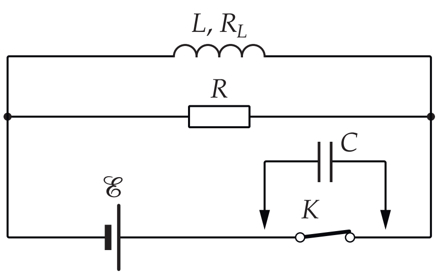
83-я Московская олимпиада школьников по физике
2022 год
11 класс, тур 1

Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Явления при размыкании (6 баллов)

Крюков П. А.

В цепях с большой индуктивной нагрузкой ключ часто шунтируют конденсатором (подключают его параллельно ключу), подобно тому как это схематично показано на рисунке ниже. Предлагается рассмотреть две цепи, собранные по схеме, показанной на рисунке: в первой ключ зашунтирован, а во второй — нет. В обеих цепях изначально ключ замкнут, токи установились. Численные значения параметров цепей следующие: $\mathscr{E} = 10$ В, $R = 100$ Ом, $R_L = 10$ Ом (сопротивление провода, которым намотана катушка), $L = 0{,}1$ Гн, $C = 1$ мкФ. Внутренним сопротивлением батареи можно пренебречь.



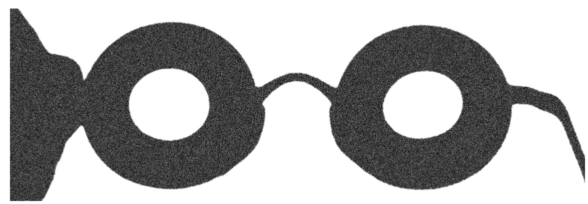
A. (*2 б.*) Определите отношение $\frac{U_1}{U_2}$ напряжений на резисторе сразу после размыкания ключа в первой и второй цепи.

B. (*4 б.*) Найдите количество теплоты Q_1, выделяющееся после размыкания ключа в первой цепи, и количество теплоты Q_2, которое выделяется на резисторе R после размыкания ключа во второй цепи.

2. Очки составителя (7 баллов)

Крюков П. А.

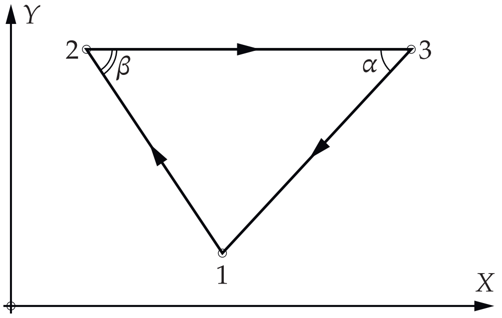
Один из составителей заданий олимпиады носит очки в очень тонкой оправе, оптическая сила линз которых равна +2 дптр. Если эти очки снять с составителя и расположить под светодиодной лампочкой, закреплённой на потолке комнаты, так, чтобы плоскости линз были параллельны полу, то на полу можно будет наблюдать резкую тень от оправы и линз, а также две ярко освещённые области в центрах теней линз (см. обработанный фрагмент фотографии ниже).



Считая лампочку точечным источником света, определите, на каком расстоянии от пола следует держать очки, чтобы диаметр светлого пятна в середине тени одной из линз был примерно в два раза меньше диаметра тени линзы. Высота потолка в комнате равна 3 м. Считайте, что линия, соединяющая лампочку и оптический центр линзы, перпендикулярна полу. Учтите, что искомое расстояние не должно быть больше 1 м.

Крюков П. А.

С одним молем идеального газа, молярная теплоёмкость которого при постоянном объёме c_V равна $2R$, где R — универсальная газовая постоянная, проводится циклический процесс 1231, график которого в логарифмических координатах ($x = \ln \frac{V}{V_0}$, $y = \ln \frac{p}{p_0}$, где p_0 и V_0 — некоторые неизвестные постоянные) имеет форму треугольника с углами $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и $\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{2}\right)$ (см. рисунок ниже). Отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе равно n.



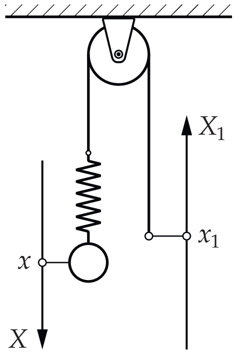
A. (*4 б.*) Считая известной температуру T_1 в точке 1, найдите температуры T_2 и T_3 в точках 2 и 3.

B. (*4 б.*) Определите КПД η цикла.

4. Вынуждают колебаться! (10 баллов)

Фольклор

К одному концу невесомой нити, перекинутой через идеальный блок, присоединён пружинный маятник, состоящий из лёгкой пружины с тяжёлым шариком. Собственная частота колебаний маятника (в отсутствие затухания) равна ω_0. На другой конец нити действует такая внешняя сила, что начиная с нулевого момента времени его координата по вертикали меняется по закону $x_1(t) = A\sin(\Omega t)$ (см. рисунок). В нулевой момент времени маятник находится в положении равновесия и не движется. В обеих частях задачи считается, что нить при колебаниях ни в один из моментов времени не провисает. Шарик движется только по вертикали и не раскачивается.



A. (*4 б.*) В этой части предлагается пренебречь всеми силами сопротивления. Тогда движение шарика будет представлять собой суперпозицию колебаний с частотами Ω и ω_0:

$$x(t) = C_1 \sin(\omega_0 t + \varphi) + C_2 \sin(\Omega t),$$

где $x(t)$ — отклонение шарика от положения равновесия (см. рисунок), C_1, C_2, φ — неизвестные постоянные. Определите максимально возможное отклонение шарика от положения равновесия в следующих случаях:

A1) (*2 б.*) $\Omega \gg \omega_0$; A2) (*2 б.*) $\Omega \ll \omega_0$.

B. (*6 б.*) В этой части предлагается учесть слабое затухание колебаний маятника. Предположим, что затухание обусловлено силой, пропорциональной скорости шарика и направленной против скорости. Тогда через некоторое время после начала процесса координата шарика будет изменяться периодически по гармоническому закону с частотой Ω. Однако колебания шарика будут сдвинуты по фазе относительно колебаний конца нити, к которому прикладывается внешняя сила, на φ:

$$x(t) = C \sin(\Omega t + \varphi).$$

Определите абсолютное значение сдвига фаз φ при следующих значениях частоты Ω:

B1) (*4 б.*) $\Omega \gg \omega_0$, $\Omega \ll \omega_0$; B2) (*2 б.*) $\Omega = \omega_0$.

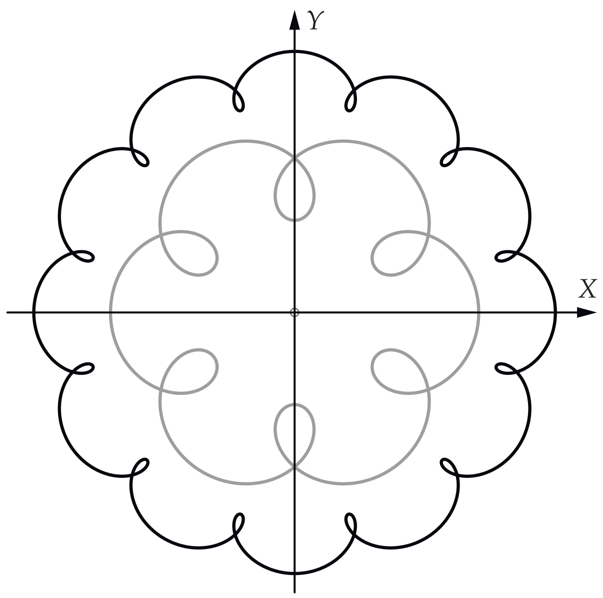
5. Ловушка Пеннинга (14 баллов)

Ромашка М. Ю.

Ловушкой Пеннинга называется один из типов ионных ловушек — устройств, используемых в экспериментах по ядерной физике для удержания заряженных частиц и ядер в некоторой ограниченной области пространства в течение длительного (по меркам микромира) времени. В этой ловушке мощным электромагнитом создаётся однородное магнитное поле B, которое можно считать направленным против оси OZ системы координат с началом в центре ловушки ($B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = -B$), кроме того, системой металлических электродов создаётся электрическое поле с потенциалом

$$\varphi(x,y,z) = \frac{U_0}{2r_0^2}\left(-a(x^2+y^2)+bz^2\right),$$

где U_0 и r_0 — известные постоянные, a и b — неизвестные безразмерные константы, причём $a > 0$. Оказывается, в полях такого вида положительно заряженная частица движется сложным образом. Вдоль оси OZ частица совершает гармонические колебания с некоторой частотой Ω_z около начала координат. Проекция траектории частицы на плоскость XOY представляет собой *эпитрохоиду*. Это линия, которую описывает точка, движущаяся по окружности радиуса r с постоянной угловой скоростью $\omega^{(+)}$, при том что центр этой окружности движется по окружности бóльшего радиуса R ($R > r$) с меньшей угловой скоростью $\omega^{(-)}$. Здесь и далее имеются в виду угловые скорости относительно лабораторной (!) системы отсчёта. Примеры эпитрохоид, для которых центр большей окружности находится в начале координат, можно видеть на рисунке ниже.



Далее везде речь идёт о движении частицы с известными массой m и положительным зарядом q. Параметры U_0, r_0 и B также считаются известными во всех частях задачи, кроме части C.

A. (*4 б.*) Получите формулы для проекций E_x, E_y и E_z вектора напряжённости электрического поля на оси системы координат и найдите отношение $\frac{b}{a}$ безразмерных коэффициентов и в выражении для потенциала электростатического поля.

Внимание! Если вы не получили в части А отношение $\frac{b}{a}$, можете приступить к решению части С, считая это отношение известным параметром.

B. (*2 б.*) Пусть задан коэффициент b. Определите частоту колебаний Ω_z, а также циклотронную частоту Ω_0 вращения частицы в магнитном поле при отсутствии электрического.

C. (*6 б.*) Выразите угловые скорости вращения частицы $\omega^{(+)}$ и $\omega^{(-)}$ по окружностям, дающим траекторию в виде эпитрохоиды, через параметры Ω_z и Ω_0 ($\sqrt{2}\Omega_z < \Omega_0$); $\omega^{(+)}$ — угловая скорость движения по окружности радиусом r, $\omega^{(-)}$ — угловая скорость вращения центра этой окружности. Радиусы окружностей r и R неизвестны. На рисунке выше ось OZ направлена на читателя, движение по обеим окружностям происходит в направлении против часовой стрелки.

D. (*2 б.*) Для траектории в виде бóльшей эпитрохоиды на рисунке выше (линия чёрного цвета), используя результаты предыдущих частей, определите безразмерные коэффициенты a и b в выражении для потенциала электростатического поля.