

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

**Часть 1 Задание 1 (А) Конец числа**

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	256 мегабайт
Ввод	стандартный ввод
Вывод	стандартный вывод

Даны целые числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 10^{18}$ ). Найти, на какую цифру оканчивается значение выражения  $n! - k!$ ;

**Входные данные**

Два целых числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 10^{18}$ ).

**Выходные данные**

Число от 0 до 9.

**Примеры**

<b>Ввод</b>	<b>Вывод</b>
10 5	0
3 2	0

**Пример решения**

```
#include<iostream>
#include<string>
#include<vector>
#include<map>
#include<set>
#include<queue>
#include<list>
#include<cmath>
#include<algorithm>
using namespace std;

#define fr(i, n) for(int i = 0; i < n; i++)
#define fre(i, n) for(int i = 0; i <= n; i++)
#define frs(i, st, n) for(int i = st; i < n; i++)
#define frse(i, st, n) for(int i = st; i <= n; i++)

typedef long long int ll;
typedef unsigned long long int ull;

const int LIM = 5 * 1000'000 + 10;

int main()
```

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников  
Отборочный этап Предметные задачи  
по информатике 11 класс

---

```
{
  ll n, k;
  cin >> n >> k;
  if (k < 5)
  {
    if (n >= 10)
    {
      ll ansK = 1;
      frse(i, 1, k)
      ansK *= i;
      cout << (9 * ansK) % 10;
    }
    else
    {
      ll ansK = 1;
      frse(i, 1, k)
      ansK *= i;
      ll ansN = 1;
      frse(i, 1, n)
      ansN *= i;
      cout << (ansN - ansK) % 10;
    }
  }
  else
    cout << 0;
  return 0;
}
```

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

**Часть 1 Задание 2 (В) Страна замов**

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	256 мегабайт
Ввод	стандартный ввод
Вывод	стандартный вывод

Страна замов - это место, где каждый человек (кроме директора) работает чьим-то заместителем, причем его должность - это должность его начальника с префиксом «зам». У человека с индексом 1 - должность «директор», у его подчиненных - «замдиректор», у них, соответственно, «замзамдиректор». В стране живет  $n$  жителей. Ваша задача, ответить на  $q$  запросов, где  $i$ -й запрос содержит индекс человека ( $1 \leq p_i \leq n$ ), а ответом на запрос является кол-во людей в стране с такой же должностью как у  $p_i$  (включая его самого).

**Входные данные**

В первой строчке задается число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) и число  $q$  ( $1 \leq q \leq 10^5$ ). Далее в  $n-1$  строке даны рабочие связи людей вида:  $(b_i; c_i)$ , где  $b_i$  - начальник  $c_i$ . Директором в стране является человек с индексом 1. Затем  $q$  последующих чисел  $p_i$  ( $1 \leq p_i \leq n$ ).

**Выходные данные**

Необходимо вывести  $q$  строк, где каждая строка - ответ на запрос по жителю  $p_i$ .

**Примеры**

Ввод	Вывод
3 3	1
1 2	2
1 3	2
1 2 3	

**Пример решения**

```
n, q = map(int, input().split())
pupil = [0 for _ in range(n)]
pupil_2 = pupil.copy()

pupil[0] = 0

for _ in range(n - 1):
    b, c = map(int, input().split())
    pupil[c - 1] = pupil[b - 1] + 1

for man in pupil:
    pupil_2[man] += 1
```

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников  
Отборочный этап Предметные задачи  
по информатике 11 класс

---

```
querys = input().split()
for query in querys:
    print(pupil_2[pupil[int(query) - 1]])
```

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

**Часть 1 Задание 3 (С) Скобки**

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	256 мегабайт
Ввод	стандартный ввод
Вывод	стандартный вывод

Дано четное число  $n$ . Необходимо посчитать количество всех возможных правильных круглых скобочных последовательностей длиной  $n$ . Так как ответ может быть очень большим, то его нужно вывести по модулю  $10^9+7$ .

Напомним, что скобочная последовательность называется правильной, если путем вставки в нее символов «+» и «1» можно получить из нее корректное математическое выражение. Например, последовательности «(())()», «()» и «((()()))» — правильные, в то время как «)()», «(())» и «(())(» — нет.

**Входные данные**

Четное целое число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ).

**Выходные данные**

Количество получившихся скобок длиной  $n$  по модулю  $10^9+7$ .

**Примеры**

<b>Ввод</b>	<b>Вывод</b>
2	1
4	2

**Пример решения**

```
#include<iostream>
#include<string>
#include<vector>
#include<map>
#include<set>
#include<queue>
#include<list>
#include<cmath>
#include<algorithm>
using namespace std;

#define fr(i, n) for(int i = 0; i < n; i++)
#define fre(i, n) for(int i = 0; i <= n; i++)
#define frs(i, st, n) for(int i = st; i < n; i++)
#define frse(i, st, n) for(int i = st; i <= n; i++)
```

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

```
typedef long long int ll;
typedef unsigned long long int ull;

const ll LIM = 1000'000'000 + 7;

ll d[100001];

ll mpow(ll n, ll p)
{
    if (p == 0 || n == 1)
        return 1;
    if (p == 1)
        return n;
    ll tmp = (mpow(n, p / 2)) % LIM;
    return (((tmp * tmp) % LIM) * (p % 2 == 0 ? 1 : n)) % LIM;
}

int main()
{
    ll n;
    cin >> n;
    d[0] = 1;
    for (ll i = 1; i <= n / 2; i++)
    {
        ll tmp = (((4 * i - 2) * d[i - 1]) % LIM);
        d[i] = (tmp * mpow(i + 1, LIM - 2)) % LIM;
    }
    cout << d[n / 2] << endl;
    return 0;
}
```

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

**Часть 2 Задание 1 Меньше тысячи**

Сколько существует натуральных чисел, у которых все цифры разные, в системе счисления с основанием 16, которые меньше 10000 в системе с основанием 10?

**Пример решения:**

```
c = 0
for i in range(10000):
    print('hex', hex(i)[2:])
    print('unic', set(hex(i)[2:]))
    if len(hex(i)[2:]) == len(set(hex(i)[2:])):
        c += 1
    else:
        print('='*10)
print(c)
```

**Ответ:**

7226

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

**Часть 2 Задание 2 Числа в множестве**

Представления некоторого множества целых десятичных чисел в системе счисления с основанием 6 – четырёхразрядные, представления этого же множества десятичных чисел в системе счисления с основанием 8 – трёхразрядные. В системе счисления с основанием 3 все числа указанного множества оканчиваются цифрой 2, а в пятеричной системе последней цифрой чисел множества является 3. Найти количество чисел, содержащихся в указанном множестве, и десятичные представления минимального  $X_{\min}$  и максимального  $X_{\max}$  чисел множества.

**Пример решения:**

```
def n_to_p(n, p):
    out = []
    while n > 0:
        n, a = divmod(n, p)
        out.append(a)
    out.reverse()
    return out

c = 0
numbers = []

for x in range(10000):
    if len(n_to_p(x, 6)) == 4 and len(n_to_p(x, 8)) == 3 and n_to_p(x, 3)[-1] == 2 and n_to_p(x, 5)[-1] == 3:
        numbers.append(x)
        c += 1
print(c)
print(numbers[0])
print(numbers[-1])
```

**Ответ:**

20 218 503



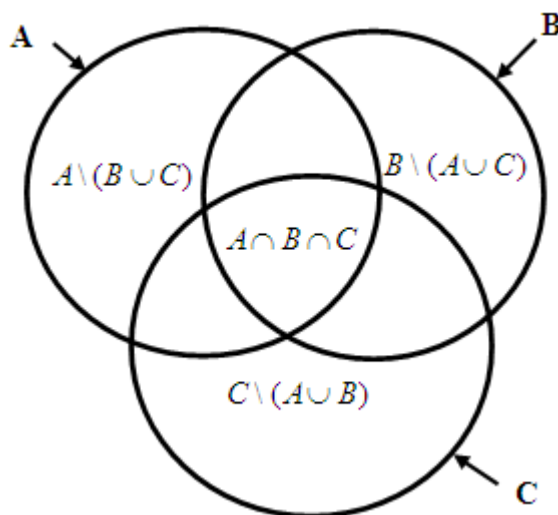
**Часть 2 Задание 3 Обработка чисел**

На Олимпиаде по информатике первую задачу решили 42 участника, вторую – 40 участников, третью – 39, первую и вторую – 23 участника, первую и третью – 20 участников, вторую и третью – 19 участников. Сколько участников решили все три задачи, если известно, что только по одной задаче решили 24 участника?

**Пример решения:**

Обозначим множество участников, решивших первую задачу символом  $A$ , множество участников, решивших вторую задачу символом  $B$ , а множество участников,

решивших третью задачу символом  $C$ . Для повышения наглядности составляемых соотношений рационально изобразить диаграмму множеств.



Мощность объединения всех трёх множеств может быть выражена следующим выражением:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|, \text{ где}$$

$$|A| = 42, |B| = 40, |C| = 39$$

$$|A \cap B| = 26, |A \cap C| = 40, |B \cap C| = 19.$$

пересечения всех трёх множеств  $|A \cap B \cap C|$  представляет собой искомую величину.

С другой стороны, эту величину можно выразить иначе:

$$|A \cup B \cup C| = |A \setminus (B \cup C)| + |B \setminus (A \cup C)| + |C \setminus (A \cup B)| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - 2 \cdot |A \cap B \cap C|$$

Сумма первых трёх слагаемых в последнем выражении представляет собой число участников, решивших только по одной задаче, т.е. 24. Последние четыре члена соответствуют мощности объединения подмножеств:

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

**Московская предпрофессиональная олимпиада школьников**  
**Отборочный этап Предметные задачи**  
**по информатике 11 класс**

---

Приравнивая между собой правые части двух выражений с присвоением численных значений отдельным членам, получим уравнение относительно искомой величины  $|A \cap B \cap C|$ :

$$42+40+39-23-20-19+|A \cap B \cap C|=24+23+20+19-2 \cdot |A \cap B \cap C|.$$

Решение полученного уравнения приводит к:

$$|A \cap B \cap C|=9$$

**Ответ:**

9