



Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Крионасос (8 баллов)

Крюков П. А.

В криогенном эксперименте поток газообразного азота, распространяющийся в вакуумной камере, направляется на охлаждаемую до низкой температуры $T_c = -243^\circ\text{C}$ поверхность (криопанель), на которой газ может превращаться в твёрдое тело (процесс десублимации). Скорость потока азота равна $v = 200\text{ м/с}$ и направлена перпендикулярно криопанели, температура в потоке равна $T_0 = -173^\circ\text{C}$. Определите максимальное значение плотности газообразного азота, при котором на криопанели десублимируется весь натекающий газ. Холодильное оборудование может обеспечить отвод тепла в количестве не более, чем $0,4\text{ Дж}$ с 1 см^2 поверхности криопанели за 1 секунду. Удельная теплота сублимации азота равна $L = 225\text{ кДж/кг}$. Удельная теплоёмкость азота (при данных условиях) равна $c = 1,0\text{ кДж/кг}^\circ\text{C}$. Площадь сечения потока на входе равна площади криопанели. Кинетической энергией натекающего газа можно пренебречь.

Ответ: $\rho \approx 6,8 \cdot 10^{-5}\text{ кг/м}^3$.

Критерии

- 1) Высказывается мысль о том, что необходимые для решения физические величины можно находить в расчёте на единицу площади за единицу времени — *1,5 балла*.
- 2) Получена формула $\Delta m = (v\Delta t) \cdot \rho \cdot 1\text{ см}^2$ для массы газа, натекающей на 1 см^2 поверхности криопанели за 1 с, — *2,5 балла*.
- 3) Записано уравнение теплового баланса (за 1 с в расчёте на 1 см^2) для охлаждающегося и десублимирующегося на криопанели газа — *2,5 балла*.

Если вместо расчёта на единицу поверхности в единицу времени вводится площадь криопанели и время предыдущие пункты оцениваются тем же количеством баллов. Иначе говоря, при полностью правильном решении к этому этапу суммарное количество баллов должно быть равно *6,5 баллов*.

- 4) Получена формула (как в решении или иначе записанная) и найдено верное числовое значение плотности — *1,5 балла*.

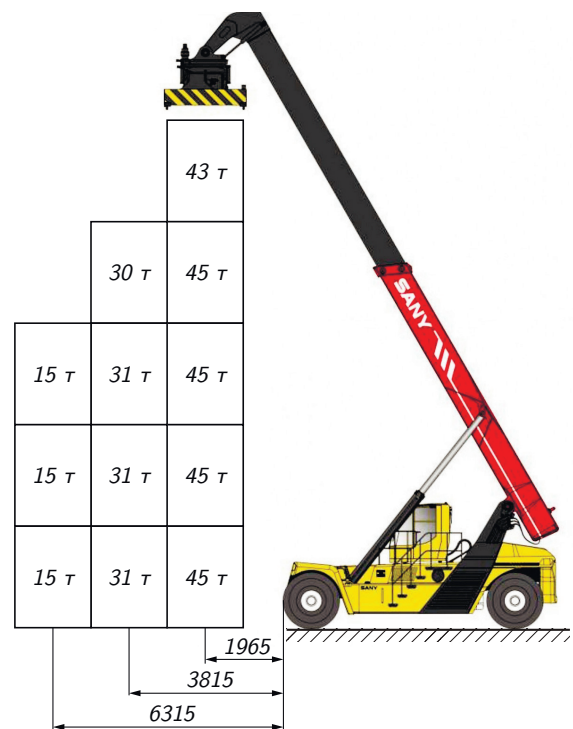
2. Ричстакер (10 баллов)

Крюков П. А., по схеме из [1]

Рисунок справа, на котором изображён погрузчик для работы с контейнерами («ричстакер»), воспроизводит схему из буклета производителя, китайской фирмы «Sany». Прямоугольники символизируют контейнеры, масса которых указана в тоннах. Линейные размеры даны в миллиметрах. Масса этого ричстакера составляет 72 тонны, расстояние между осями передних и задних колёс равно 6 м, внешний диаметр покрышки колеса равен 1670 мм. Рисунок показывает, что при данном расположении погрузчик может приподнять

любой из изображённых контейнеров (предварительно убрав другие). При этом угол наклона стрелы и её длина могут изменяться.

- 1) Пусть ричстакер «разбирает» ближайшую к себе стопку контейнеров. На какую максимальную величину изменяется сила давления передних колёс на поверхность земли в момент, когда погрузчик приподнимает контейнер из этой стопки? Считайте, что в момент подъёма каждого из контейнеров положение погрузчика в точности совпадает с показанным на рисунке. (*4 балла*)



- 2) На каком расстоянии по горизонтали от оси заднего колеса может располагаться центр тяжести погрузчика, если для его безопасной работы необходимо, чтобы сила давления пары колёс (передних или задних) всегда была не меньше шестой части веса погрузчика? (*6 баллов*)

Считайте, что при изменении длины стрелы и её наклона центр тяжести погрузчика по горизонтали практически не смещается, ускорение свободного падения равно $g = 10\text{ Н/кг}$.

Ответ: 1) $\Delta F_1^{(\max)} \approx 660\text{ кН}$; 2) $1\text{ м} \leq y \leq 3\text{ м}$.

Критерии

- 1) Записано уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку касания задних колёс о землю для погрузчика без контейнера — *1 балл*.
- 2) Записано уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку касания задних колёс о землю для погрузчика с контейнером — *1 балл*.

3) Получено выражение для изменения силы давления передних колёс на землю — 1 балл.

4) Показывается, что наибольшее изменение силы давления реализуется, когда ричстакер разбирает первую стопку контейнеров, верно найдено соответствующее наибольшее изменение силы — 1 балл.

Если верный ответ на первый вопрос получен на основе анализа равновесия с помощью других уравнений — 4 балла. Верные рассуждения, но допущены ошибки при вычислениях — 2,5 балла.

5) Произведён анализ равновесия погрузчика без контейнера, из которого следует неравенство для расстояния y от оси задних колёс до центра тяжести $y \geq 1$ м — 1 балл.

Получено (из анализа равновесия без контейнера) второе неравенство $y \leq 5$ м — 1 балл.

6) Произведён анализ, из которого следует, что наибольшее изменение силы давления задних колёс на землю происходит, когда погрузчик приподнимает контейнер из второй стопки — 2,5 балла.

7) Получено неравенство $y \leq 3$ м — 1 балл.

8) Получен верный ответ на второй вопрос в виде неравенства $1 \text{ м} \leq y \leq 3 \text{ м}$ — 0,5 балла.

Если верный ответ на второй вопрос получен другим способом (не как в решении) — 6 баллов. Верные рассуждения, но допущены ошибки при вычислениях — 3 балла.

3. Студент, дельфин, модель (12 баллов)

Крюков П. А., по мотивам [2], [3].

Студент-биофизик исследует физические основы плавания дельфинов. Он рассматривает следующую простую модель.

Объём дельфина складывается из объёма тканей тела V_T , несжимаемых при погружении, и объёма различных газовых полостей V_G (например, лёгких), который при погружении уменьшается под действием давления воды. Студент считает, что согласно газовым законам, произведение давления $P(h)$ на глубине h на объём $V_G(h)$ должно оставаться постоянным на всех глубинах:

$$P(h)V_G(h) = \text{const.}$$

Пусть дельфин движется вертикально вниз с характерной для себя скоростью v . Расчёты студента показывают, что по достижении *нижней критической глубины* $h_H = 30$ м дельфин может продолжать движение вниз, не совершая никаких усилий. Иначе говоря, не создавая силы тяги. При движении вертикально вверх с той же скоростью v , достигнув *верхней критической глубины* $h_B = 10$ м, дельфин продолжит всплывать, не создавая силы тяги. Атмосферное давление равно $P_0 = 10^5$ Па, плотность воды и ускорение свободного падения равны: $\rho = 1000$ кг/м³ и $g = 10$ Н/кг. Плотность тканей тела отличается от плотности воды на 2%. Зависимость силы сопротивления воды от скорости неизвестна.

1) Определите отношение объёма тканей тела к объёму полостей при нулевой глубине $\frac{V_T}{V_G(0)}$. Можно считать, что при нулевой глубине газовые полости

заполнены воздухом при атмосферном давлении P_0 . (10 баллов)

2) Экспериментально наблюдаются значения критических глубин: $h_H \approx 67$ м и $h_B \approx 6$ м. Чем может быть обусловлено расхождение предсказаний модели студента и экспериментальных данных? (2 балла)

Ответ: 1) 18,75; 2) Несовершенство модели в том, что газовые полости рассматриваются как герметичный пакет с газом, а на самом деле — это не так. Кроме того, сила сопротивления может зависеть не только от скорости, но и от глубины.

Критерии

1) Записано условие равенства нулю суммарной силы, действующей на дельфина, на нижней критической глубине: $mg = F_A(h_H) + F(v)$ — 1 балл.

Записано условие равенства нулю суммарной силы, действующей на дельфина, на верхней критической глубине: $F_A(h_B) = mg + F(v)$ — 1 балл.

2) Получено соотношение $F_A(h_B) + F_A(h_H) = 2mg$ или аналогичное — 3 балла.

3) Предыдущее соотношение преобразовано и получено уравнение $V_G(h_B) + V_G(h_H) = 2 \cdot 0,02 \cdot V_T$ — 1 балл.

4) На основании данного в условии соотношения получено выражение, описывающее зависимость объёма газовых полостей от глубины погружения, — 2 балла.

5) Объём газовых полостей на нижней и верхней критической глубине выражен через объём газовых полостей на нулевой глубине — 1 балл = 0,5 балла + 0,5 балла.

6) Получен верный числовой ответ — 1 балл.

Если в процессе решения получены другие промежуточные соотношения и конечный ответ правильный — 10 баллов. Рассуждения правильные, но допущены ошибки в алгебраических преобразованиях или вычислениях — 5 баллов.

7) В любом виде высказано соображение о том, что несовершенство модели состоит в описании процессов, происходящих с воздухом в лёгких дельфина, с помощью соотношения, данного в условии, — 2 балла. Если указывается, что сила сопротивления воды зависит от глубины, те же 2 балла. (Баллы не суммируются).

4. Аквариум (10 баллов)

Дворянинов С. В.

Аквариум в виде куба с длиной стороны $a = 40$ см заполнен водой доверху. Аквариум начинают очень медленно поворачивать вокруг одного из рёбер, так что угол φ между дном аквариума и горизонтальной поверхностью увеличивается на 1° каждые 10 секунд, при этом вода из аквариума вытекает. Скорость истечения воды количественно характеризует расход $Q = \frac{\Delta m}{\Delta t}$, равный массе воды, вытекающей из аквариума за малое время Δt . Расход Q меняется в зависимости от угла φ . Плотность воды равна $\rho = 1000$ кг/м³.

1) Найдите (можно приближённо) массу воды, вытекающей из аквариума в первые 10 секунд. (3 балла)

2) Чему равен угол φ в момент, когда расход воды Q достигает максимального значения Q_{\max} ? (4 балла)

3) Определите (можно приближённо) максимальное значение расхода Q_{\max} . (3 балла)

Примечание. При решении задачи могут оказаться полезными следующие геометрические соотношения.

1) Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике с катетами a , b и гипотенузой c сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы: $a^2 + b^2 = c^2$.

2) Площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой l и малым острым углом α приближённо равна $S \approx \frac{\pi \alpha}{360^\circ}$ (α измеряется в градусах). Малыми вполне можно считать углы меньше 10° .

Ответ: 1) $m_0 \approx 560$ г; 2) $\varphi = 45^\circ$;

3) $Q_{\max} \approx 112$ г/с.

Критерии

1) В любом виде высказывается мысль о том, что масса воды, вылившейся из аквариума за малое время Δt , пропорциональна объёму маленькой треугольной призмы, похожей на клин с малым углом при вершине — 1 балл.

2) Получена формула, вычислено значение изменения объёма за первые 10 с

$$\Delta V = \frac{\pi}{360} \cdot a^3 = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

и найдена масса вытекшей воды $m_0 \approx 560$ г — 2 балла.

(1,5 балла — формула, 0,5 балла — значение)

3) Дано любое непротиворечивое и доказательное обоснование того факта, что скорость истечения жидкости максимальна, когда угол наклона аквариума равен $\varphi = 45^\circ$ — 4 балла. Если угол найден, но обоснование отсутствует или содержит противоречия — 2 балла.

4) Получена формула для изменения объёма за малое время Δt или для скорости изменения объёма при угле $\varphi = 45^\circ$ — 2 балла.

5) Получен верный числовой ответ для максимального расхода: $Q_{\max} \approx 112$ г/с — 1 балла.

Список литературы

- [1] Industry Direct. SANY Reach Stacker. — 2019. — Access mode: <https://pdf.directindustry.com/pdf/sany/sany-srsc45c2-reach-stacker/52887-676393.html> (online; accessed: 2020-02-14).
- [2] Trassinelli Martino. Energy cost and optimisation in breath-hold diving // *Journal of Theoretical Biology*. — 2015. — 03. — Vol. 396.
- [3] Trassinelli Martino. Energy cost and optimisation in breath-hold diving. — 2018. — Access mode: <https://arxiv.org/pdf/1503.02904.pdf> (online; accessed: 2020-02-17).