

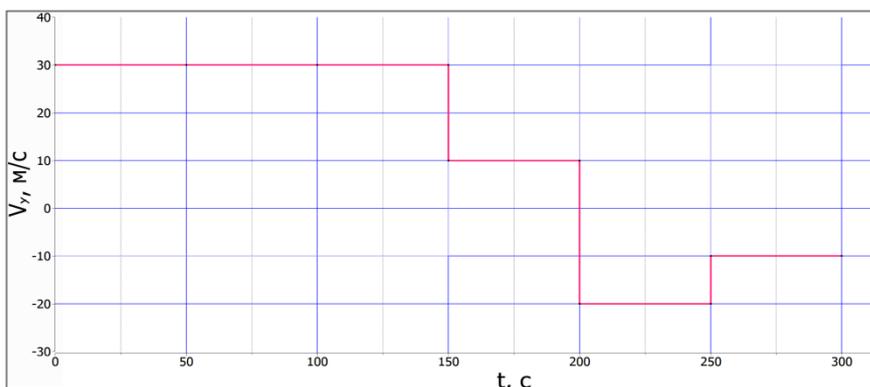
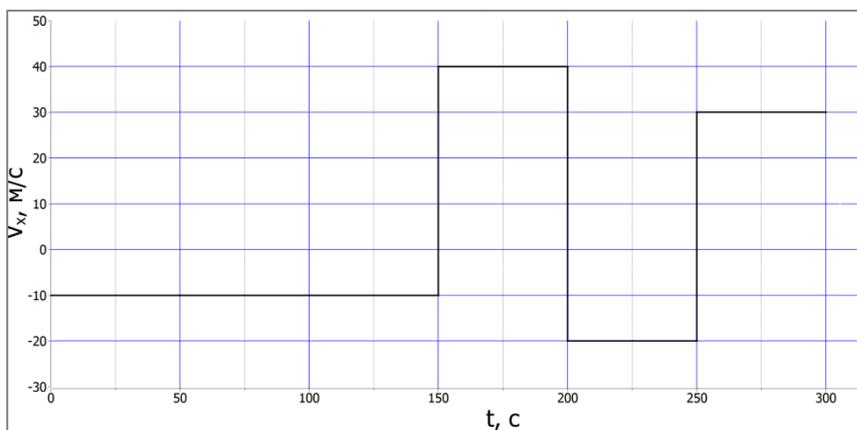
**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

9 класс

Вариант 1

Задача 1. Арктический вездеход (20 баллов)

При испытаниях нового беспилотного вездехода, инженеры сняли при помощи датчиков графики зависимости $v_x(t)$ и $v_y(t)$ - проекции скоростей вездехода на восточное (ось x) и северное (ось y) направления соответственно. Основываясь на этих данных, нарисуйте маршрут движения вездехода на местности (график $y(x)$) и найдите максимальное расстояние между точками его траектории S_{\max} . В начальный момент времени $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

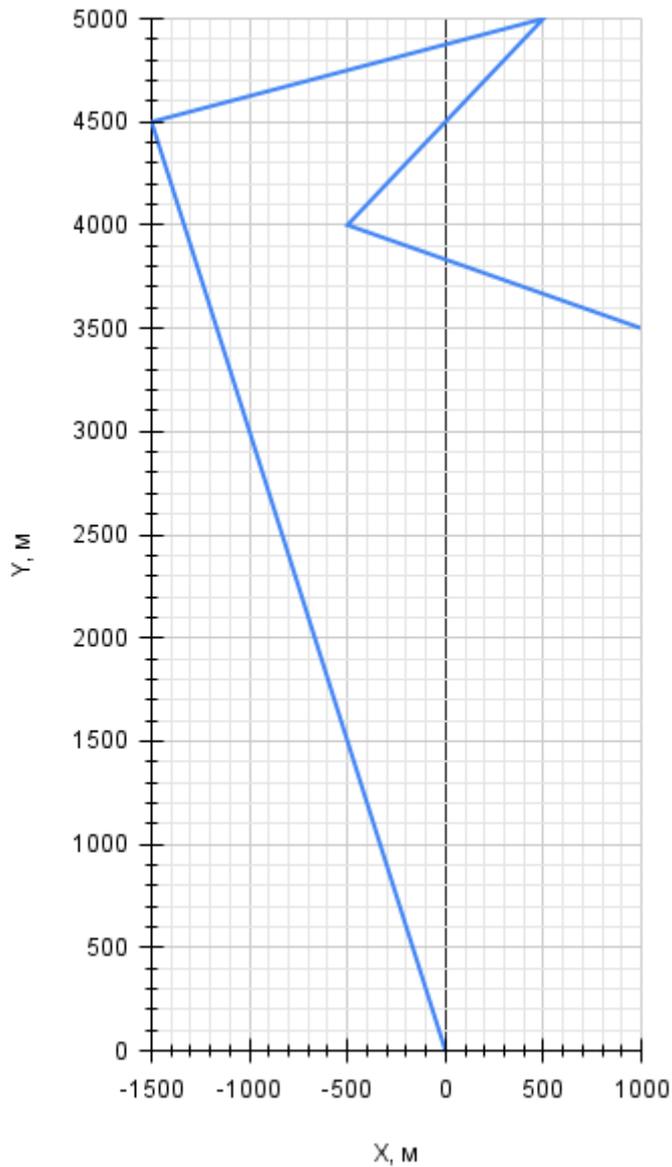


Возможное решение (вариант 1):

Построим зависимость $y(x)$ путем рассмотрения смещения вездехода по каждой из осей за равные промежутки времени. Сравним две возможные пары точек траектории, для которых могло достигаться максимальное расстояние и найдем искомую пару точек. $(0 ; 0)$, $(4500 ; -1500)$ и $(0 ; 0)$, $(5000 ; 500)$.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Для второй пары точек расстояние окажется большим. Тогда по теореме Пифагора $S_{\max} = 5025$ м.



Критерии оценивания:

1. Описан метод построения графика(6 баллов)
2. Выбран разумный масштаб осей (2 балла)
3. Оси подписаны и оцифрованы (2 балла)
4. Кривая графика построена без ошибок (6 баллов)

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

5. Найдено S или S_{\max} (4 балла)

Задача 2. Два числа (30 баллов)

Дано N целых чисел. Требуется выбрать из них два таких, произведение которых максимально.

Входные данные:

Во входном файле записано сначала число N ($N \geq 2$) — количество чисел в последовательности. Далее записана сама последовательность: N целых чисел.

Выходные данные:

В выходной файл выведите два искоемых числа в любом порядке. Если существует несколько различных пар чисел, дающих максимальное произведение, то выведите любую из них.

Примечание:

Требуемое время работы алгоритма - $O(N)$. Требуемое использование памяти - $O(1)$. Использование функций стандартной библиотеки языка в данной задаче не разрешается (исключение - функции консольного ввода и вывода).

Возможное решение (вариант 1):

Основная идея в том, что произведение двух отрицательных чисел может оказаться максимальным. В процессе считывания входных данных мы пробуем построить пары введенного числа с максимальными и минимальными положительными и отрицательными числами, и если новая пара оказалась лучше предыдущей найденной, мы её запоминаем. Мы ищем минимальные числа на случай невозможности построить пару чисел одинаковых знаков.

Код на языке C++ :

```
#include <iostream>
#include <climits>
#include <utility>
using std::pair;
using std::cout;
using std::cin;

int main() {
    int N;
    pair<int, int> Pair;
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

```
cin >> N;
int maxPos = -1, maxNeg = 0;
int minPos = -1, minNeg = 0;
int maxMul = INT_MIN;

for(int i = 0; i < N; i++) {
    int val;
    cin >> val;
    if(maxPos != -1 && maxPos*val > maxMul) {
        Pair = {maxPos, val};
        maxMul = maxPos*val;
    }
    if(minPos != -1 && minPos*val > maxMul) {
        Pair = {minPos, val};
        maxMul = minPos*val;
    }
    if(maxNeg != 0 && maxNeg*val > maxMul) {
        Pair = {maxNeg, val};
        maxMul = maxNeg*val;
    }
    if(minNeg != 0 && minNeg*val > maxMul) {
        Pair = {minNeg, val};
        maxMul = minNeg*val;
    }
    if(val >= 0) {
        if(val > maxPos)
            maxPos = val;
        if(minPos == -1 || minPos > val)
            minPos = val;
    } else {
        if(val < minNeg)
            minNeg = val;
        if(maxNeg == 0 || maxNeg < val)
            maxNeg = val;
    }
}
cout << Pair.first << ' ' << Pair.second << '\n';
}
```

Критерии оценивания:

1. Отмечено наличие нескольких случаев. (10 баллов)

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

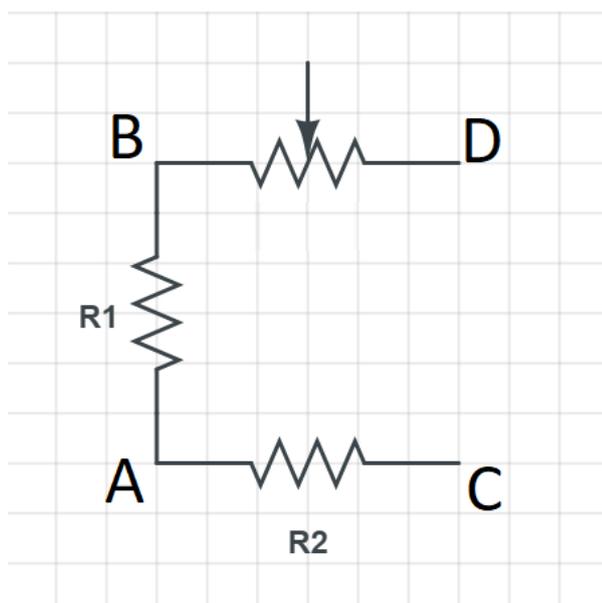
Профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

2. Описан рабочий алгоритм на одном из языков программирования, или на естественном языке. (5 баллов)
3. Сложность алгоритма $O(N)$. (10 баллов)
4. Алгоритм использует $O(1)$ памяти. (5 баллов)

Задача 3. Неизвестный резистор (50 баллов)

На полярной станции «Бухта Тихая» инженеру необходимо изменить диапазон частот, излучаемых передатчиком. Для этого ему необходимо заменить один из резисторов в схеме передатчика на другой, большего номинала. Но так как в ящике с радиотехническими элементами все резисторы перепутались, теперь перед ним стоит задача определить сопротивление неизвестного резистора. Вам предлагается решить эту задачу.



В вашем распоряжении имеется: два резистора известного номинала $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 20$ Ом, реостат (резистор с изменяемым сопротивлением), соединенные в неразборную схему как показано на рисунке. К ней можно присоединять другие элементы в точках A, B, C, D. Также есть один резистор, номинал которого нужно найти, вольтметр и источник напряжения. Гарантируется, что диапазона значений реостата достаточно для решения задачи. Ваш компьютер подключен к вольтметру и реостату – в любой момент в программе вы можете вызвать функцию `check_voltage()`, которая вернет 0 если модуль напряжения на вольтметре меньше 0.1 В и 1 в противном случае и функцию `set_resistance(r)`, которая устанавливает сопротивление реостата в r Ом, с точностью до 0,1 Ом. Вам предлагается:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

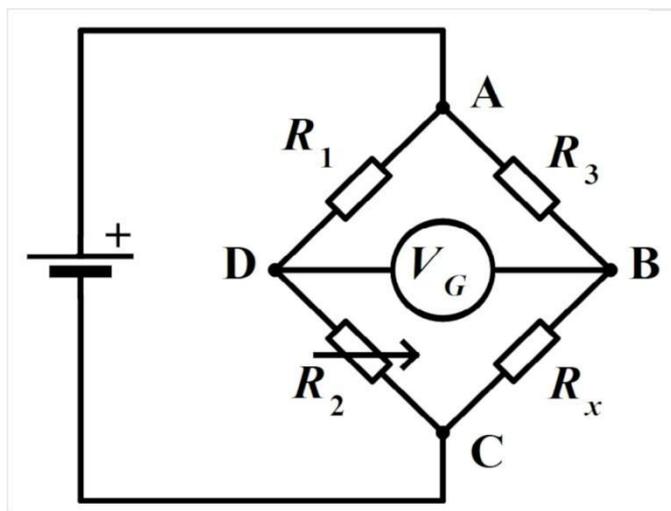
Профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

1. Придумать схему подключения элементов, позволяющую определить сопротивление неизвестного резистора.
2. Написать программу, определяющую это сопротивление с помощью вашей схемы.

Возможное решение (вариант 1):

Соберем мост Уитстона, как показано на рисунке. Установим на реостате сопротивление 0.0 Ом, и будем поднимать его до тех пор, пока напряжение на вольтметре не станет близко к нулю. Такая ситуация будет означать, что мост сбалансирован. Дальнейший расчет R_x выполняется по правилам для моста Уитстона.



Код на языке C++:

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main(){
    double R1 = 10.0, R3 = 20.0;
    double current_resistance = 0.0;
    set_resistance(0.0);

    while(check_voltage() ){
        current_resistance += 0.1;
        set_resistance(current_resistance);
    }

    cout<< (current_resistance * R3) / R1;

    return 0;
}
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи**

Возможное решение (вариант 2):

Решение аналогично.

Критерии оценивания:

1. Предложена рабочая схема (мост Уитстона или его аналог) (20 баллов)
2. Описан верный алгоритм с точки зрения физики (15 баллов)
3. Написан правильный алгоритм программы на одном из языков программирования, или на естественном языке. (15 баллов)

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

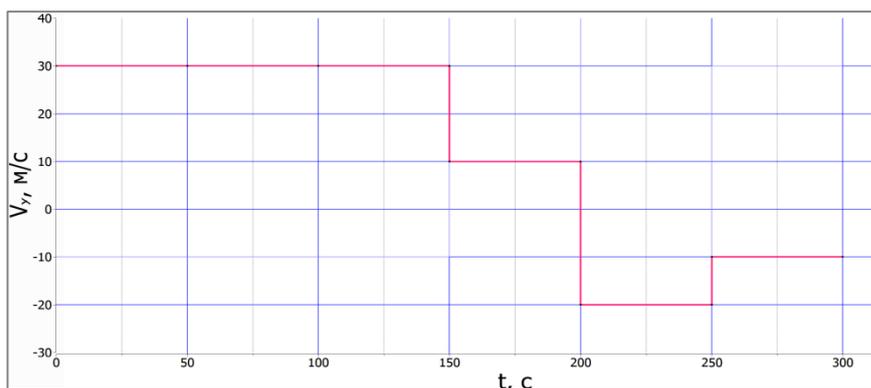
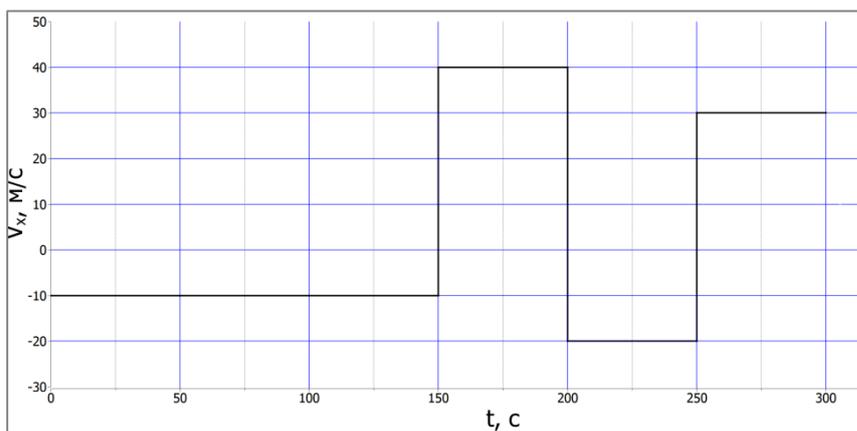
9 класс

Вариант 2

1. Арктический вездеход (20 баллов)

При испытаниях нового беспилотного вездехода инженеры подготовили графики зависимости $v_x(t)$ и $v_y(t)$ - проекции скоростей вездехода на восточное (ось x) и северное (ось y) направления соответственно. Основываясь на этих данных, нарисуйте маршрут движения вездехода на местности (график $y(x)$) и найдите расстояние между точками его старта и финиша S . В начальный момент времени $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

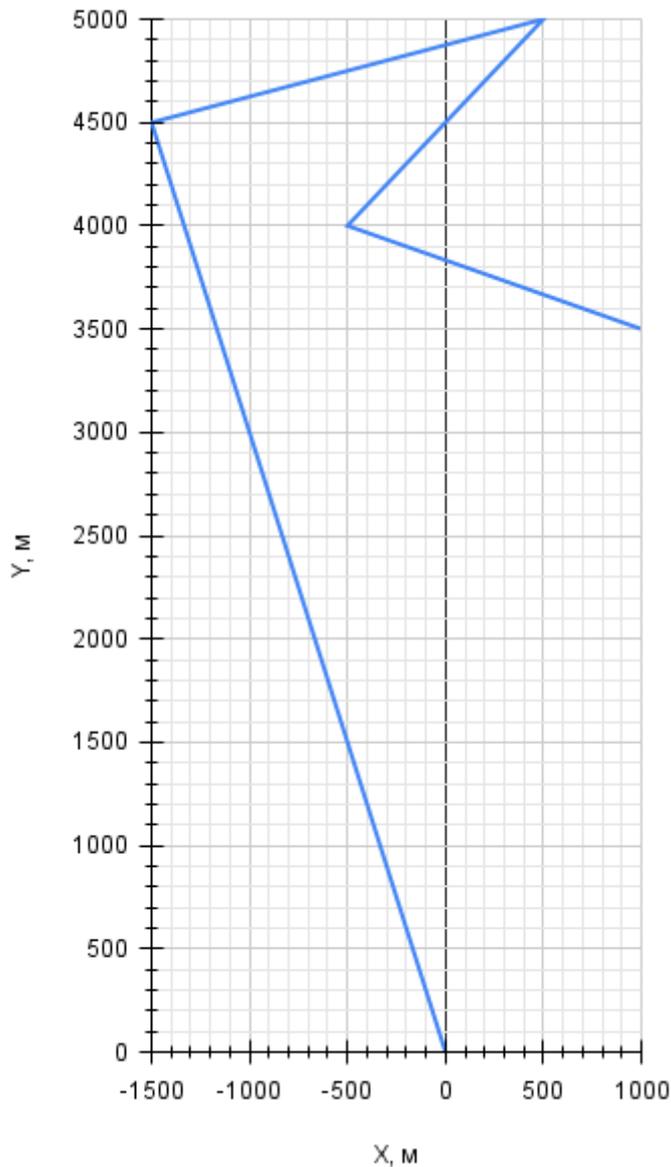
Оформление графиков учитывается при оценивании!



Возможное решение (вариант 2):

Построим зависимость $y(x)$ путем рассмотрения смещения вездехода по каждой из осей за равные промежутки времени. По теореме Пифагора находим $S = 3640$ м.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи



Критерии оценивания:

2. Использован метод построения графика (6 баллов)
3. Выбран разумный масштаб осей (2 балла)
4. Оси подписаны и оцифрованы (2 балла)
5. Кривая графика построена без ошибок (6 баллов)
6. Найдено S или S_{\max} (4 балла)

Задача 2. Два числа (30 баллов)

Дано N целых чисел. Требуется выбрать из них два таких, произведение которых минимально.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Входные данные:

Во входном файле записано сначала число N ($N \geq 2$) — количество чисел в последовательности. Далее записана сама последовательность: N целых чисел.

Выходные данные:

В выходной файл выведите два искомых числа в любом порядке. Если существует несколько различных пар чисел, дающих максимальное произведение, то выведите любую из них.

Примечание:

Требуемое время работы алгоритма - $O(N)$. Требуемое использование памяти - $O(1)$. Использование функций стандартной библиотеки языка в данной задаче не разрешается (исключение - функции консольного ввода и вывода).

Возможное решение:

Основная идея в том, что произведение двух отрицательных чисел может оказаться максимальным. В процессе считывания входных данных мы пробуем построить пары введенного числа с максимальными и минимальными положительными и отрицательными числами, и если новая пара оказалась лучше предыдущей найденной, мы её запоминаем. Мы ищем минимальные числа на случай невозможности построить пару чисел одинаковых знаков.

Код на языке C++ :

```
#include <iostream>
#include <climits>
#include <utility>
using std::pair;
using std::cout;
using std::cin;

int main() {
    int N;
    pair<int, int> Pair;
    cin >> N;
    int maxPos = -1, maxNeg = 0;
    int minPos = -1, minNeg = 0;
    int minMul = INT_MAX;

    for(int i = 0; i < N; i++) {
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

```
int val;
cin >> val;
if(maxPos != -1 && maxPos*val < minMul) {
    Pair = {maxPos, val};
    minMul = maxPos*val;
}
if(minPos != -1 && minPos*val < minMul) {
    Pair = {minPos, val};
    minMul = minPos*val;
}
if(maxNeg != 0 && maxNeg*val < minMul) {
    Pair = {maxNeg, val};
    minMul = maxNeg*val;
}
if(minNeg != 0 && minNeg*val < minMul) {
    Pair = {minNeg, val};
    minMul = minNeg*val;
}
if(val >= 0) {
    if(val > maxPos)
        maxPos = val;
    if(minPos == -1 || minPos > val)
        minPos = val;
} else {
    if(val < minNeg)
        minNeg = val;
    if(maxNeg == 0 || maxNeg < val)
        maxNeg = val;
}
}
cout << Pair.first << ' ' << Pair.second << '\n';
}
```

Критерии оценивания:

1. Отмечено наличие нескольких случаев. (10 баллов)
2. Описан рабочий алгоритм на одном из языков программирования, или на естественном языке. (5 баллов)
3. Сложность алгоритма $O(N)$. (10 баллов)
4. Алгоритм использует $O(1)$ памяти. (5 баллов)

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

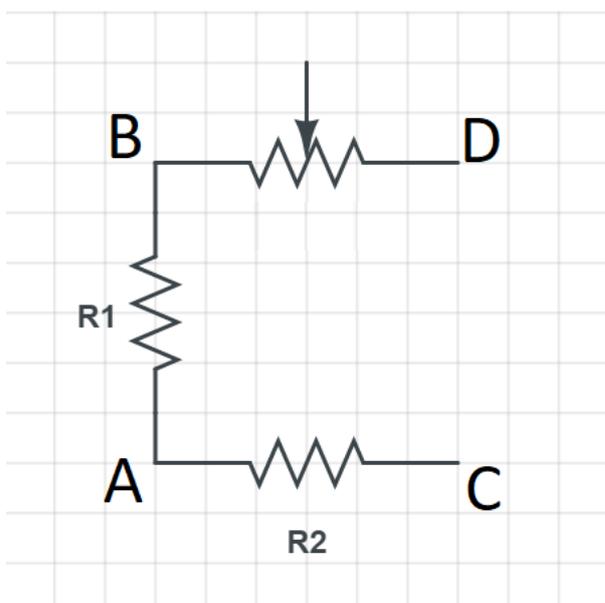
Заключительный этап

Профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

Задача 3. Неизвестный резистор (50 баллов)

На полярной станции «Бухта Тихая» инженеру необходимо изменить диапазон частот, излучаемых передатчиком. Для этого ему необходимо заменить один из резисторов в схеме передатчика на другой, большего номинала. Но так как в ящике с радиотехническими элементами все резисторы перепутались, теперь перед ним стоит задача определить сопротивление неизвестного резистора. Вам предлагается решить эту задачу.



В вашем распоряжении имеется: два резистора известного номинала $R_1 = 30$ Ом и $R_2 = 50$ Ом, реостат (резистор с изменяемым сопротивлением), соединенные в неразборную схему как показано на рисунке. К ней можно присоединять другие элементы в точках А, В, С, D. Также есть один резистор, номинал которого нужно найти, вольтметр и источник напряжения. Гарантируется, что диапазона значений реостата достаточно для решения задачи. Ваш компьютер подключен к вольтметру и реостату – в любой момент в программе вы можете вызвать функцию `check_voltage()`, которая вернет 0 если модуль напряжения на вольтметре меньше 0.1 В и 1 в противном случае и функцию `set_resistance(r)`, которая устанавливает сопротивление реостата в r Ом, с шагом в 0,1 Ом. Вам предлагается:

1. Придумать схему подключения элементов, позволяющую определить сопротивление неизвестного резистора.
2. Написать программу, определяющую это сопротивление с помощью вашей схемы.

Возможное решение (вариант 2):

Соберем мост Уитстона, как показано на рисунке. Установим на реостате сопротивление 0.0 Ом, и будем поднимать его до тех пор, пока напряжение на вольтметре не станет

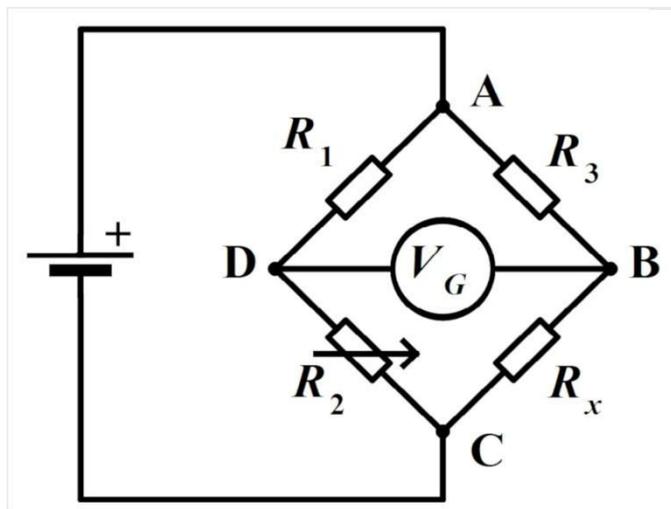
МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

близко к нулю. Такая ситуация будет означать, что мост сбалансирован. Дальнейший расчёт R_x выполняется по правилам для моста Уитстона.



Код на языке C++:

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main(){
double R1 = 10.0, R3 = 20.0;
double current_resistance = 0.0;
set_resistance(0.0);

while(check_voltage() ){
current_resistance += 0.1;
set_resistance(current_resistance);
}

cout<< (current_resistance * R3) / R1;

return 0;
}
```

Критерии оценивания:

1. Предложена рабочая схема (мост Уитстона или его аналог) (20 баллов)
2. Описан верный алгоритм с точки зрения физики (15 баллов)
3. Написан правильный алгоритм программы на одном из языков программирования, или на естественном языке. (15 баллов)