)},$$

$$L_\beta^*(w) = 10 - 0,125w_2 = 8 + 0,2t \text{ откуда } \pi_\beta(L_\beta^*) = 4(8 + 0,2t)^2 \text{ (1 балл)},$$

(Если  $w_2$ ,  $\pi_\alpha(L_\alpha^*)$ ,  $\pi_\beta(L_\beta^*)$  найдены в пункте (б) и использовались в (в), баллы ставятся и в пункте (в))

Доход работников  $15(16 - 1,6t)$ ,

Таким образом, общественное благосостояние будет (2 балл)

$$SW = (7 + 0,8t)^2 + 4(8 + 0,2t)^2 + (15 + t)(16 - 1,6t) - 0,8t^2 = 545 + (0,8 - \mu)t^2 \rightarrow \max_{0 \leq m \leq 5}$$

Отсюда видно, что если  $\mu < 0,8$ , то благосостояние монотонно растёт по  $m$ , а значит оптимальное число мигрантов  $m^* = 5$  (*1 балл*), а если  $\mu > 0,8$ , то благосостояние монотонно убывает по  $m$ , а значит оптимальное число мигрантов  $m^* = 0$  (*1 балл*); в точности при  $\mu = 0,8$  оптимальным может быть любое число мигрантов (*1 балл*).

Итого **8 баллов**.

### Задача 3. «Эффект перелива» (25 баллов)

Две страны – А и В – имеют общую валюту и ведут международную торговлю исключительно друг с другом. Частный сектор в странах идентичен: и в стране А, и в стране В потребители расходуют ровно половину своего дохода и сверх этого ещё 10 д.е., составляющих автономное потребление; инвестиции в каждой из стран равны 50 д.е. Государственные закупки в странах составляют соответственно  $G_A$  и  $G_B$  д.е.; в целях упрощения предположим, что налоги и трансферты отсутствуют. Известно, что страна А тратит на импортную продукцию (т.е. на товары, завезённые из В) 20% от своего дохода, тогда как страна В тратит на импортную продукцию (т.е. на товары, завезённые из А) 10% от своего дохода.

(а) Очевидно, что в данной модели, в отличие от стандартной, ВВП в каждой стране будет реагировать не только на изменение национальных госзакупок, но и на изменение иностранных. Найдите мультипликаторы, показывающие реакцию:

- выпуска страны А на изменение госзакупок в стране А;
- выпуска страны А на изменение госзакупок в стране В;
- выпуска страны В на изменение госзакупок в стране В;
- выпуска страны В на изменение госзакупок в стране А.

(б) Пусть госзакупки в странах А и В равны 40 и 60 д.е. соответственно. Подсчитайте ВВП и сальдо торгового баланса каждой из стран.

(в) Правительство страны А желает поддержать национальных производителей, для чего решило квотировать импорт: отныне в страну А можно завезти товаров на сумму не более 30 д.е. (естественно, условие о том, что страна А тратит на импорт 20% своего дохода, теперь выполняться не обязательно). Чему будут равны выпуски каждой из стран в новом равновесии?

(г) Если вы правильно решили пункты (б) и (в), вы получили, что ВВП страны А вырастет, а ВВП страны В снизится. Однако на самом деле в реальном мире вовлечённость страны в международную торговлю и ВВП на душу населения связаны положительно. Дайте краткий комментарий, почему эта связь положительна, приведя *два* аргумента.

(д) Увидев сокращение выпуска, вызванное протекционистскими мерами страны А, правительство страны В принимает решение увеличить госзакупки, чтобы вернуть экономику к исходному выпуску, найденному в пункте (б). На какую величину следует изменить госзакупки?

#### Решение

(а) Запишем уравнения ВВП по расходам для каждой страны:

$$\begin{aligned} Y_A &= C_A + I_A + G_A + Ex_A - Im_A = 10 + 0,5Y_A + 50 + G_A + 0,1Y_B - 0,2Y_A \\ Y_B &= C_B + I_B + G_B + Ex_B - Im_B = 10 + 0,5Y_B + 50 + G_B + 0,2Y_A - 0,1Y_B \end{aligned}$$

Преобразовав уравнения, получим систему:

$$\begin{cases} 0,7Y_A = 60 + G_A + 0,1Y_B \\ 0,6Y_B = 60 + G_B + 0,2Y_A \end{cases}$$

Решим систему относительно выпусков, считая госзакупки параметрами. В таком случае это линейная система с двумя уравнениями и двумя неизвестными. Выразив  $Y_B$  из первого уравнения и подставив во второе, получим

$$\begin{aligned} 6(0,7Y_A - 60 - G_A) &= 60 + G_B + 0,2Y_A & 4,2Y_A - 360 - 6G_A &= 60 + G_B + 0,2Y_A \\ 4Y_A &= 420 + 6G_A + G_B & Y_A &= 105 + 1,5G_A + 0,25G_B \end{aligned}$$

Подставив это, например, в первое уравнение, найдём  $Y_B$ :

$$\begin{aligned} Y_B &= 10(0,7Y_A - 60 - G_A) = 7Y_A - 600 - 10G_A = \\ &= 7(105 + 1,5G_A + 0,25G_B) - 600 - 10G_A = \\ &= 735 + 10,5G_A + 1,75G_B - 600 - 10G_A = 135 + 1,75G_B + 0,5G_A \end{aligned}$$

Итак,  $Y_A = 105 + 1,5G_A + 0,25G_B$  и  $Y_B = 135 + 1,75G_B + 0,5G_A$ , значит,

$$\frac{\Delta Y_A}{\Delta G_A} = 1,5 \quad \frac{\Delta Y_A}{\Delta G_B} = 0,25 \quad \frac{\Delta Y_B}{\Delta G_B} = 1,75 \quad \frac{\Delta Y_B}{\Delta G_A} = 0,5$$

(б) Если  $G_A = 40$  и  $G_B = 60$ , то

$$\begin{aligned} Y_A &= 105 + 1,5 \cdot 40 + 0,25 \cdot 60 = 180 \\ Y_B &= 135 + 1,75 \cdot 60 + 0,5 \cdot 40 = 260 \end{aligned}$$

$$NX_A = 0,1Y_B - 0,2Y_A = 0,1 \cdot 260 - 0,2 \cdot 180 = -10$$

$$NX_B = 0,2Y_A - 0,1Y_B = -NX_A = 10$$

(в) В пункте (б) можем видеть, что без вмешательства страна А импортировала на сумму 36 д.е., что больше 30, а значит, ограничение будет связывающим: в новом равновесии импорт страны А составит в точности 30 д.е. Импорт страны А – это экспорт страны В, который, стало быть, будет равен 30 д.е., тогда для страны В можем составить уравнение с одной переменной –  $Y_B$ :

$$Y_B = C_B + I_B + G_B + Ex_B - Im_B = 10 + 0,5Y_B + 50 + 60 + 30 - 0,1Y_B = 150 + 0,4Y_B$$

Отсюда получаем  $Y_B = 250$ . Значит,  $Ex_A = 0,1Y_B = 25$ . Вспомним, что  $Im_A = Ex_B = 30$ :

$$Y_A = C_A + I_A + G_A + Ex_A - Im_A = 10 + 0,5Y_A + 50 + 40 + 25 - 30 = 95 + 0,5Y_A$$

Отсюда получаем  $Y_A = 190$ .

(г) Действительно,  $\Delta Y_A = 10 > 0$  и  $\Delta Y_B = -10 < 0$ .

(д) Заметим, что пользоваться мультипликатором из пункта (а) больше нельзя, так как при зафиксированном импорте страны А предельная склонность к импортированию у страны А фактически стала равна нулю. Уравнение ВВП страны В примет вид

$$Y_B = C_B + I_B + G_B + Ex_B - Im_B = 10 + 0,5Y_B + 50 + G_B + 30 - 0,1Y_B = 90 + G_B + 0,4Y_B$$

Цель правительства –  $Y_B = 260$ , тогда

$$0,6Y_B = 90 + G_B = 0,6 \cdot 260 = 156 \quad G_B = 66 \quad \Delta G_B = 6$$

### **Критерии оценивания**

(а) Всего за пункт – **9 баллов**:

- Идея, что экспорт одной страны – это импорт другой, – **1 балл**
- Корректно применено основное макроэкономическое тождество для стран А и В – **по 1 баллу** за уравнение для каждой из стран
- Корректно решена система – получены уравнения  $Y_A(G_A, G_B)$  и  $Y_B(G_B, G_A)$  – **по 1 баллу** за каждое уравнение
- Верно указаны значения мультипликаторов – **по 1 баллу** за каждый мультипликатор

(б) Всего за пункт – **2 балла**:

- Верно вычислены все 4 величины – **2 балла**
- Верно вычислены 1-3 величины – **1 балл**
- Нет верно вычисленных величин – **0 баллов**

(в) Всего за пункт – **6 баллов**:

- Объяснено, почему в новом равновесии  $Im_A = Ex_B = 30$ , – **1 балл**
- Корректно составлено уравнение для  $Y_B$  – **1 балл**
- Верно найден равновесный  $Y_B$  – **1 балл**
- Показано, что в новом равновесии  $Ex_A = Im_B = 25$ , – **1 балл**
- Корректно составлено уравнение для  $Y_A$  – **1 балл**
- Верно найден равновесный  $Y_A$  – **1 балл**

(г) Всего за пункт – **4 балла, по 2 балла** за каждый аргумент:

- Корректный аргумент – **2 балла**
- В целом корректный аргумент, сформулированный с недочётами, – **1 балл**
- Некорректный аргумент – **0 баллов**

(д) Всего за пункт – **4 балла**:

- Верно составлено уравнение с двумя переменными (вероятнее всего, это будут  $Y_B$  и  $G_B$  либо  $Y_B$  и  $\Delta G_B$ ) – **2 балла**
- Зафиксировано  $Y_B = 260$  (либо  $\Delta Y_B = 10$ ) и приведён ответ  $\Delta G_B = 6$  – **2 балла**



**Задача 4. «Как финансировать общественные блага?» (25 баллов)**

В стране  $X$  проживают  $n$  идентичных избирателей, каждый из которых получает удовольствие от пользования общественными благами и от личного располагаемого дохода. Однако создание общественных благ может быть профинансировано исключительно из подоходных налогов, которые взимаются с избирателей и уменьшают их располагаемый доход. Известно, что уровень счастья типичного избирателя может быть определён как  $\theta v(G) + (1 - \theta)v(y(1 - t))$ , где  $y$  д.е. – доход избирателя до вычета налогов,  $t \cdot 100\%$  – ставка, по которой избиратель уплачивает налог,  $G$  д.е. – объём общественных благ, равный сумме всех собираемых в стране налогов,  $\theta \in [0; 1]$  – параметр относительной ценности общественных благ по сравнению с личным доходом,  $v(\cdot)$  – некоторая возрастающая функция.

**(а)** Пусть  $v(x) = \ln x$ . Обязательного налогообложения нет – каждый избиратель независимо принимает решение о вкладе в создание общественных благ, добровольно внося в госбюджет некоторую долю от своего дохода (фактически общественные блага финансируются путём краудфандинга). Какую часть дохода избиратели захотят направить на обеспечение общественных благ?

**(б)** Предположим теперь, что решение насчёт ставки налога принимается *беневолепнтным* правителем, т.е. таким, который максимизирует суммарное удовольствие избирателей. Какая ставка налога будет назначена? Как она соотносится со ставкой, которую избиратели выбирали для себя самостоятельно в пункте (а)? Какая проблема иллюстрируется на этом примере?

**(в)** Допустим, правитель коррумпирован: он взимает налоги в одном объёме, а в обмен предоставляет избирателям общественные блага не в таком же, а в меньшем объёме, поскольку часть собранных налогов разворовывается. Иначе говоря, объём общественных благ больше не равен сумме всех собираемых в стране налогов, а отличается от налоговых поступлений на величину коррупционного дохода правителя. Если правитель запланировал присвоить долю  $c \in [0; 1]$  от совокупного дохода всех избирателей (стало быть, от  $ny$  д.е.), то какую ставку налога ему следует назначить, чтобы при таком условии максимизировать удовольствие избирателей?

**(г)** Если правитель-коррупционер похищает из казны столько средств, что в результате удовольствие избирателей становится ниже, чем в отсутствие централизованного налогообложения вообще, т.е. чем в пункте (а), то происходит революция, такой правитель объявляется неэффективным и смещается. Каково максимальное значение  $\bar{c}$ , которое может быть расхищено?

**Решение**

**(а)** Каждый избиратель выбирает свою ставку  $t_i$  и максимизирует величину

$$u_i(t_i) = \theta v(G) + (1 - \theta)v(y(1 - t_i)) = \theta \ln(t_1 y + \dots + t_n y) + (1 - \theta) \ln(y(1 - t_i)) \rightarrow \max_{0 \leq t_i \leq 1}$$

Условие первого порядка выглядит следующим образом:

$$u_i'(t_i) = \theta \frac{1}{t_1 y + \dots + t_n y} y + (1 - \theta) \frac{1}{y(1 - t_i)} (-y) = \frac{\theta}{t_1 + \dots + t_n} - \frac{1 - \theta}{1 - t_i} = 0$$

Из этого выражения видно, что первая производная убывает по  $t_i$ , т.е. условие второго порядка будет выполнено. Поскольку агенты гомогенны, равновесие будет симметричным:

$$t_1 = \dots = t_n = t_i^*$$

Подставив это в условие оптимума каждого избирателя, получим

$$\frac{\theta}{nt_i} - \frac{1 - \theta}{1 - t_i} = 0 \quad \theta(1 - t_i) = (1 - \theta)nt_i \quad \theta - \theta t_i = nt_i - \theta nt_i \quad t_i^* = \frac{\theta}{\theta + n(1 - \theta)}$$

Можно заметить, что, во-первых, ставка возрастает по  $\theta$ : чем сильнее избиратели ценят общественное благо, тем больше их готовность его финансировать; во-вторых, равновесная ставка убывает по  $n$ : чем больше агентов, тем сильнее каждый агент будет надеяться на суммарный «вклад» всех остальных, а сам предпочтёт меньше вкладываться в общественные блага (быть «зайцем»).

**(б)** Беневолепнтный правитель выбирает общую для всех ставку  $t$  и максимизирует величину

$$u(t) = nu_i(t) = n(\theta \ln(nty) + (1 - \theta) \ln(y(1 - t))) \rightarrow \max_{0 \leq t \leq 1}$$

Множитель  $n$  при оптимизации можно проигнорировать. Условие первого порядка примет вид

$$u'(t) = \theta \frac{1}{nty} ny + (1 - \theta) \frac{1}{y(1-t)} (-y) = \frac{\theta}{t} - \frac{1-\theta}{1-t} = 0$$

Из этого выражения видно, что первая производная убывает по  $t$ , т.е. условие второго порядка будет выполнено. Нетрудно убедиться, что в оптимуме  $t^* = \theta$ .

Легко видеть, что для любого  $n > 1$

$$t^* = \theta > t_i^* = \frac{\theta}{\theta + n(1-\theta)}$$

Стало быть, равновесие, при котором общественные блага финансируются децентрализованно, уступает в эффективности равновесию, при котором решение принимает центральный планировщик, именно по той причине, что в первом случае происходит недофинансирование общественных благ. Перед нами сюжет, иллюстрирующий проблему безбилетника.

**(в)** Если разворовывается величина  $cny$ , а налоговые сборы в сумме по-прежнему составляют  $tny$ , то размер общественных благ будет равен  $G = tny - cny = ny(t - c)$ . С учётом этого целевая функция правителя обновится:

$$u(t) = nu_i(t) = n(\theta \ln(ny(t - c)) + (1 - \theta) \ln(y(1 - t))) \rightarrow \max_{0 \leq t \leq 1}$$

Множитель  $n$  при оптимизации можно проигнорировать. Условие первого порядка:

$$u'(t) = \theta \frac{1}{ny(t - c)} ny + (1 - \theta) \frac{1}{y(1 - t)} (-y) = \frac{\theta}{t - c} - \frac{1 - \theta}{1 - t} = 0$$

Из этого выражения видно, что первая производная убывает по  $t$ , т.е. условие второго порядка будет выполнено. В оптимуме имеем

$$\theta(1 - t) = (1 - \theta)(t - c) \quad \theta - \theta t = t - c - \theta t + \theta c \quad t^{**} = \theta + c(1 - \theta)$$

Очевидно, что  $t^{**} = \theta + c(1 - \theta) > t^* = \theta$ : коррупция увеличивает налоговое бремя.

**(г)** При наличии коррупции объём общественных благ составит

$$G(t^{**}) = ny(t^{**} - c) = ny(\theta + c(1 - \theta) - c) = ny(\theta - \theta c) = ny\theta(1 - c)$$

А располагаемый доход одного агента составит

$$y(1 - t^{**}) = y(1 - \theta - c(1 - \theta)) = y(1 - \theta)(1 - c)$$

Без централизованного налогообложения общественные блага будут произведены в объёме

$$G(t_i^*) = nt_i^* y = n \frac{\theta}{\theta + n(1 - \theta)} y$$

А располагаемый доход одного агента составит

$$y(1 - t_i^*) = y \left( 1 - \frac{\theta}{\theta + n(1 - \theta)} \right) = y \frac{n(1 - \theta)}{\theta + n(1 - \theta)}$$

Чтобы сохранить власть, следует выбирать объёмы коррупции так, чтобы выполнялось условие

$$\theta \ln(ny\theta(1 - c)) + (1 - \theta) \ln(y(1 - \theta)(1 - c)) \geq \theta \ln \frac{ny\theta}{\theta + n(1 - \theta)} + (1 - \theta) \ln \frac{ny(1 - \theta)}{\theta + n(1 - \theta)}$$

$$\ln(ny\theta(1 - c))^\theta + \ln(y(1 - \theta)(1 - c))^{1-\theta} \geq \ln \left( \frac{ny\theta}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^\theta + \ln \left( \frac{ny(1 - \theta)}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^{1-\theta}$$

$$\ln \left( (ny\theta(1 - c))^\theta (y(1 - \theta)(1 - c))^{1-\theta} \right) \geq \ln \left( \left( \frac{ny\theta}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^\theta \left( \frac{ny(1 - \theta)}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^{1-\theta} \right)$$

$$(ny\theta(1 - c))^\theta (y(1 - \theta)(1 - c))^{1-\theta} \geq \left( \frac{ny\theta}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^\theta \left( \frac{ny(1 - \theta)}{\theta + n(1 - \theta)} \right)^{1-\theta}$$

$$n^\theta y^\theta \theta^\theta (1 - c)^\theta y^{1-\theta} (1 - \theta)^{1-\theta} (1 - c)^{1-\theta} \geq \frac{n^\theta y^\theta \theta^\theta n^{1-\theta} y^{1-\theta} (1 - \theta)^{1-\theta}}{(\theta + n(1 - \theta))^\theta (\theta + n(1 - \theta))^{1-\theta}}$$

$$1 - c \geq \frac{n^{1-\theta}}{\theta + n(1 - \theta)}$$

Таким образом, граничное значение размера коррупции составляет

$$\bar{c} = 1 - \frac{n^{1-\theta}}{\theta + n(1-\theta)}$$

### **Критерии оценивания**

#### **(а) Всего за пункт – 7 баллов:**

- Записана величина, которую максимизирует каждый отдельный избиратель – 1 балл.
- Найдена первая производная по  $t_i$  – 1 балл.
- Доказано любым верным способом, что оптимум при обнулении первой производной – 2 балла.
- Через идентичность агентов сделан вывод, что  $t_i$  у каждого из них одинаковое – 1 балл.
- Исходя из имеющихся уравнений получено верное значение  $t$  – 2 балла.

#### **(б) Всего за пункт – 7 баллов:**

- Записана величина, которую максимизирует правитель – 1 балл.
- Найдена первая производная по  $t^*$  – 1 балл.
- Доказано любым верным способом, что оптимум при обнулении первой производной – 2 балла.
- Исходя из имеющихся уравнений получено верное значение  $t^*$  – 1 балл.
- Сделан вывод о проблеме безбилетника (недофинансировании общественных благ) – 2 балла.

#### **(в) Всего за пункт – 6 баллов:**

- Рассчитана новая величина общественных благ – 1 балл.
- Записана новая величина, которую максимизирует правитель – 1 балл.
- Найдена первая производная по  $t^{**}$  – 1 балл.
- Доказано любым верным способом, что оптимум при обнулении первой производной – 2 балла.
- Исходя из имеющихся уравнений получено верное значение  $t^{**}$  – 1 балл.

#### **(г) Всего за пункт – 5 баллов:**

- Рассчитан объем общественных благ и располагаемый доход одного агента при наличии коррупции – 1 балл.
- Рассчитан объем общественных благ и располагаемый доход одного агента без централизованного налогообложения – 1 балл.
- Путем решения уравнения получено граничное значение размера коррупции – 3 балла.

### **Примечания**

Если в пункте а и/или пункте в получен неверный итоговый ответ, то за пункт г автоматически ставится 0 баллов.

Если в пункте а сделан вывод, что все  $t_i$  одинаковы и исходя из этого максимизируется величина, которая зависит не от  $t_i$ , а от  $t$  (которое одинаково для всех), то автоматически 0 баллов за пункт а.