

Вариант 1

Задание №1 (5 баллов)

Укажите все двузначные натуральные числа такие, что

$$\sqrt{ab} = a + \sqrt{b}$$

Задание №2 (5 баллов)

Представьте число 2019 в виде $a^b + b^a$, a и b – натуральные. В ответ запишите все получившиеся пары чисел: сперва запишите значения a , затем через точку с запятой значения b .

Задание №3 (10 баллов)

Шар радиуса $R=21$ см стянут по экватору крепким нерастяжимым обручем, плотно прилегающим к поверхности шара.

Длину обруча увеличили на 60 сантиметров. Определите, пройдет ли в образовавшийся зазор хорошо накаченный мяч, длина окружности которого равна 30,7 дюймам. Масса мяча 0,6 кг. Примите $\pi \approx 3,14$, 1 дюйм = 2,54 см.

- а) в случае концентрического расположения обруча и шара;
- б) в случае, когда обруч касается поверхности шара.

Задание №4 (10 баллов)

Решите в целых числах уравнение $x^2 - xy + y^2 = x + y$. В ответ запишите все получившиеся пары чисел: сперва запишите значения x , затем, через точку с запятой, значения y .

Задание №5 (15 баллов)

Проведите статистический анализ дискретного ряда значений. В качестве значений возьмите *количество букв в словах*, входящих в следующее стихотворение Самуила Яковлевича Маршака «Маленькие феи»:

Три очень милых феечки
Сидели на скамеечке
И, съев по булке с маслом,
Успели так замаслиться,
Что мыли этих феечек
Из трех садовых леечек.

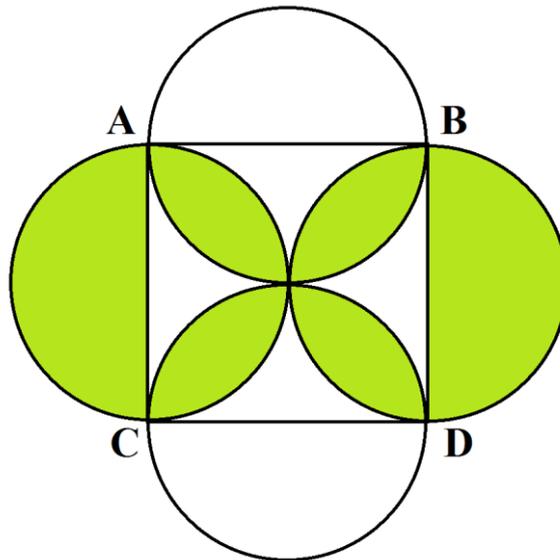
В ответе укажите:

- А) Среднее ряда;
- Б) Размах ряда;
- В) Медиану ряда;
- Г) Моду ряда.

При необходимости результаты округлите до десятых.

Задание №6 (15 баллов)

Вокруг квадрата описана окружность. На сторонах квадрата ABCD как на диаметрах построены окружности. Длина стороны квадрата равна 8 см. Определите, чему равна площадь закрашенной части фигуры (См. рисунок). $\pi \approx 3.14$ Ответ округлите до сотых.



Задание №7 (10 баллов)

Дано квадратное уравнение:

$$3x^2 + 2x - 4 = 0$$

Составьте новое квадратное уравнение, каждый из корней которого будет больше на 3 корней исходного уравнения.

В ответе укажите минимальные целочисленные коэффициенты уравнения в порядке убывания степеней, при которых данные коэффициенты расположены.

Задание №8 (20 баллов)

Решите систему уравнений. В ответ запишите все получившиеся пары чисел: сперва запишите значения x , затем через точку с запятой значения y .

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 5(xy + 14) \\ 2x(y + 1) = y - 4 \end{cases}$$

Вариант 2

Задание №1 (5 баллов)

Укажите все двузначные натуральные числа такие, что

$$\sqrt{ab} = a + \sqrt{b}$$

Задание №2 (5 баллов)

Представьте число 2019 в виде $a^b + b^a$, a и b – натуральные.

В ответ запишите все получившиеся пары чисел: сперва запишите значения a , затем через точку с запятой значения b .

Задание №3 (10 баллов)

Шар радиуса $R=50$ см стянут по экватору крепким нерастяжимым обручем, плотно прилегающим к поверхности шара.

Длину обруча увеличили на 20 сантиметров. Определите, пройдет ли в образовавшийся зазор хорошо накаченный мяч, длина окружности которого равна 2,47 дюйма. Масса мяча 0,0027 кг. Примите $\pi \approx 3,14$, 1 дюйм = 2,54 см.

- а) в случае концентрического расположения обруча и шара;
- б) в случае, когда обруч касается поверхности шара.

Задание №4 (10 баллов)

Решите в целых числах уравнение $3x^2 - 20xy - 7y^2 = 15$

Задание №5 (15 баллов)

Проведите статистический анализ дискретного ряда значений. В качестве значений возьмите *количество букв в словах*, входящих в следующее стихотворение Самуила

Три очень милых феечки

Сидели на скамеечке

И, съев по булке с маслицем,
Успели так замаслиться,
Что мыли этих феечек
Из трех садовых леечек.

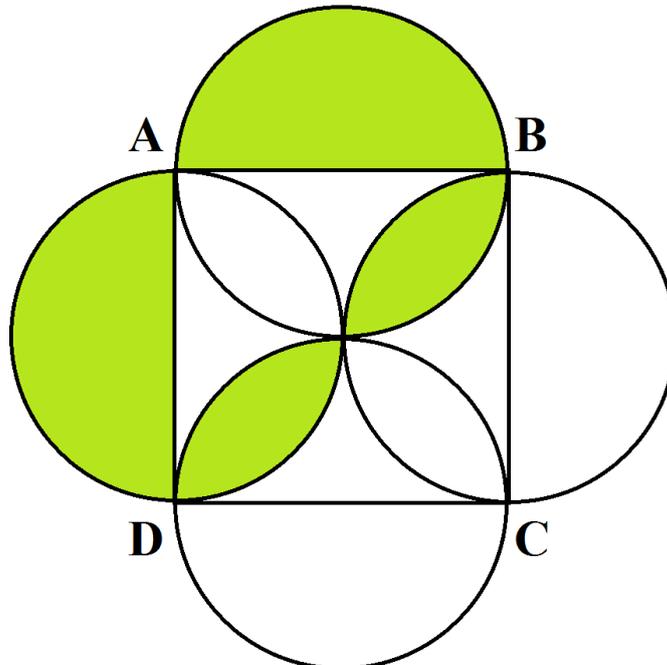
В ответе укажите:

- А) Среднее ряда;
- Б) Размах ряда;
- В) Медиану ряда;
- Г) Моду ряда.

При необходимости результаты округлите до десятых.

Задание №6 (15 баллов)

Вокруг квадрата описана окружность. На сторонах квадрата ABCD как на диаметрах построены окружности. Длина стороны квадрата равна 6 см. Определите, чему равна площадь закрашенной части фигуры (См. рисунок). $\pi \approx 3.14$ Ответ округлите до сотых.



Задание №7 (10 баллов)

Дано квадратное уравнение:

$$2x^2 + x - 5 = 0$$

Составьте новое квадратное уравнение, каждый из корней которого будет больше на 2 корней исходного уравнения.

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников
Отборочный (дистанционный) этап
Разбор заданий по математике 10-11 класс

В ответе укажите минимальные целочисленные коэффициенты уравнения в порядке убывания степеней, при которых данные коэффициенты расположены.

Задание №8 (19 баллов)

Решите систему уравнений. В ответ запишите все получившиеся пары чисел: сперва запишите значения x , затем, через точку с запятой, значения y .

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 5(xy + 14) \\ 2x(y + 1) = y - 4 \end{cases}$$