

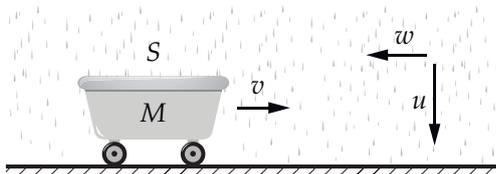


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Таз на колёсиках (12 баллов)

Фольклор

Тазик на колёсиках движется под дождём по горизонтальной дороге. Суммарная масса капель в единице объёма равна ρ , а их скорость вблизи поверхности земли равна u . Площадь верхнего горизонтального сечения тазаика равна S . В нулевой момент ($t = 0$) таз пустой, его масса вместе с колёсами равна M , а скорость равна v_0 ($v_0 \ll u$). Далее везде силой трения качения и силой сопротивления воздуха можно пренебречь.



А. Пусть в дне таза есть небольшое отверстие. Дождевая вода, попадая в таз, стекает на дно, распределяется по нему тонким слоем и вытекает через отверстие. Можно считать, что масса воды в тазу пренебрежимо мала по сравнению с массой таза.

А1) Какое расстояние L_1 пройдёт таз до остановки, если капли падают вертикально? (5 баллов)

А2) Подул встречный (для тазаика) ветер, так что горизонтальная составляющая скорости капель вблизи земли оказалась равна w , а вертикальная — равна u . Какое расстояние L_2 пройдет тазик до остановки, если время движения равно t ? (2 балла)

В. В этой части задачи считается, что дырок в тази-ке нет, вся попадающая в таз дождевая вода остаётся в нём. За рассматриваемое время вода не заполняет таз целиком и не переливается через борт. Ветра нет, скорость капель вертикальна.

В1) Определите зависимость скорости таза от времени $v(t)$ в этом случае. (2 балла)

В2) Если таз проходит расстояние S к моменту, когда масса воды в нём становится равна массе таза M , то какое расстояние он пройдёт к моменту, когда масса воды в нём станет равна $3M$? (3 балла)

Ответ: А1) $L_1 = \frac{Mv_0}{\rho u S}$; А2) $L_2 = \frac{Mv_0}{\rho u S} - wt$. В1) $v(t) = \frac{Mv_0}{M + \rho u S t}$; В2) $S_1 = 2S$.

Критерии

А1) Верный ответ, подкреплённый непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, — 5 баллов. Указано, что масса воды, попадающей в таз в единицу времени, не зависит от скорости таза, но

больше ничего не сделано — 1 балл. Верно записан закон сохранения импульса, как в решении или подобным образом, но не проведено суммирование (интегрирование) — 3 балла.

А2) Записан только закон сохранения импульса, но суммирование не проведено — 1 балл. Записан закон сохранения импульса (или аналогичное соотношение), проведено суммирование, получен верный ответ — 2 балла.

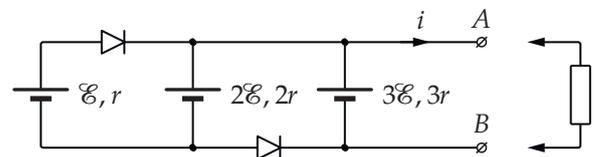
В1) Верно записан закон сохранения импульса, но ответ не получен — 1 балл. Получен верный ответ, приведено обоснование — 2 балла.

В2) Написан верный ответ, обоснование не приводится — 1 балл. Суммирование или интегрирование произведено с вычислительной ошибкой, но идея верная — 1 балл. Получен верный, обоснованный ответ — 3 балла.

2. Изобразите характеристику (7 баллов)

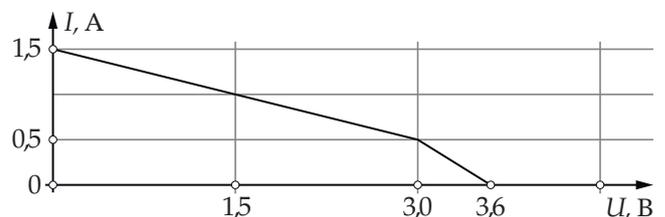
По мотивам Ф753, Зильберман А. Р., [1]

В схеме специального источника напряжения, показанной на рисунке, диоды — идеальные (открываются при близком к нулю напряжении), значения ЭДС и внутреннего сопротивления равны: $\mathcal{E} = 1,5$ В и $r = 1,0$ Ом соответственно.



Изобразите графически зависимость $i(U)$ (ВАХ источника), где i — ток, возникающий при подключении к источнику нагрузки, а U — разность потенциалов выводов А и В: $U = \varphi_A - \varphi_B$.

Ответ: график зависимости $I(U)$ изображен на рисунке ниже.



Критерии

При оценивании этой задачи предлагается за ответ, содержащий правильный график с указанием координат особых точек (точек пересечения с осями координат и точки излома), а также краткое пояснение построения, выставлять полный балл.

Правильный график с указанием координат особых точек без всяких пояснений — 5 баллов.

Правильно построена часть характеристики для значений тока от 0,5 А до 1,5 А, или в решении указывается, что в этом диапазоне токов ВАХ источника совпадает с ВАХ батарейки с ЭДС $3\mathcal{E}$, но всё остальное сделано неверно — 3 балла. Найдено значение максимального напряжения (3,6 В), но график ВАХ отсутствует — 3 балла.

Изображена правильная характеристика части схемы, содержащей две батарейки (с ЭДС \mathcal{E} и $2\mathcal{E}$) и верхний диод (больше ничего правильного решение не содержит) — 2 балла.

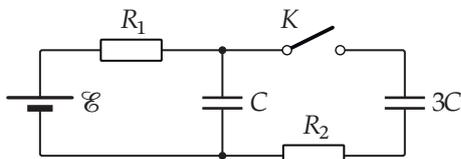
Указывается, что на графике ВАХ должен быть один излом (больше ничего нет) — 1 балл.

В остальных случаях решение оценивается на усмотрение проверяющего, но с учётом примерной схемы оценивания, описанной выше.

3. Токи через секунду (8 баллов)

Ромашка М. Ю.

В схеме, показанной на рисунке, ключ K изначально разомкнут, конденсатор ёмкостью $C = 100$ мкФ заряжен, а конденсатор ёмкостью $3C$ не заряжен, ток в цепи равен нулю. Другие параметры схемы равны: $R_1 = 10$ МОм, $R_2 = 10$ Ом, $\mathcal{E} = 12$ В. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов можно пренебречь.



Ключ замыкают. Определите токи i_1 и i_2 , текущие через резисторы R_1 и R_2 соответственно, через одну секунду после замыкания ключа.

Ответ: $i_1 \approx 0,9$ мкА, $i_2 \approx 0,68$ мкА.

Критерии

Если представленное школьником решение в целом соответствует авторскому, то выставление баллов осуществляется по схеме, описанной ниже. При этом вычислительные ошибки при правильных рассуждениях приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

Найден заряд конденсатора ёмкостью C до замыкания ключа — 1 балл

Произведён анализ численных значений параметров цепи, на основании которого сделан вывод о том, что в переходном процессе можно выделить две фазы: быструю и медленную — 2 балла.

Найдены верные значения зарядов и напряжений на конденсаторах после быстрой перезарядки — 1 балл.

Получен верный ответ для тока i_1 — 1 балл.

Найдено соотношение, связывающее токи заряд-

ки конденсаторов (показано, что эти токи пропорциональны ёмкостям), — 2 балла.

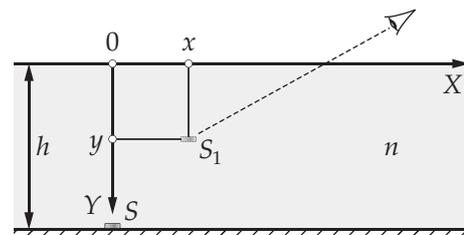
Получен верный ответ для тока i_2 — 1 балл.

Если решение в принципе отличается от авторского (например, записывается и решается система дифференциальных уравнений для определения токов), то обоснованное решение, приводящее к верным числовым ответам оценивается полным баллом. Решение, содержащее незначительные вычислительные ошибки, но принципиально верное, оценивается в 6 баллов. Решение, содержащее ошибки в преобразованиях, существенно влияющие на его дальнейший ход, при этом принципиально правильное, оценивается в 3 балла.

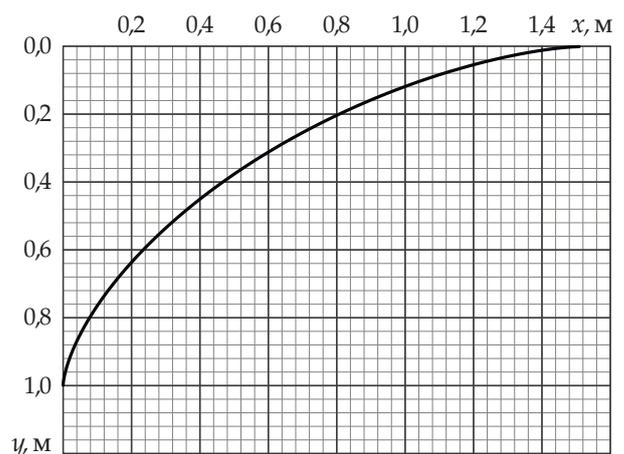
4. Рассматривая монеточку (9 баллов)

Крюков П. А.

На дне сосуда глубиной h , заполненного жидкостью с показателем преломления n , в точке с координатами $(0, h)$ (направление осей показано на рисунке) располагается монеточка S .



Наблюдатель видит изображение монеточки S_1 в точке с координатами (x, y) . Множество значений (x, y) для разных углов зрения изображено на графике. Используя график, найдите показатель преломления жидкости n и глубину сосуда h .



Ответ: $n = 1,33 \pm 0,05$, $h = 1,34 \pm 0,05$ м.

Критерии

Поскольку решать задачу можно разными способами, непротиворечивое, обоснованное решение, приводящее к ответам: $n = 1,33 \pm 0,05$, $h = 1,34 \pm 0,05$ м, оценивается полным баллом (даже если реализован один из вариантов интеллектуального

подбора значений). В других случаях решение оценивается на усмотрение проверяющего на основании следующей схемы распределения баллов.

Решение содержит только ответы без какого-либо обоснования — 4 балла.

Решение содержит непротиворечивые рассуждения, которые в случае аккуратной реализации приводили бы к правильным ответам, однако в силу неаккуратности ответы выходят за рамки установленной погрешности — 6 баллов.

Решение содержит верные, доказательные рассуждения, но ответы получены неправильные в силу вычислительных ошибок (при условии, что такое же решение без вычислительных ошибок даёт правильные ответы) — 6 баллов.

Указывается, что истинная глубина сосуда составляет n метров — 2 балла.

Указывается, что лучи, выходящие из воды в точке с координатами (примерно) $(1,5; 0)$, идут в воздухе горизонтально, а в воде под углом полного внутреннего отражения — 3 балла.

5. О капле (12 баллов)

Крюков П. А.

В этой задаче рассматривается эффект уменьшения температуры капли воды вследствие испарения с её поверхности при близких к комнатным давлении и температуре.

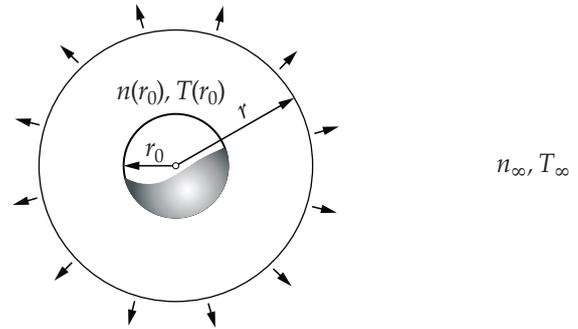
В одном из экспериментов шарообразная капля воды радиусом порядка миллиметра удерживалась силами поверхностного натяжения на тонкой полимерной леске. Зависимость температуры капли от времени измерялась с помощью высокоточного инфракрасного тепловизора. Вдали от капли (на «бесконечности») поддерживались постоянные значения: температуры T_∞ , давления p_∞ и относительной влажности воздуха φ_∞ . Обнаружилось, что если в начальный момент температура капли была равна температуре на бесконечности T_∞ , то затем в течение короткого времени она уменьшалась до значения $T_\infty - \Delta T$ (ΔT порядка нескольких градусов) и далее длительное время оставалась постоянной. Предлагается определить величину разности температур ΔT , учитывая диффузию пара от капли на бесконечность и тепловой поток, обусловленный разностью температур капли и воздуха на бесконечности. Конвекцией и передачей тепла по леске предлагается пренебречь.

В стационарном режиме в пространстве вне капли устанавливается распределение концентрации пара $n(r)$ и температуры $T(r)$. В силу сферической симметрии концентрация и температура зависят только от расстояния до центра капли r и удовле-

творяют уравнениям:

$$\frac{dN}{dt} = -D \cdot 4\pi r^2 \frac{dn}{dr}, \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa \cdot 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}.$$

где dN — количество молекул пара, проходящих за время dt через поверхность сферы радиусом r , концентрической с каплей, dQ — количество тепла, переносимого за время dt через поверхность той же сферы; коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ можно считать постоянными. Маленькими стрелками на рисунке символически показан поток диффундирующих молекул пара.



А. Коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ , молярная масса $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$, удельная теплота испарения воды L и радиус капли r_0 считаются известными. Изменение радиуса капли вследствие испарения можно считать незначительным.

А1) Температура у поверхности капли $T(r_0)$ и температура на бесконечности T_∞ (см. рис.) известны. Определите тепловой поток $\frac{dQ}{dt}$ и распределение температуры $T(r)$. (3 балла)

А2) Известны концентрации пара: $n(r_0)$ и n_∞ , определите массу воды, испаряющейся с поверхности капли за малое время t . (1 балл)

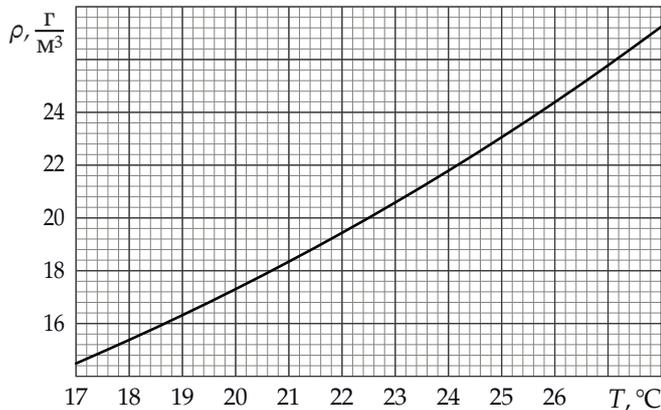
А3) Используя результаты пунктов А1) и А2), выразите разность плотностей пара у капли и на бесконечности $\Delta\rho = \rho(r_0) - \rho_\infty$ через разность температур $\Delta T = T_\infty - T(r_0)$. (1 балл)

В. Отношение коэффициентов теплопроводности и диффузии в условиях задачи удовлетворяет соотношению:

$$\frac{\kappa}{D} = \frac{v_{\text{B}}}{v_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{c_{\text{V}}\rho_{\text{B}}}{\mu_{\text{B}}},$$

где $v_{\text{H}_2\text{O}}$ и v_{B} — среднеквадратичные скорости молекул воды и воздуха, $c_{\text{V}} = 2,5R$ — молярная теплоёмкость воздуха при постоянном объёме, ρ_{B} — плотность воздуха. Определите отношение коэффициентов при температуре 300 К. При расчёте плотности давление воздуха можно считать равным 10^5 Па. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8,3$ Дж/(моль · К), молярные массы воды и воздуха: $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 18$ г/моль и $\mu_{\text{B}} = 29$ г/моль соответственно. Убедитесь в том, что при изменении температуры на 10 К отношение коэффициентов меняется незначительно. (1 балл)

С. Используя график зависимости плотности насыщенного пара воды от температуры, приведённый на рисунке ниже, а также результаты, полученные в частях **A** и **B**, определите как можно точнее величину разности температур ΔT , для следующих значений параметров на бесконечности: $T_\infty = 27^\circ\text{C}$, $\varphi_\infty = 70\%$. Удельная теплота испарения воды и давление воздуха равны: $L = 2,4 \cdot 10^6$ Дж/кг и $p_0 = 10^5$ Па соответственно. (6 баллов)



Примечание. При выполнении заданий части **A** может оказаться полезной формула:

$$\int_a^\infty \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{a}.$$

Ответ: A1) $q = -4\pi\kappa r_0 (T_\infty - T(r_0))$, $T(r) = T_\infty - (T_\infty - T(r_0)) \cdot \frac{r_0}{r}$;

A2) $m = 4\pi D r_0 t (n(r_0) - n_\infty) \cdot \frac{\mu_{\text{H}_2\text{O}}}{N_A}$;

A3) $\Delta\rho = \frac{\kappa}{LD} \Delta T$.

B) $\frac{\kappa}{D} \approx 0,657 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{м}^3}$.

C) $\Delta T = 5 \pm 0,5$ К.

Любопытно, что в статье [2] новосибирских авторов из института теплофизики описывается эксперимент, в котором для параметров на бесконечности: $T_\infty = 27^\circ\text{C}$, $\varphi_\infty = 27\%$ наблюдалась разность температур, приблизительно равная $\Delta T \approx 11$ К.

Критерии

Предлагается оценивать решения школьников на основе распределения баллов, указанного в условии, с учётом следующих рекомендаций.

За неверный знак в формуле для потока тепла в п. A1 («+», а не «-») оценка не снижается.

Ошибки при преобразованиях (или вычислительные) в частях **A** и **B** при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

Не совсем точное определение значения ΔT в части **C** вследствие неаккуратности или использования не оптимального метода приводит к снижению баллов, вставляемых за этот пункт, на 50 %.

Список литературы

- [1] Зильберман А. Р. Задачник «Кванта», Ф753. — 1982. — Май. — Режим доступа: http://kvant.mccme.ru/1982/05/zadachnik_kvanta_fizika.htm (дата обращения: 2021-02-14).
- [2] Borodulin V. Yu., Letushko V. N., Nizovtsev M. I., Sterlyagov A. N. Determination of parameters of heat and mass transfer in evaporating drops // International journal of heat and mass transfer. — 2017. — Vol. 109. — P. 609–618.