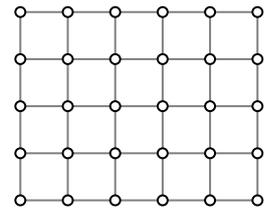


Задача 1. Положительные числа a и b таковы, что $a - b = a/b$. Что больше, $a + b$ или ab ?

Задача 2. Клетки бумажного квадрата 8×8 раскрашены в два цвета. Докажите, что Арсений может вырезать из него по линиям сетки два квадрата 2×2 , не имеющих общих клеток, раскраски которых совпадают. (Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются разными.)

Задача 3. В узлах сетки клетчатого прямоугольника 4×5 расположены 30 лампочек, изначально все они погашены. За ход разрешается провести любую прямую, не задевающую лампочек (размерами лампочек следует пренебречь, считая их точками), такую, что с какой-то одной стороны от неё ни одна лампочка не горит, и зажечь все лампочки по эту сторону от прямой. Каждым ходом нужно зажигать хотя бы одну лампочку. Можно ли зажечь все лампочки ровно за четыре хода?



Задача 4. Точка M — середина стороны BC треугольника ABC . Окружность ω проходит через точку A , касается прямой BC в точке M и пересекает сторону AB в точке D , а сторону AC — в точке E . Пусть X и Y — середины отрезков BE и CD соответственно. Докажите, что окружность, описанная около треугольника MXY , касается ω .

Задача 5. В ряд лежат $100N$ бутербродов, каждый с колбасой и сыром. Дядя Фёдор и кот Матроскин играют в игру. Дядя Фёдор за одно действие съедает один бутерброд с одного из краёв. Кот Матроскин за одно действие может стянуть колбасу с одного бутерброда (а может ничего не делать). Дядя Фёдор каждый ход делает по 100 действий подряд, а кот Матроскин делает только 1 действие; дядя Фёдор ходит первым, кот Матроскин вторым, далее ходы чередуются до тех пор, пока дядя Фёдор не доест все бутерброды. Дядя Фёдор выигрывает, если последний съеденный им бутерброд был с колбасой. Верно ли, что при каждом натуральном N он сможет выиграть независимо от ходов кота Матроскина?

Задача 6. Пусть p и q — взаимно простые натуральные числа. Лягушка прыгает по числовой прямой, начиная в точке 0, каждый раз либо на p вправо, либо на q влево. Однажды лягушка вернулась в 0. Докажите, что для любого натурального $d < p + q$ найдутся два числа, посещённые лягушкой и отличающиеся на d .