

Решения и критерии

Задача 1

В двух точках на Земле наблюдали вспышку метеора течение 1.4 секунды. Координаты первой точки равны 56° с.ш. и 38° в.д, второй точки — 56° с.ш. и 39° в.д. Наблюдатели записали высоту и астрономический азимут начала и конца следа метеора. Их результаты представлены в таблице. Оцените длину следа метеора в километрах и его примерную скорость.

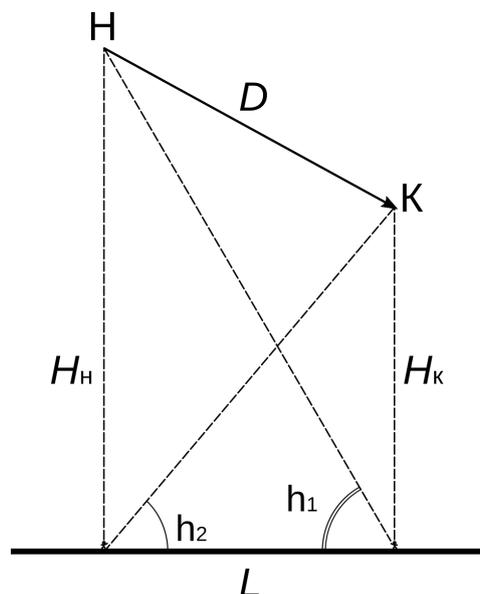
Наблюдатель	Начало		Конец	
	Азимут	Высота	Азимут	Высота
1	90°	90°	270°	50°
2	90°	60°	270°	90°

Решение

Обе точки наблюдения находятся на одной широте φ , а по долготе их разделяет лишь $\Delta\lambda = 1^\circ$. Расстояние между наблюдателями составляет

$$L = R_\oplus \frac{\pi\Delta\lambda}{180^\circ} \cos \varphi \approx 62 \text{ км.}$$

Это очень небольшое расстояние, поэтому мы смело можем пренебречь кривизной земной поверхности. Наблюдатели находятся на линии восток-запад, причем первый наблюдатель — западнее. Оба видят метеор либо над точкой запада, либо точкой востока. Значит метеор также движется вдоль этого направления. Сделаем рисунок.



Поскольку оба наблюдателя видели начало (Н) или конец (К) следа метеора в зените, то легко с помощью прямоугольных треугольников можно рассчи-

Решения и критерии

тать высоты, на которых загорелся и погас метеор. Пусть h_1 — высота над горизонтом, на которой видел начало метеора второй наблюдатель, а h_2 — аналогичный угол, под которым первый наблюдатель видел конец следа. Высота начала следа в километрах равна

$$H_H = L \operatorname{tg} h_1 = 62 \cdot \operatorname{tg}(60^\circ) = \sqrt{3} \cdot 62 \approx 107 \text{ км},$$

а высота его окончания —

$$H_K = L \operatorname{tg} h_2 = 62 \cdot \operatorname{tg}(50^\circ) \approx 74 \text{ км}.$$

Из теоремы Пифагора определяем длину следа

$$D = \sqrt{L^2 + (H_H - H_K)^2} = \sqrt{62^2 + 33^2} = 70 \text{ км}.$$

Скорость метеора равна

$$v = \frac{70 \text{ км}}{1.4 \text{ с}} = 50 \text{ км/с}.$$

Критерии проверки

Вычисление длины следа метеора оценивается в **6 баллов**. Эти баллы распределяются следующим образом:

- Вычисление расстояния между наблюдателями **2 балла**
(если не учитывается $\cos \varphi$, то за этот пункт **1 балл**, остальные пункты, кроме вычисления скорости метеора оцениваются в полной мере)
- Вычисление высоты начала и конца следа **по 1 баллу**
- Применение теоремы Пифагора **1 балл**
- Окончательный ответ **1 балл**

Если участник не вычислял высоты начала и конца следа, а постулировал, что метеоры загораются на высоте 100 (120, ...) и гаснут на высоте 80 (90, ...) километров, то при правдоподобных числах (от 120 до 70 км) оценки за определение высоты и длины следа не ставятся.

За определение скорости метеора выставляется **2 балла**. При незначительной вычислительной ошибке оценка снижается на 1 балл. Если ответ не попадает в диапазон (11–72) км/с, то оценка за эту часть не выставляется.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**

(М. В. Силантьев)

Решения и критерии

Задача 2

В 2006 году был выделен новый класс объектов Солнечной системы — карликовые планеты. Ими стали Церера, Плутон и Эрида. Упорядочите вышеперечисленные планеты по возрастанию расстояния, которое они преодолели с 2006 по 2021 год. Во сколько раз отличаются расстояния, которые преодолели первая и третья по порядку карликовые планеты, от расстояния, пройденного второй? Считайте, что в это время Плутон был в перигелии своей орбиты, а Эрида — в афелии. Орбиту Цереры считайте круговой.

Объект	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет
Церера	2.8	0
Плутон	39	0.25
Эрида	68	0.44

Решение

Для ответа на первый вопрос даже не нужно делать вычисления. Чем дальше планета от Солнца, тем меньше ее средняя скорость. Поэтому Церера движется быстрее всех, а значит проходит самое большое расстояние. Орбиты Плутона и Эриды сильно вытянуты, поэтому скорости этих карликовых планет могут заметно отличаться от средних. Однако, средняя скорость Плутона выше, чем у Эриды, а сам он находится в перигелии орбиты, а значит движется быстрее среднего. Поэтому его можно смело ставить на второе место. Здесь мы также принимаем во внимание тот факт, что периоды обращения Плутона и Эриды очень велики и за истекший срок они прошли лишь малую часть своей орбиты.

Теперь проведем вычисления. Церера будет двигаться с первой космической скоростью:

$$V_c = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_c}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{2.8 \times 1.5 \times 10^{11}}} \approx 17.8 \text{ км/с.}$$

Здесь G — гравитационная постоянная, M_\odot — масса Солнца, a_c — большая полуось орбиты Цереры. Точно также можем найти круговые скорости Плутона $V_{pl} \approx 4.8$ км/с и Эриды $V_{er} \approx 3.6$ км/с. Скорости в перигелии V_p и афелии V_a орбиты определяются выражениями:

$$V_p = V \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}; \quad V_a = V \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}.$$

Решения и критерии

Здесь V — круговая скорость. Подставляя значения, получим скорости Плутона $V_{p,pl} \approx 6.2$ км/с и Эриды $V_{a,er} \approx 2.3$ км/с. Итого, Церера прошла за истекший срок расстояние в $17.8/6.2 \approx 2.9$ раза больше Плутона, а Эрида — в $6.2/2.3 \approx 2.7$ раза меньше.

Критерии проверки

- Правильное упорядочивание планет **2 балла**
- Формула круговой скорости **1 балл**
- Вычисление скорости Цереры **1 балл**
- Формулы скорости в апсидах **по 1 баллу**
- Вычисление ответа для Цереры и Эриды **по 1 баллу**

Если участник для вычисления использовал средние скорости движения Плутона и Эриды или круговые скорости на расстоянии перигелия Плутона и афелия Эриды, то оценка за формулы скорости в апсидах не выставляется, но остальные пункты оцениваются в полном объёме.

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**

(М. В. Силантьев, Е. Н. Фадеев)

Решения и критерии

Задача 3

Шаровое звёздное скопление находится в 1 килопарсеке от нас и имеет видимую звёздную величину 5^m . Найдите его абсолютную звёздную величину. Считая, что скопление состоит из миллиона одинаковых звёзд, определите абсолютную звёздную величину одной звезды скопления.

Решение

Известно, что изменение освещённости в 100 раз приводит к изменению звёздной величины на 5. Абсолютная звёздная величина соответствует освещённости, которую создавал бы объект, находящийся на расстоянии 10 пк. Скопление располагается в 100 раз дальше. Освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния. Поэтому скопление создает освещённость в 100^2 раз меньшую, чем если бы оно находилось на расстоянии 10 пк. Поэтому абсолютная звёздная величина скопления на 10 величин меньше, т.е. -5^m .

Миллион — это 100^3 . Поэтому все вместе звёзды скопления светят на 15 величин ярче, чем одна. Значит абсолютная звездная величина одной звезды равна 10^m .

Критерии проверки

- | | |
|---|----------------|
| • Изменение освещенности в 100 раз \leftrightarrow изменение звездной величины на 5^m | 1 балл |
| • Зависимость освещенности от расстояния | 2 балла |
| • Абсолютная звездная величина на 10^m меньше видимой | 1 балл |
| • Соотношение блеска всего скопления и одной звезды | 2 балла |
| • Ответ | 2 балла |

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**

(А. М. Татарников)

Решения и критерии

Задача 4

В каком году впервые мы будем встречать Старый Новый год 29 февраля? 1 марта? В каком году в последний раз Старый Новый год выпадет на 1 марта?

Решение

Сейчас Старый Новый год или 1 января по юлианскому календарю приходится на 14 января. Между действующим григорианским календарем и юлианским есть важное отличие. Каждый год, номер которого заканчивается на 00 (например, 1700, 2100, 3300 ...) и число столетий которого не делится на 4, в григорианском календаре не является високосным, тогда как в юлианском — является.

Разница в 1 день между началом года в двух календарях будет расти на 3 дня за 400 лет. Между 14 января и 28 февраля 45 дней. Такая разница накопится за 15 400-леток или за 6000 лет. Значит в $2021 + 6000 = 8021$ году Старый Новый год будет приходиться на 28 февраля.

Как и 2000-й, 8000 год високосный в обоих календарях, значит в 8100 году в последний раз Старый Новый год придется на 28 февраля, а 29 февраля в григорианском календаре не будет. Високосный день появится в юлианском календаре только спустя почти 2 месяца после начала года, т.е. разница между календарями увеличится на день. Тогда в следующем, 8101 году старый Новый год выпадет на следующий после 28 февраля день — 1 марта. Поскольку этот год не високосный, то 29 февраля в нем нет вообще.

Ближайшим високосным годом окажется 8104-й. Вот тогда-то и будет Старый Новый год 29 февраля.

Ответим теперь на последний вопрос. Очевидно, что до 8200 года раз в 4 года Старый Новый год будет попадать на 29 февраля, а 3 раза на 1 марта. После 8200 года разница в календарях вырастет еще на 1 день и ситуация всё столетие будет подобной: каждый високосный год старый Новый год будет попадать на 1 марта. Последним таким високосным годом будет 8296.

Можно добавить, что спустя довольно продолжительное время, когда юлианский календарь отстанет от григорианского на год и два месяца, снова наступит период, когда Старый Новый год начнет выпадать на 29 февраля и 1 первое марта. Потом отставание увеличится на 2 года и так далее. То есть, в строгом смысле, последнего раза не будет, если не начать рассуждать о конечности жизни Солнца или Вселенной в целом. В данной задаче такие рассуждения, очевидно, излишни.

Критерии проверки

Решения и критерии

- Правильное понимание устройства григорианского календаря **1 балл**
- Расчет столетия, в котором разница достигнет 60 дней **2 балл**
- Год, когда СНГ в первый раз выпадает на 1 марта **1 балл**
- Год, когда СНГ в первый раз выпадает на 29 февраля **2 балл**
- Год, когда СНГ в последний раз выпадает на 1 марта **2 балл**

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**

(А. В. Ребриков, В. Б. Игнатьев)

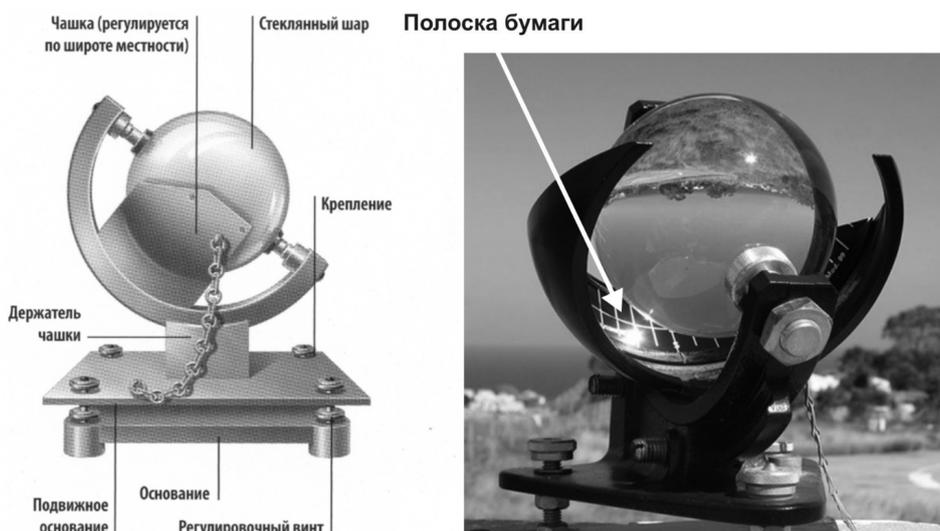
Решения и критерии

Задача 5

Гелиограф — один из метеорологических приборов. Он предназначен для регистрации количества времени в сутках, которое Солнце не закрыто облаками. Конструкция гелиографа приведена на рисунке и фотографии. На особой неподвижной монтировке, ось которой направлена на полюс Мира, закреплен стеклянный шар. На вогнутом экране (его называют «чашка») за шаром располагается тёмная полоска бумаги (её размеры в нашем конкретном случае всегда одинаковые). Солнечное излучение, пройдя через шар, попадает на эту полоску и прожигает её. По длине прожженной части определяется время, которое в этот день прямой солнечный свет доходил до прибора.

а) Зная, что расстояние от центра шара до экрана равно 200 мм и считая, что прибор устанавливается на местности на много лет, определите минимальную высоту полосок бумаги, которые надо заготовить для приборов, установленных на широте 55° и на широте 30° . Искривлением прожжённых суточных следов на бумаге пренебречь.

б) Как видно из схемы и фото прибора, «чашка» и полоска имеет форму, близкую к трапеции с зауженной верхней частью. Объясните, чем это может быть вызвано?



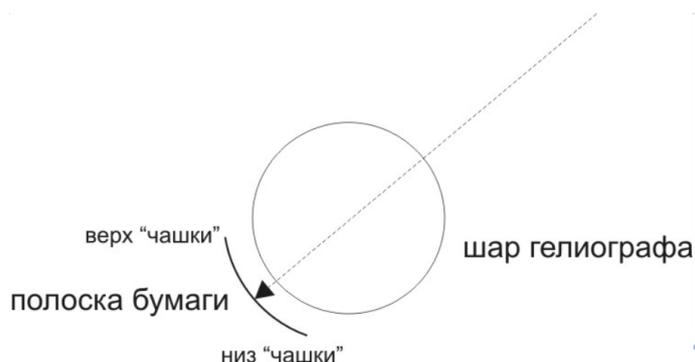
Примечание: конкретный вид прибора не играет роли при решения задачи.



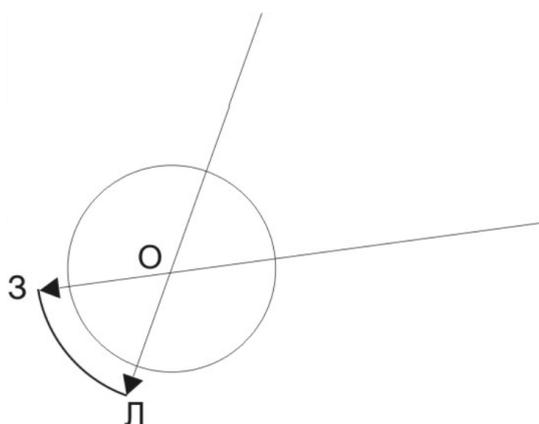
Решения и критерии

Решение

Чтобы понять, как на полоске бумаги появляется отметка о положении Солнца, нарисуем в проекции на небесный меридиан схему хода луча Солнца, находящегося в верхней кульминации.



Луч Солнца, идущий через центр шара, не изменит своего направления, а для остальных лучей шар будет работать аналогично положительной линзе, собирая свет в пятно на бумаге. В ходе суточного движения пятно будет перемещаться по полоске бумаги, прожигая линию той или иной степени прерывистости (в зависимости от наличия/отсутствия облаков). Чем выше Солнце находится на небе в полдень, тем ниже на полоске будет суточный след. Этим и определяется минимальная высота полоски бумаги, необходимая для того, чтобы на неё мог попасть суточный след в крайних положениях Солнца по высоте над горизонтом: в дни зимнего и летнего солнцестояний. Эти два положения на небе разделяет угол примерно в $23.5 \times 2 = 47^\circ$.



Крайние положения показаны на рисунке. Высоту h полоски ЗЛ можно найти разными способами, например, через соотношение длины окружности и длины дуги:

$$h = \frac{47^\circ}{360^\circ} 2\pi R = 164 \text{ мм.}$$

Решения и критерии

Как мы видим, высота полоски не зависит от широты места наблюдения (до тех пор пока Солнце в полдень кульминирует над горизонтом, что выполняется и для широты 55° , и для широты 30°).

Длина части суточного пути Солнца, находящейся над горизонтом, зависит от сезона. Зимой она короче, летом длиннее. Поэтому полоску бумаги можно вырезать соответствующим образом. Экономии бумаги при этом не происходит, т.к. обрезки идут в мусор. Поэтому основная причина в другом — бесполезная часть полоски будет отбрасывать тень в летние дни, когда Солнце восходит (и заходит) в точках горизонта, находящихся севернее точек запада и востока.

Критерии проверки

- Рассмотрение влияния сезонного изменения высоты Солнца **2 балла**
- Вычисление высоты полоски с верным ответом **3 балла**
(с ответом в 2 раза меньшим — **1 балл**)
- Ответ, что высота полоски не зависит от широты **1 балл**
- Полное верное (через длину суточного пути и экранирование) объяснение почему полоску (чашку) обрезают **2 балла**
(если без длины суточного пути или без экранирования — **1 балл**)

Максимальная оценка за задачу **8 баллов**

(А. М. Татарников)

Решения и критерии

Задача 6

На изображении показан коллаж из фотографий Солнца в день солнечного затмения, которое произошло 4 декабря. Полная фаза затмения показана на нижнем изображении Солнца. Как вы думаете, где сделана фотография этого затмения? Почему вы так решили? По или против часовой стрелки двигалось Солнце на снимке во время создания этого снимка? Определите местное время полной фазы затмения и широту точки наблюдения.



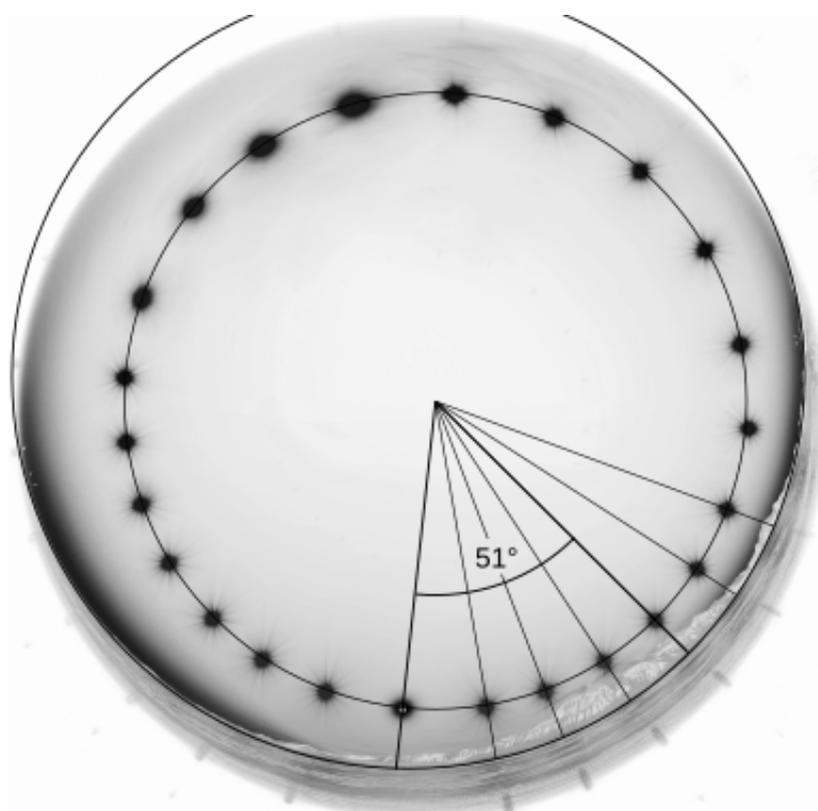
Решение

Мы видим, что в течение суток Солнце постоянно находится над горизонтом. Поскольку наблюдение проводится в декабре, полярный день может быть только в Антарктиде. В южном полушарии суточное вращение небесной сферы вокруг полюса мира происходит по часовой стрелке. Именно в этом направлении будет двигаться Солнце.

Местное время отсчитывается от нижней кульминации Солнца. Поэтому нам

Решения и критерии

необходимо определить, какое изображение Солнца находится ближе всего к горизонту. Для того, чтобы сделать измерения максимально аккуратно, найдем положение южного полюса мира. Это можно сделать, проведя несколько хорд через изображения солнц и восстановив срединный перпендикуляр к ним. Подобным образом можно найти положение зенита. С помощью циркуля проведем линию горизонта, после чего измерим расстояние от изображений солнц до горизонта так, чтобы линия, вдоль которой проходит измерение, проходила через полюс мира. Мы получим, что ближе всего к горизонту четвертое изображение солнца справа от затмения. Получаем, что местное время равно 4 часа.



Можно обратить внимание, что интервалы между фотографиями не строго равны 1 часу. Можно с помощью транспортира определить, что угол между изображениями Солнца составляет 51° , т.е. время равно 3 часа 45 минут, но, принимая во внимание не слишком точное определение полуночи, это уточнение нам не слишком много даёт.

За 17 дней до зимнего солнцестояния модуль склонения Солнца чуть меньше, чем $23^\circ 26'$ и практически не меняется день ото дня. Можно оценить его величину в $22^\circ - 23^\circ$. Тогда диаметр суточной параллели Солнца составляет $134^\circ - 136^\circ$. Измеряя высоту полюса мира, получаем значение $77^\circ - 79^\circ$ ю.ш.

Решения и критерии

Критерии проверки

- Ответ Антарктида **2 балла**
(без обоснования — **1 балл**)
- Направление движения Солнца **2 балла**
(Засчитывается только при правильном указании места точки съемки)
- Определение местного времени **4 балла**
(При ошибочном направлении движения Солнца **2 балла**)
- Определение широты **4 балла**

Максимальная оценка за задачу **12 баллов**

(М. В. Силантьев, Е. Н. Фадеев)