

Задача 1. (10 баллов)

Для заполнения следующей таблицы используются только числа от 1 до 4. Каждое число должно встречаться по одному разу в каждой строке и каждом столбце.

Кроме того, при заполнении данной таблицы следует учитывать, что таблица разделена на области. В каждой из областей указано число, которое равно сумме всех чисел, находящихся в выделенной области.

Также в некоторых отдельных ячейках могут уже быть вписаны числа.

	A	B	C	D
1	4	⁴⁺		3
2	⁵⁺			¹¹⁺
3	3			
4	1	4	⁵⁺	

Например, если в области написано «9+», то числа внутри данной области должны в сумме давать 9.

Обратите внимание, что буквы и числа на внешней стороне таблицы нужны для удобства решения.

В ответе приведите полностью заполненную таблицу.

Ответ:

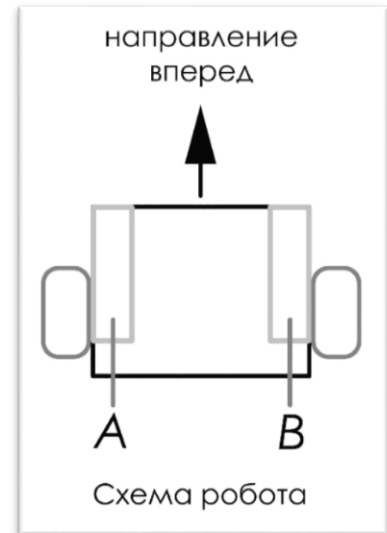
	A	B	C	D
1	4	⁴⁺ 1	2	3
2	⁵⁺ 2	3	1	¹¹⁺ 4
3	3	2	4	1
4	1	4	⁵⁺ 3	2

Задача 2. (10 баллов)

Робот оснащен двумя отдельно управляемыми колесами, диаметр колеса робота 10 см, максимальная скорость вращения моторов 1 об/с. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Длина робота равна 30 см, ширина робота равна 30 см, высота робота равна 25 см. Длина колесной базы робота равна 32 см. Масса робота равна 4 кг.

Колеса напрямую подсоединены к моторам.

Робот использует следующие режимы работы моторов:



Режимы работы моторов				
№ режима	A		B	
	Направление	Мощность	Направление	Мощность
1	↑	100	↑	100
2	↑	50	↓	50
3	↓	50	↑	50
4	↑	50	×	0
5	↓	50	×	0
6	×	0	↑	50
7	×	0	↓	50
8	×	0	×	0

Условные обозначения:

↑	<i>вперед</i>
↓	<i>назад</i>
×	<i>мотор не вращается</i>

А) (1 балла) Выберите номер режима, при котором робот будет двигаться по прямой вперед;

Б) (1 балла) Выберите номер режима, при котором робот будет совершать разворот на месте вокруг центра колесной базы;

В) (2 балла) Выберите номер режима, при котором робот будет совершать разворот вокруг колеса А по часовой стрелке;

В вопросах А, Б, В выберите подходящий номер режима работы мотора. В ответе запишите пару: буква пункта и номер ответа, например, А) 0.

Г) (6 баллов) Определите, на сколько градусов нужно повернуть ось мотора А (при работающем моторе В), чтобы робот проехал прямолинейный участок трассы длиной 100 см. Ответ дайте в градусах.

При расчетах примите $\pi \approx 3$. Приведите подробное решение данной задачи.

Решение

Найдем длину окружности обода колеса по формуле:

$$L_k = \pi * D_k, \text{ где } D_k - \text{длина диаметра колеса.}$$

$$L_k = 3 \times 10 \text{ см} = 30 \text{ см}$$

Определим на сколько оборотов должна повернуться ось мотора А, чтобы робот прямо проехал участок трассы длиной в 100 см.

$$N = \frac{S}{L_k}$$

Определим на сколько градусов должна повернуться ось мотора А.

$$1 \text{ оборот} = 360^\circ$$

$$\varphi = N \times 360^\circ = \frac{S \times 360^\circ}{L_k}$$

$$\varphi = \frac{S \times 360^\circ}{L_k} = \frac{100 \times 360^\circ}{30} = 1200^\circ$$

Ответ:

А) 1

Б) 2 или 3

В) 7

Г) 1200°

Задача 3. (10 баллов)

Даша решила сделать простейший «мобиль». Она взяла легкую прочную твердую ровную балку и нанесла на неё разметку с помощью маркера, разделив балку на пять равных частей. К концам балки Даша прикрепила два шарика. А балку она подвесила к потолку комнаты (см. *схему мобиля*), после чего балка приняла горизонтальное положение.

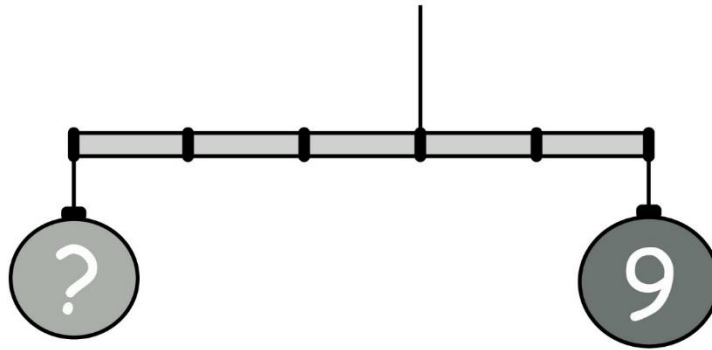


Схема мобиля

Длина балки равна 1 м. Считайте, что балка невесома и нерастяжима.

Масса шарика, расположенного на расстоянии двух частей от точки подвеса равна 900 г. Определите, чему равна масса второго шарика. Ответ дайте в граммах.

Приведите подробное решение данной задачи.

Справка

«Мобиль» – это вид кинетической скульптуры, основанный на принципах равновесия. Он состоит из нескольких стержней, на котором висят объекты или другие стержни. Объекты, висящие на стержнях, уравнивают друг друга. Каждый стержень висит только на одной струне.

Решение:

Равновесие данной системы основано на принципе равновесия рычага.

Балка разделена на 5 равных частей. Тогда расстояние от точки опоры (места крепления нити) до правого груза 2 частям, от точки опоры до левого груза 3 частям. Запишем уравнение равновесия рычага:

$$3 \times x = 2 \times 900$$

Решим данное уравнение:

$$3 \times x = 1800$$

$$x = 1800 \div 3$$

$$x = 600 \text{ г}$$

Ответ: масса шара равна 600г.

Задача 4. (20 баллов)

Робот-чертежник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на нее изображение (см. *схему поля*) при помощи кисти, закрепленной в центре колесной базы. Робот оснащен двумя отдельно управляемыми колесами, радиус колеса робота 5 см, максимальная скорость вращения моторов 2 об/с.

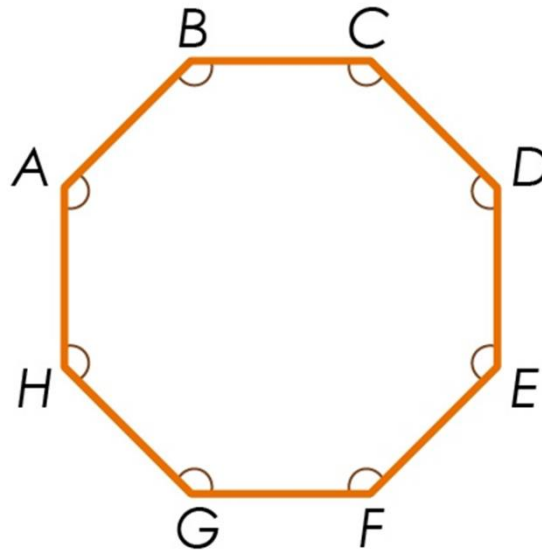


Схема поля

Робот должен нарисовать правильный восьмиугольник. Сумма углов восьмиугольника ABCDEFGH равна 1080° . $AB = 1 \text{ м } 5 \text{ дм}$.

Робот совершает поворот на месте (танковый поворот) на прямой угол (на 90°) за 4 секунды. При расчетах примите $\pi \approx 3$.

Из-за крепления кисти робот не может двигаться назад.

Приведите подробное решение данной задачи.

А) (10 баллов) Определите, сколько времени робот потратит на проезд по прямолинейным участкам трассы. Ответ дайте в секундах.

Б) (10 баллов) Определите, за какое минимальное время робот начертит данную фигуру. Ответ дайте в секундах.

Справка:

Правильным называется многоугольник, все стороны которого равны, и все углы которого равны.

Решение:

Будем выражать все длины в сантиметрах:

$$AB = 1\text{ м } 5\text{ дм} = 150\text{ см}, \quad R = 5\text{ см}$$

Определим общую длину прямолинейных участков трассы:

$$S = 8 \times AB = 8 \times 150\text{ см} = 1200\text{ см}$$

Определим длину окружности обода колеса:

$$L_k = \pi * D_k, \text{ где } D_k - \text{длина диаметра колеса}$$

$$D_k = 2 \times R = 2 \times 5\text{ см} = 10\text{ см}$$

$$L_k = 3 \times 10\text{ см} = 30\text{ см}$$

Определим сколько оборотов сделает ось колеса при проезде всех 8-ми участков прямолинейной трассы:

$$N = \frac{S}{L_k} = \frac{1200\text{ см}}{30\text{ см}} = 40\text{ оборотов}$$

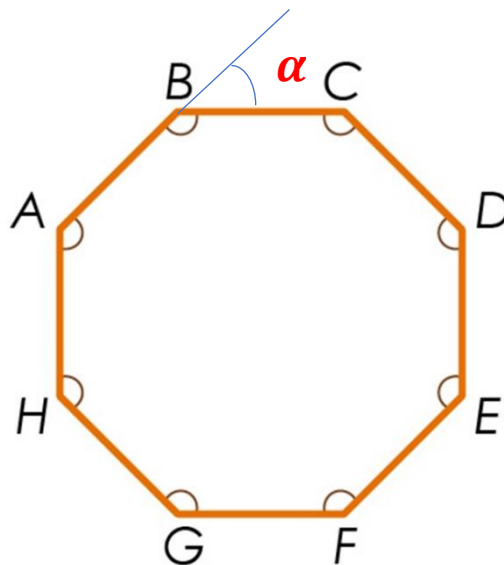
Определим сколько времени робот потратит на проезд по прямолинейным участкам трассы:

За 1 с робот делает 2 оборота колеса, то

$$t_1 = \frac{N}{v} = \frac{40}{2\text{ об/с}} = 20\text{ с}$$

Время движения робота по прямолинейным участкам 20 секунд.

Определим α угол поворота робота в вершине многоугольника:



Внутренний угол

$$\beta = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ, \text{ тогда } \alpha = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Чтобы нарисовать за минимальное время замкнутый восьмиугольник робот должен проехать 8 прямых участков и сделать 7 поворотов.

В результате робот должен повернуться на

$$7 \times \alpha = 7 \times 45^\circ = 315^\circ$$

Найдем минимальное время, которое робот затратит на повороты:

$$t_2 = \frac{315^\circ}{90^\circ} \times 4 \text{ с} = 14 \text{ с}$$

Определим минимальное время, за которое робот начертит данную фигуру:

$$t = t_1 + t_2 = 20 \text{ с} + 14 \text{ с} = 34 \text{ с}$$

Ответ:

А) 20 с;

Б) 34 с;