



## Условия задач, ответы и критерии оценивания

### 1. Модель слинки (10 баллов)

#### Фольклор

Несколько ( $2N + 1$ ) одинаковых маленьких шариков соединены одинаковыми невесомыми пружинками в цепочку (см. рисунок,  $N = 3$ ). Пусть длина одной пружинки в недеформированном состоянии равна нулю, диаметр шарика пренебрежимо мал, а  $N \gg 1$ , тогда такая модельная конфигурация неплохо описывает некоторые свойства успокаивающей игрушки-пружинки «слинки».

Известно, что если цепочка шариков с пружинками ( $N \gg 1$ ) располагается на гладкой горизонтальной поверхности, один из крайних шариков удерживается, а на другой крайний шарик действует горизонтальная сила, равная силе тяжести цепочки, то длина цепочки оказывается равна  $L_0$ . Здесь и далее речь идёт о статическом состоянии цепочки, при котором все шарики цепочки не движутся.



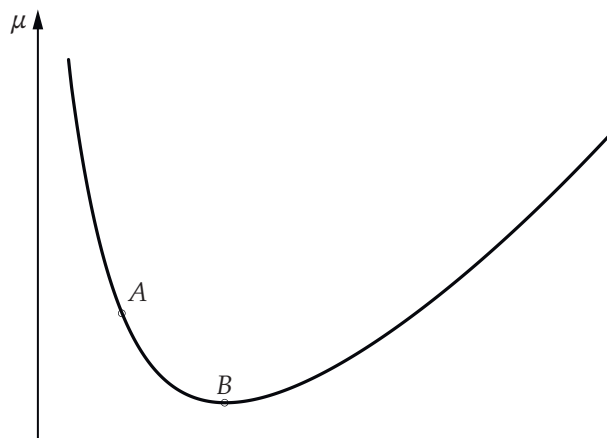
А. (4 балла) Чему будет равна длина цепочки, если её подвесить к потолку за один из концов?

В. (6 баллов) На каком расстоянии от потолка будет располагаться нижняя точка цепочки, если оба её конца закрепить на потолке на расстоянии  $D$  друг от друга? Какую форму примет цепочка? Назовите вид кривой.

### 2. КПД автомобиля (7 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

На рисунке, приведённом ниже (увеличенный вариант на дополнительном листе), вы видите фрагмент модельной зависимости расхода топлива  $\mu$  (измеряемого в единицах объёма на единицу пройденного пути) некоторого особого автомобиля с двигателем внутреннего сгорания от квадрата его скорости. Расположение оси абсцисс (по которой откладывается величина  $v^2$ ) неизвестно. Известно только, что она перпендикулярна оси ординат и направлена вправо по рисунку. Масштаб по оси ординат неизвестен, известно только её расположение.



КПД автомобиля, движущегося с некоторой постоянной скоростью, соответствующей т. А на графике, равен 6 %, а КПД автомобиля, движущегося с другой скоростью, соответствующей точке В, равен 18 %. Определите максимально возможный КПД автомобиля в диапазоне скоростей, для которых построен график.

Можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости автомобиля и направлена против скорости, трение качения пренебрежимо мало, колёса автомобиля по дороге не проскальзывают. Коэффициентом полезного действия в этой задаче мы называем долю энергии сгоревшего топлива (в процентах), которая расходуется на поддержание постоянной скорости автомобиля при движении по горизонтальной дороге.

### 3. Модель миража (9 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

Нижний мираж — это оптическое явление в атмосфере, при котором мнимое изображение неба и облаков наблюдается ниже поверхности земли, как-бы отражаясь от расположенного на горизонтальной поверхности зеркала. Например, в солнечный день нагретая поверхность горизонтальной асфальтовой дороги на некотором расстоянии от наблюдателя может казаться покрытой лужами (в которых отражается небо и окружающий пейзаж), тогда как на самом деле дорога сухая. Это явление объясняется искривлением световых лучей в неравномерно нагретом воздухе вблизи дороги. В этой задаче можно считать, что вблизи поверхности асфальта лучи распространяются по дугам парабол, как показано на рисунке ниже.



Предполагая, что отклонение показателя преломления воздуха  $n$  от единицы на высоте  $h$  над дорогой пропорционально концентрации воздуха  $N(h)$  на этой высоте:  $n(h) - 1 \propto N(h)$ , определите, на каком расстоянии от себя наблюдатель видит область «мокрого» асфальта.

В этой задаче предлагается считать, что температура воздуха уменьшается линейно с высотой от  $50^\circ\text{C}$  у поверхности дороги до  $20^\circ\text{C}$  на высоте 2 м. Глаза наблюдателя находятся на высоте 1,7 м. При температуре  $20^\circ\text{C}$  показатель преломления воздуха отличается от единицы на величину  $\Delta n = 4 \cdot 10^{-4}$ .

### 4. Сжатие, расширение (7 баллов)

Крюков П. А.

В вертикальном цилиндре, закрытом поршнем, находится некоторое количество идеального газа, молярная теплоёмкость которого при постоянном объёме  $c_V$  в условиях этой задачи равна  $\frac{5R}{2}$ . Конструктивные особенности цилиндра таковы, что поршень может удерживаться неподвижно специальными защёлками в двух положениях 1 и 2, при этом в положении 1 объём газа под поршнем на 1 % больше, чем в положении 2.

Сначала поршень находится в положении 1, температура газа в цилиндре равна температуре окружающей среды. Поршень быстро (так что теплообмен с окружающей средой не успевает произойти) сдвигают в положение 2, в котором поршень фиксируется защёлками. После этого в течение некоторого времени происходит выравнивание температур газа и окружающей среды, а по окончании этого процесса поршень также быстро, как при сжатии газа, возвращается в положение 1, в котором он опять фиксируется защёлками, после чего некоторое время происходит теплообмен с окружающей средой и выравнивание температур. В итоге газ под поршнем возвращается в исходное состояние: его температура и объём становятся такие же, как в начале процесса.

Эта последовательность (иначе говоря, цикл) процессов, которые предлагается считать квазистатическими, повторяется многократно. Температуру окружающей среды можно считать почти постоянной в течение одного цикла.

**А. (3 балла)** Охладится или нагреется воздух, окружающий цилиндр, после многократного повторения описанного цикла?

**В. (4 балла)** Для одного цикла определите отношение абсолютной величины работы, совершённой газом, к количеству теплоты, которое газ отдаёт окружающей среде на участке охлаждения.

*Указание.* Для малых изменений параметров идеального газа ( $T, p, V$ ) из уравнения состояния следует формула:

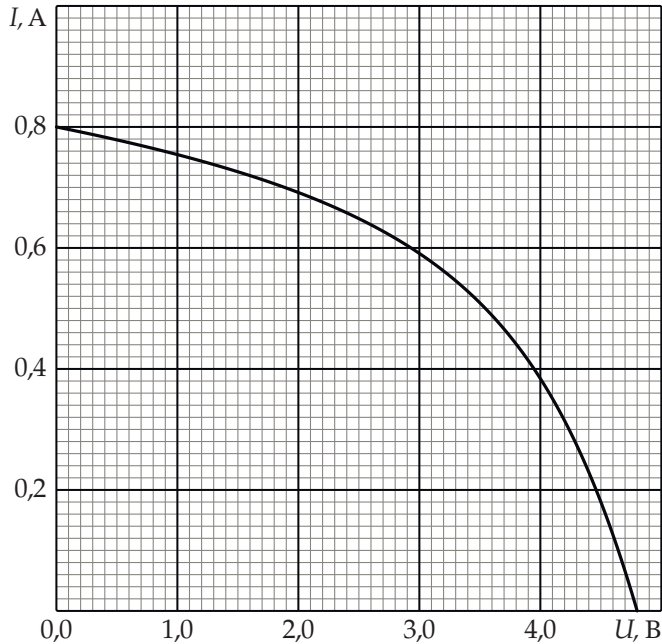
$$\nu R \Delta T = V \Delta p + p \Delta V,$$

где  $\nu$  — количество вещества, а  $R$  — универсальная газовая постоянная.

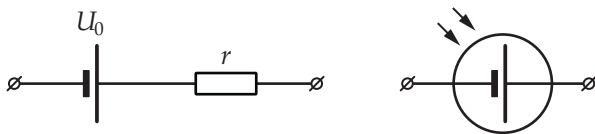
## 5. Источники (8 баллов)

Крюков П. А.

На графике, приведённом ниже, можно видеть вольт-амперную характеристику специального источника напряжения — зависимость силы тока  $I$  через этот источник от разности потенциалов  $U$  положительного и отрицательного полюсов.



ВАХ источника, изображённая на графике, похожа на ВАХ солнечной батареи, поэтому далее мы называем этот источник солнечным, а на схеме ниже обозначаем его батарейкой в круге. Другой источник напряжения (далее называем его обычным) состоит из идеальной батарейки с напряжением  $U_0 = 2,4$  В между выводами и резистора сопротивлением  $r = 3$  Ом, как показано на рисунке слева.



Солнечный и обычный источники можно соединить параллельно или последовательно (разными способами), тогда получится новый источник напряжения. Чему равен ток короткого замыкания этого нового источника? Если к нему подключить резистор сопротивлением  $R = 1$  кОм, то чему будет равно напряжение на этом резисторе? Рассмотрите все возможные случаи.