

Задача 1. Две машины, расстояние между которыми вначале равно 120 км, движутся в одном направлении по шоссе, скорость на котором ограничена 60 км/ч. В некоторой точке шоссе разрешённая скорость увеличивается до 70 км/ч. Далее каждые 100 км разрешённая скорость увеличивается на 10 км/ч (т. е. через 100 км после первой точки — до 80 км/ч, ещё через 100 км — до 90 км/ч, и т.д.), пока не станет равна 120 км/ч. В любой момент времени машины едут с максимально разрешённой скоростью. Какое расстояние (в км) будет между машинами, когда обе будут ехать со скоростью 120 км/ч? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 2. Число $20! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 20 = 2\,432\,902\,008\,176\,640\,000$ имеет 41 040 натуральных делителей. Сколько среди них нечётных?

Задача 3. Определим $f(x) = \frac{(2x-1)6^x}{2^{2x-1} + 3^{2x-1}}$. Вычислите

$$f\left(\frac{1}{2020}\right) + f\left(\frac{2}{2020}\right) + \dots + f\left(\frac{2020}{2020}\right).$$

Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 4. Последовательность множеств точек с целыми координатами S_0, S_1, \dots определена следующим образом: $S_0 = \{(0, 0)\}$, а S_k состоит из всех точек с целыми координатами, которые находятся на расстоянии 1 от ровно одной точки из S_{k-1} . Сколько точек лежит в множестве S_{2020} ?

Задача 5. В четырёхугольнике $ABCD$ длины сторон BC и CD равны 2 и 6 соответственно. Точки пересечения медиан треугольников ABC , BCD и ACD образуют равносторонний треугольник. Какое наибольшее значение может принимать площадь четырёхугольника $ABCD$? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 6. Альба и Черри играют в «Быки и коровы» по особым правилам. Вначале Альба задумывает какую-то перестановку чисел от 1 до 2020 (т.е. последовательность чисел, в которой каждое из чисел от 1 до 2020 встречается ровно один раз). После этого Черри пишет на доске k перестановок чисел от 1 до 2020, а Альба, после того как Черри выпишет все свои перестановки, про каждое число в каждой перестановке сообщает Черри стоит оно на том же месте, что и в его перестановке, левее или правее. При каком наименьшем k Черри гарантированно сможет после этого назвать перестановку Альбы?