

10 класс
Вариант 1

Задача 1

При работе исследовательского оборудования рабочая температура поддерживается при температуре окружающей среды -40°C за счет естественной теплопередачи в окружающую среду. Если мощность оборудования поднять на 10%, то через оборудование необходимо прокачивать 10 л/с окружающего воздуха. Если при прежней мощности температура окружающей среды поднимается до -30°C , то для поддержания рабочей температуры необходимо прокачивать 25 л/с окружающего воздуха.

1) Определите рабочую температуру оборудования. Считать, что естественный поток пропорционален разности температуры оборудования и окружающей среды.

2) Найдите мощность оборудования. Изменением плотности воздуха пренебречь.

Возможное решение

Пусть N — мощность оборудования, T_e — его температура, T_0 — температура окружающей среды, T_v — температура воздуха, ΔT — изменение температуры окружающей среды, α — коэффициент пропорциональности между теплоотводом и разностью температур, C_p — молярная теплоемкость, q — поток воздуха, v_m — молярный объем, P_0 — атмосферное давление.

1) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока

$$N = \alpha \cdot (T_e - T_0). \quad (1)$$

2) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока при повышении мощности на 10%

$$1,1 \cdot N = \alpha \cdot (T_e - T_0) + \frac{C_p \cdot q_1}{v_m} \cdot (T_e - T_v). \quad (2)$$

3) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока при повышении температуры.

$$N = \alpha \cdot (T_e - T_0 - \Delta T) + \frac{C_p \cdot q_2}{v_m} \cdot (T_e - T_v - \Delta T). \quad (3)$$

4) Выразим рабочую температуру.

Из (1) и (2) получим:

$$N = \frac{10 \cdot C_p \cdot q_1}{v_m} \cdot (T_e - T_v) \Leftrightarrow \frac{C_p}{v_m} = \frac{N}{10 \cdot (T_e - T_0) \cdot q_1} = \frac{\alpha}{10 \cdot q_1}.$$

Тогда, учитывая (3), получим:

$$(T_e - T_0) = (T_e - T_0 - \Delta T) \cdot \left(1 + \frac{q_2}{10 \cdot q_1}\right) \Leftrightarrow T_e = T_0 + \Delta T \cdot \frac{10 \cdot q_1 + q_2}{q_2} = 10 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

5) Найдём мощность установки

$$N = \frac{10 \cdot C_p \cdot q_1}{v_m} \cdot (T_e - T_0) = \frac{10 \cdot \frac{7}{2} \cdot R \cdot q_1}{\frac{R \cdot T_0}{P_0}} \cdot (T_e - T_0) \approx 7.2 \text{ (кВт)}.$$

Критерии оценивания

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"

Междисциплинарные задачи

1. Записано уравнение (1) - 15 баллов
2. Записано уравнение (2) - 15 баллов
3. Записано уравнение (3) - 15 баллов
4. Найдена температура оборудования - 15 баллов
5. Найдена мощность оборудования - 40 баллов

Задача 2

С поверхности нагретого до абсолютной температуры T тела испускается энергия в виде электромагнитного излучения. Мощность излучения с площади S поверхности:

$$J = \epsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная Стефана-Больцмана, ϵ — степень черноты, степень черноты снега принять равной $\epsilon_s = 0,95$.

1) Определите мощность излучения с единицы поверхности снега, если его температура $T_s = -23^\circ \text{C}$.

Если одну сторону тела нагреть до одной температуры, а другую сторону нагреть до другой температуры, то энергия будет передаваться от более нагретого слоя к менее нагретому слою. Такое явление называется теплопроводностью. Явление теплопроводности можно описывать по аналогии с явлением электропроводности. По аналогии: заряд (q) — тепло (Q), напряжение (U) — разность температуры (ΔT), сила электрического тока (I) — мощность теплового потока (J), электрическое сопротивление (R) — тепловое сопротивление (R), удельная электрическая проводимость ($\sigma = 1/\rho$, где ρ — удельное сопротивление) — удельная теплопроводность (κ).

2) По аналогии с законом Ома и выражением для сопротивления через удельное сопротивление, длину и площадь сечения проводника найдите формулу связывающую мощность теплового потока (J) с удельной теплопроводностью (κ), толщиной теплоизоляционного слоя (d) и его площадью (S).

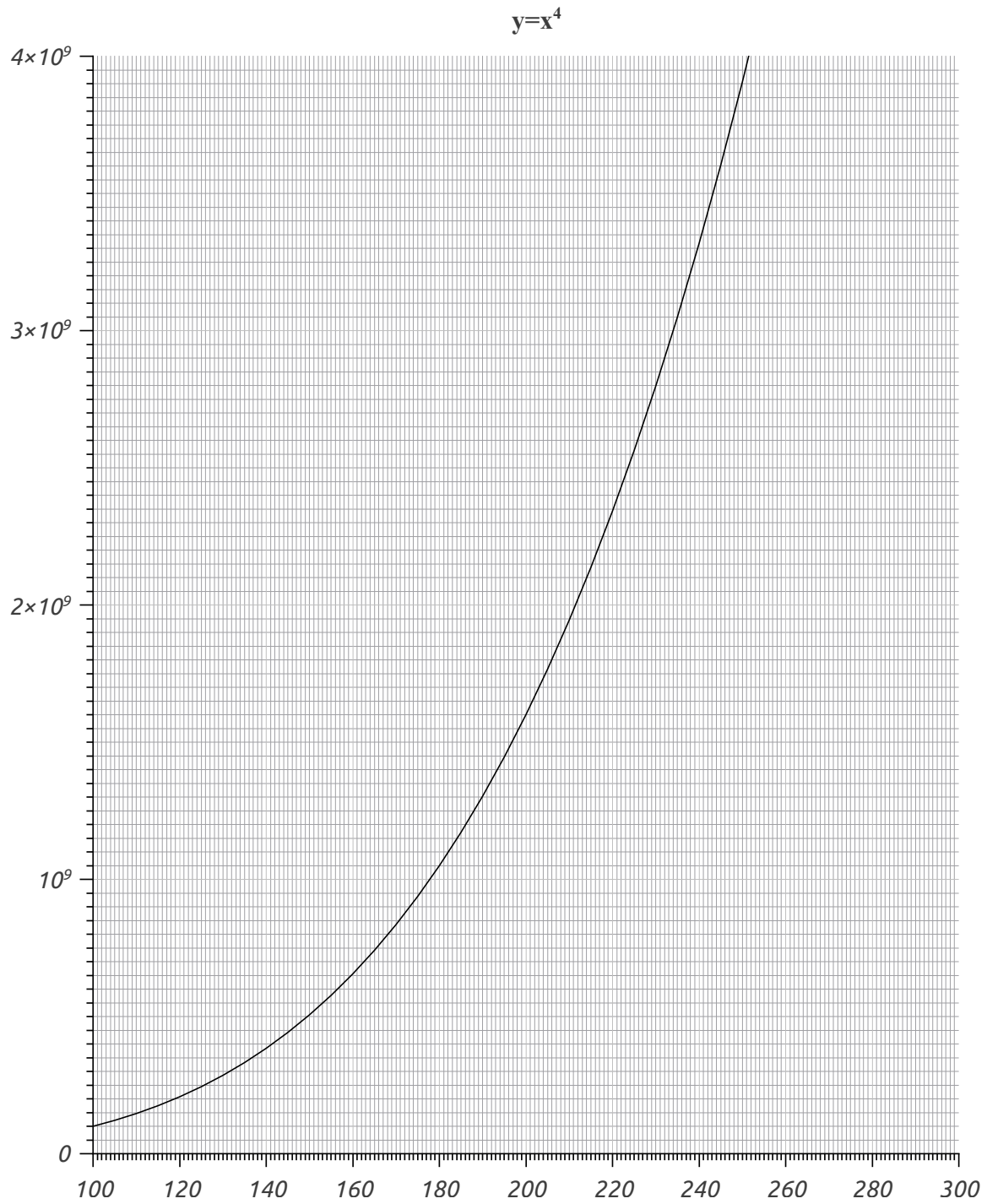
Рассмотрим плавающую в Арктическом регионе льдину состоящую из льда ($\kappa_{\text{л}} = 2,5 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) толщиной ($D = 1,0 \text{ м}$) покрытую небольшим слоем ($d = 20 \text{ см}$) снега ($\kappa_{\text{с}} = 0,33 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) под льдиной вода температурой 0°C , а над льдиной ясное небо полярной ночи.

3) Найдите коэффициент (численно) между мощностью теплового потока (J) и разностью температур над льдиной и под льдиной учитывая тепловое сопротивление льда и снега.

4) Предположим, что температура поверхности снега устанавливается за счёт равновесия теплового потока от воды под льдиной и излучением в открытый космос. Найдите температуру поверхности снега. Для решения уравнения четвертой степени используйте приложенный график функции $y = x^4$ путем дополнительных построений.

5) Найдите температуру поверхности снега, если учесть, что половина излучения возвращается из-за атмосферы. Для решения уравнения четвертой степени используйте приложенный график функции $y = x^4$ путем дополнительных построений.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

Возможное решение

- 1) Подставляем в формулу $J_1 = 0,95 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 250^4 = 212$ (Вт/м²).
- 2) По аналогии с законом Ома, получим

$$J = \frac{\kappa \cdot S}{l} \cdot \Delta T.$$

- 3) Складываем сопротивления льда и льдины:

$$R_{\Sigma} = R_s + R_l = \frac{D}{\kappa_s \cdot S} + \frac{d}{\kappa_l \cdot S} = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{1}{2,5} + \frac{0,2}{0,33} \right) = \frac{1}{S}.$$

Плотность теплового потока на единицу площади получаем:

$$J = (273 - T) \left(\frac{\text{Вт}}{\text{К} \cdot \text{м}^2} \right).$$

- 4) Плотность энергии излучения с поверхности снега

$$J_{\sigma} = 5,4 \cdot 10^{-8} \cdot T^4.$$

Приравниваем потоки этих энергий:

$$273 - T = 5,4 \cdot 10^{-8} \cdot T^4.$$

Для численного решения поделим уравнение на $5,4 \cdot 10^{-8}$:

$$T^4 = 1,85 \cdot 10^7 \cdot (273 - T).$$

Построим на выданном графике линейную функцию $y = 1,85 \cdot 10^7 \cdot (273 - x)$ и графически найдем точку пересечения: $T = 195$ К.

5) Если половина излучения возвращается из атмосферы, то мощность излучения падает в 2 раза и для численного решения изменится численный коэффициент:

$$T^4 = 3,7 \cdot 10^7 \cdot (273 - T).$$

Построим на выданном графике линейную функцию $y = 3,7 \cdot 10^7 \cdot (273 - x)$ и графически найдем точку пересечения: $T = 215$ К.

Критерии оценивания

1. Найдено J_1 - 10 баллов
2. Найдено соотношение для J - 20 баллов
3. Найден численный коэффициент - 20 баллов
4. Графически найдена T в п. 4 - 50 баллов
5. Графически найдена T в п. 5 - 50 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

Задача 3

Переохлаждённая жидкость — жидкость, имеющая температуру ниже температуры кристаллизации. Удивительный факт: дистиллированную воду можно охладить до $-48,3^\circ\text{C}$.

В арктической лаборатории проводят опыт: в калориметр, где находится 1 л переохлаждённой воды температуры T , бросают кусок льда массой $m_{\text{л}}$ такой же температуры и определяют по объёму оставшейся после кристаллизации жидкости температуру T .

Напишите программу для автоматизации обработки полученных результатов. Удельная теплоёмкость воды $c_B=4200$ Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда $\lambda=3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Формат входных данных:

Натуральное число $m_{\text{л}}$ — масса брошенного в калориметр куска льда (в граммах) и действительное число m — масса оставшейся в жидкой фазе воды (в граммах) после установления теплового равновесия.

Формат выходных данных:

Действительное число, равное температуре T воды в калориметре до опыта (в °C).

Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и вывод используемой формулы для нахождения искомой величины.

Возможное решение

Нахождение искомой величины:

В дистиллированной воде почти нет примесей, потому она может находиться в жидком состоянии при температуре ниже температуры кристаллизации. Это объясняется тем, что частички примесей служат центрами кристаллизации.

Когда в сосуде окажется кусок льда, частички его поверхности будут служить центрами кристаллизации.

Поскольку после остаётся вода в жидком состоянии, значит, температура воды в калориметре равна 0°C .

Вода имеет плотность 1000 кг/м³, потому масса переохлаждённой воды равна $m_B = 1000$ г. Значит, масса кристаллизовавшейся воды равна $(m_B - m)$.

В результате этого выделилось количество теплоты

$$Q = \lambda(m_B - m).$$

Это тепло пошло на нагрев куска льда и переохлаждённой воды:

$$\lambda \cdot (m_B - m) = Q = -(c_B \cdot m_B \cdot (0^\circ\text{C} - T) + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (0^\circ\text{C} - T)) = (-0^\circ\text{C} + T) \cdot (c_B \cdot m_B + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}),$$

откуда температура в градусах Цельсия

$$T = \frac{\lambda \cdot (m - m_B)}{c_B \cdot m_B + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}}.$$

Листинг 1: Реализация нахождения искомой величины на языке C++

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int ml;
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

```
6  double mo;  
7  cin >> ml >> mo;  
8  double res;  
9  res = 340000 * (mo - 1000) / (4200 * 1000 + 2100 * ml);  
10 cout << res << endl;  
11  
12 return 0;  
13 }
```

Критерии оценивания

1. Найдено выделившееся количество теплоты - 20 баллов
2. Найдено количество теплоты поглощенное водой - 10 баллов
3. Найдено количество теплоты поглощенное льдом - 10 баллов
4. Найдено конечное выражение - 20 баллов
5. Реализация программы - 40 баллов
6. Использование целочисленных переменных - —10 баллов
7. Синтаксические ошибки - до —20 баллов

Вариант 2

Задача 1

При работе исследовательского оборудования при температуре окружающей среды -40°C за счет естественной теплопередачи в окружающую среду поддерживается рабочая температура оборудования 10°C . Если мощность оборудования поднять на 10%, то через оборудование необходимо прокачивать 10 л/с окружающего воздуха.

1) Найдите какой объем окружающего воздуха надо прокачивать для поддержания рабочей температуры, если при прежней мощности температура окружающей среды поднимается до -30°C . Считать, что естественный поток пропорционален разности температуры оборудования и окружающей среды.

2) Найдите мощность оборудования. Изменением плотности воздуха пренебречь.

Возможное решение

Пусть N — мощность оборудования, T_e — его температура, T_0 — температура окружающей среды, T_v — температура воды, ΔT — изменение температуры окружающей среды, α — коэффициент пропорциональности между теплоотводом и разностью температур, C_p — молярная теплоемкость, q — поток воздуха, v_m — молярный объем, P_0 — атмосферное давление.

1) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока

$$N = \alpha \cdot (T_e - T_0). \quad (4)$$

2) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока при повышении мощности на 10%

$$1,1 \cdot N = \alpha \cdot (T_e - T_0) + \frac{C_p \cdot q_1}{v_m} \cdot (T_e - T_v). \quad (5)$$

3) Запишем баланс тепловыделения и теплового потока при повышении температуры.

$$N = \alpha \cdot (T_e - T_0 - \Delta T) + \frac{C_p \cdot q_2}{v_m} (T_e - T_v - \Delta T). \quad (6)$$

4) Выразим рабочую температуру. Из (4) и (5) получим:

$$N = \frac{10 \cdot C_p \cdot q_1}{v_m} (T_e - T_v) \Leftrightarrow \frac{C_p}{v_m} = \frac{N}{10 \cdot (T_e - T_0) \cdot q_1} = \frac{\alpha}{10 \cdot q_1}.$$

Тогда, учитывая (3), получим:

$$(T_e - T_0) = (T_e - T_0 - \Delta T) \cdot \left(1 + \frac{q_2}{10q_1}\right) \Leftrightarrow q_2 = \frac{10 \cdot q_1 \cdot \Delta T}{T_e - T_0 - \Delta T} = 25 \text{ (л/с)}.$$

5) Найдем мощность установки

$$N = \frac{10 \cdot C_p \cdot q_1}{v_m} \cdot (T_e - T_0) = \frac{10 \frac{7}{2} \cdot R \cdot q_1}{R \cdot T_0} \cdot (T_e - T_0) \approx 7,2 \text{ (кВт)}.$$

Критерии оценивания

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"

Междисциплинарные задачи

1. Записано уравнение (4) - 15 баллов
2. Записано уравнение (5) - 15 баллов
3. Записано уравнение (6) - 15 баллов
4. Найдено q_2 - 15 баллов
5. Найдена мощность оборудования - 40 баллов

Задача 2

С поверхности нагретого до абсолютной температуры T тела испускается энергия в виде электромагнитного излучения. Мощность излучения с площади S поверхности:

$$J = \epsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная Стефана-Больцмана, ϵ — степень черноты, степень черноты снега принять равной $\epsilon_s = 0,95$.

1) Определите мощность излучения с единицы поверхности снега, если его температура $T_s = -23^\circ \text{C}$.

Если одну сторону тела нагреть до одной температуры, а другую сторону нагреть до другой температуры, то энергия будет передаваться от более нагретого слоя к менее нагретому слою. Такое явление называется теплопроводностью. Явление теплопроводности можно описывать по аналогии с явлением электропроводности. По аналогии: заряд (q) — тепло (Q), напряжение (U) — разность температур (ΔT), сила электрического тока (I) — мощность теплового потока (J), электрическое сопротивление (R) — тепловое сопротивление (R), удельная электрическая проводимость ($\sigma = 1/\rho$, где ρ — удельное сопротивление) — удельная теплопроводность (κ).

2) По аналогии с законом Ома и выражением для сопротивления через удельное сопротивление, длину и площадь сечения проводника найдите формулу связывающую мощность теплового потока (J) с удельной теплопроводностью (κ), толщиной теплоизоляционного слоя (d) и его площадью (S).

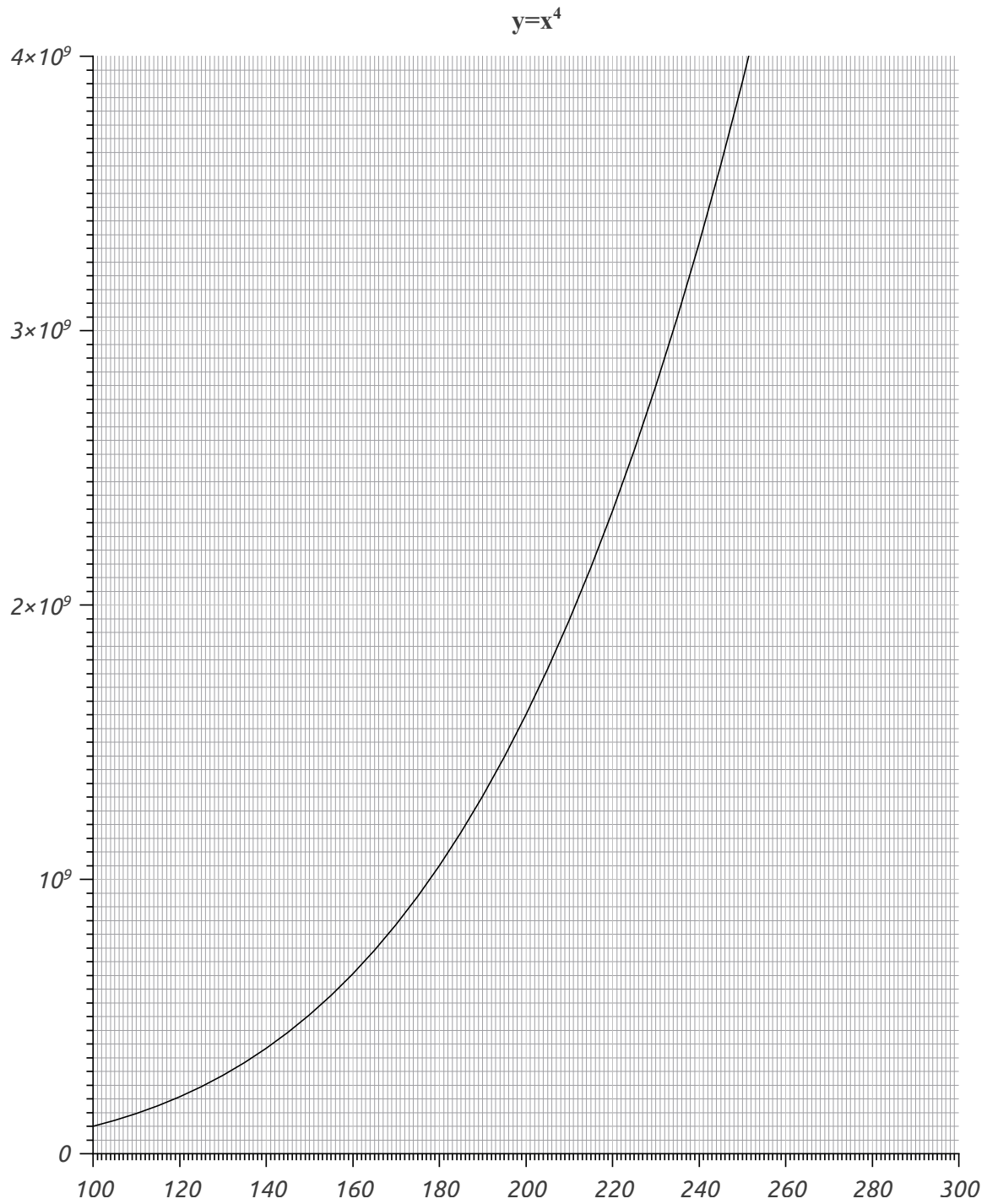
Рассмотрим иглу — строение из снега. Стены построены из снега ($\kappa_c = 0,33 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) толщиной ($D = 66 \text{ см}$) изнутри выстлана шкурами ($\kappa_{ш} = 0,05 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) толщиной ($D = 5,0 \text{ см}$). Внутри иглу поддерживается температура 17° .

3) Найдите коэффициент (численно) между мощностью теплового потока (J) и разностью температур на внешней поверхности стен и температурой внутри учитывая тепловое сопротивление шкуры и снега.

4) Предположим, что температура поверхности снега устанавливается за счёт равновесия теплового потока внутреннего помещения и излучением в открытый космос. Найдите температуру поверхности снега. Для решения уравнения четвертой степени используйте приложенный график функции $y = x^4$ путем дополнительных построений.

5) Найдите температуру поверхности снега, если учесть, что половина излучения возвращается из-за атмосферы. Для решения уравнения четвертой степени используйте приложенный график функции $y = x^4$ путем дополнительных построений.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

Возможное решение

- 1) Подставляем в формулу $J_1 = 0,95 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 250^4 = 212$ (Вт/м²).
- 2) По аналогии с законом Ома, получим

$$J = \frac{\kappa \cdot S}{l} \cdot \Delta T.$$

- 3) Пусть D — толщина снежной части стены иглу, d — толщина шкуры, которой выстлана иглу изнутри. Складываем сопротивления снега и шкуры:

$$R_{\Sigma} = R_s + R_l = \frac{D}{\kappa_c \cdot S} + \frac{d}{\kappa_{ш} \cdot S} = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{0,66}{0,33} + \frac{0,05}{0,05} \right) = \frac{3}{S}.$$

Плотность теплового потока на единицу площади получаем:

$$J = \frac{273 - T}{3} \left(\frac{\text{Вт}}{\text{К} \cdot \text{м}^2} \right).$$

- 4) Плотность энергии излучения с поверхности снега

$$J_{\sigma} = 5,4 \cdot 10^{-8} \cdot T^4.$$

Приравниваем потоки этих энергий:

$$\frac{290 - T}{3} = 5,4 \cdot 10^{-8} \cdot T^4.$$

Для численного решения поделим уравнение на $5,4 \cdot 10^{-8}$:

$$T^4 = 0,62 \cdot 10^7 \cdot (290 - T).$$

Построим на выданном графике линейную функцию $y = 0,62 \cdot 10^7 \cdot (290 - x)$ и графически найдем точку пересечения: $T = 166\text{K}$.

- 5) Если половина излучения возвращается из атмосферы, то мощность излучения падает в 2 раза и для численного решения изменится численный коэффициент:

$$T^4 = 1,24 \cdot 10^7 \cdot (290 - T).$$

Построим на выданном графике линейную функцию $y = 1,24 \cdot 10^7 \cdot (290 - x)$ и графически найдем точку пересечения: $T = 189\text{K}$.

Критерии оценивания

1. Найдено J_1 — 10 баллов
2. Найдено соотношение для J — 20 баллов
3. Найден численный коэффициент — 20 баллов
4. Графически найдена T в п. 4 — 50 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

5. Графически найдена T в п. 5 — 50 баллов

Задача 3

Переохлаждённая жидкость — жидкость, имеющая температуру ниже температуры кристаллизации. Удивительный факт: дистиллированную воду можно охладить до $-48,3^\circ\text{C}$.

В арктической лаборатории проводят опыт: в калориметр, где находятся 2 л переохлаждённой воды температуры T , бросают кусок льда массой $m_{\text{л}}$ такой же температуры и определяют по объёму оставшейся после кристаллизации жидкости массу куска льда.

Напишите программу для автоматизации обработки полученных результатов. Удельная теплоёмкость воды $c_B = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$.

Формат входных данных:

Действительное число T — температура воды в калориметре до опыта (в $^\circ\text{C}$) и действительное число m — масса оставшейся в жидкой фазе воды (в граммах) после установления теплового равновесия.

Формат выходных данных:

Действительное число $m_{\text{л}}$, равное массе брошенного в калориметр куска льда (в граммах).

Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и вывод используемой формулы для нахождения искомой величины.

Возможное решение

Нахождение искомой величины:

В дистиллированной воде почти нет примесей, потому она может находиться в жидком состоянии при температуре ниже температуры кристаллизации. Это объясняется тем, что частички примесей служат центрами кристаллизации.

Когда в сосуде окажется кусок льда, частички его поверхности будут служить центрами кристаллизации.

Поскольку после остаётся вода в жидком состоянии, значит, температура воды в калориметре равна 0°C .

Вода имеет плотность $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, потому масса переохлаждённой воды равна $m_B = 1000 \text{ г}$. Значит, масса кристаллизовавшейся воды равна $(m_B - m)$.

В результате этого выделилось количество теплоты

$$Q = \lambda \cdot (m_B - m).$$

Это тепло пошло на нагрев куска льда и переохлаждённой воды:

$$\lambda \cdot (m_B - m) = Q = -(c_B \cdot m_B \cdot (0^\circ\text{C} - T) + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (0^\circ\text{C} - T)) = (-0^\circ\text{C} + T) \cdot (c_B \cdot m_B + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}),$$

откуда масса брошенного льда равна

$$m_{\text{л}} = \frac{\lambda \cdot (m - m_B) - c_{\text{л}} \cdot m_B \cdot T}{c_{\text{л}} \cdot T}.$$

Листинг 2: Реализация нахождения искомой величины на языке C++

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
профиль "Арктика"
Междисциплинарные задачи

```
4 int main() {  
5     double T, mo;  
6     cin >> T >> mo;  
7     double res;  
8     res = (340000 * (mo - 1000) / T - 4200 * 1000) / 2100;  
9     cout << res << endl;  
10  
11     return 0;  
12 }
```

Критерии оценивания

1. Найдено выделившееся количество теплоты - 20 баллов
2. Найдено количество теплоты поглощенное водой - 10 баллов
3. Найдено количество теплоты поглощенное льдом - 10 баллов
4. Найдено конечное выражение - 20 баллов
5. Реализация программы - 40 баллов
6. Использование целочисленных переменных - —10 баллов
7. Синтаксические ошибки - до —20 баллов