

Гонки Мёбиуса (7 баллов)

Бычков. А.И.

1а. Расстояния, пройденные телами, в момент первой встречи будут отличаться на $2L$, следовательно,

$$\alpha vt_1 - vt_1 = 2L,$$

откуда находим $t_1 = \frac{2L}{(\alpha-1)v}$.

1б. N -ая встреча тел произойдёт через время $\frac{2LN}{(\alpha-1)v}$. За это время тело, которое движется со скоростью v , пройдёт расстояние $\frac{2LN}{(\alpha-1)}$. Тела впервые встретятся в точке старта при таком минимальном значении N , что $3LN$ окажется кратным $2L$. Нетрудно догадаться, что это произойдёт в момент второй встречи через время $t_2 = \frac{6L}{v}$.

Ответ. 1а) $t_1 = \frac{2L}{(\alpha-1)v}$; 1б) $t_2 = \frac{6L}{v}$.

Критерии оценивания

Верные, обоснованные ответы на вопросы задачи оцениваются полным баллом при любом способе решения. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются по следующей схеме.

Если в пункте **1а** получен ответ $\frac{L}{(\alpha-1)v}$, то оценка снижается до **0,5 балла**.

В пункте **1б** правильно сформулировано условие первой встречи тел в точке старта – **2 балла**. Если правильные ответы не получены только вследствие арифметических ошибок, а в остальном решение абсолютно верное, то ставится **3 балла** за весь пункт.

Про деталь (6 баллов)**Бычков А.И.**

Среднее значение плотности детали равно $\rho = \frac{\bar{m}}{\bar{V}}$, где $\bar{m} = 1000$ г, \bar{V} — значение объёма, полученное в ходе измерения. Откуда находим $\bar{V} = 100$ см³. Так как точность измерения объёма равна 1 см³, объём детали равен $V = 100 \pm 1$ см³. Максимальное значение массы меди, содержащееся в детали, будет в том случае, когда масса детали принимает минимальное значение, а объём максимальное:

$$\frac{m_{\max}}{\rho_{\text{м}}} + \frac{999 \text{ г} - m_{\max}}{\rho_{\text{с}}} = 101 \text{ см}^3.$$

откуда находим $m_{\max} = 528$ г.

Минимальное значение массы меди найдём из аналогичного уравнения, в котором масса детали принимает максимальное значение, а объём минимальное:

$$\frac{m_{\min}}{\rho_{\text{м}}} + \frac{1001 \text{ г} - m_{\min}}{\rho_{\text{с}}} = 99 \text{ см}^3.$$

Решая это уравнение, получаем $m_{\min} = 436$ г.

Ответ. $m_{\min} = 436$ г; $m_{\max} = 528$ г ($m_{\text{м}} = 482 \pm 46$ г).

Критерии оценивания

Верные, обоснованные ответы на вопросы задачи оцениваются полным баллом при любом способе решения. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются по следующей схеме.

Найден средний объём детали — **1 балл**.

Найдено максимальное значение массы меди, содержащееся в детали, — **2,5 балла**.

Найдено минимальное значение массы меди, содержащееся в детали, — **2,5 балла**.

Если получено только среднее значение массы меди ($m_{\text{м}} = 482$ г), то вся задача оценивается в **3 балла**. Если правильные ответы не получены только вследствие вычислительных ошибок, а в остальном решение абсолютно верное, то ставится **4,5 балла** за всю задачу.

Модель требушета (7 баллов)

Бычков А.И.

Перечисленные в условии задачи параметры H , ρ и g в СИ измеряются в м, кг/м³ и м/с² соответственно. Дальнобойность орудия L имеет размерность длины, которая измеряется в метрах. Так как килограмм присутствует только в единице плотности, а секунда только в единице ускорения свободного падения, то, используя эти параметры, мы не сможем в результате получить единицу длины. Следовательно, дальнобойность орудия L может зависеть только от H . Их единицы измерения совпадают, поэтому L пропорционально H . В таком случае дальнобойность точной копии требушета, все размеры которой в 10 раз меньше оригинала, уменьшится тоже в 10 раз.

Для любой силы, действующей в конструкции, $F = \alpha \rho H^3 g$, где α – безразмерный коэффициент. Для силы тяжести это очевидно, но поскольку размерность силы получается единственным способом $\rho H^3 g$, то для разных сил мы будем получать одинаковую зависимость от ρ , H и g с разными коэффициентами α . Это и сила давления требушета на землю, и сила растяжения верёвки при выстреле, и сила, действующая на ось рычага. Таким образом, мы получаем, что максимальная (в процессе выстрела) сила натяжения верёвок, соединяющих рычаг и пращу, уменьшится в 1000 раз.

Ответ. Уменьшится в 10 раз; уменьшится в 1000 раз.

Критерии оценивания

Верные, обоснованные ответы на вопросы задачи оцениваются полным баллом при любом способе решения. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются по следующей схеме.

Высказывается в той или иной форме мысль о том, что, используя параметры ρ и g , нельзя в результате получить единицу длины – **2 балла**.

Получен ответ на первый вопрос – **1 балл**.

Высказана и обоснована идея того, что силы, действующие в конструкции, пропорциональны $\rho H^3 g$ – **3 балла**.

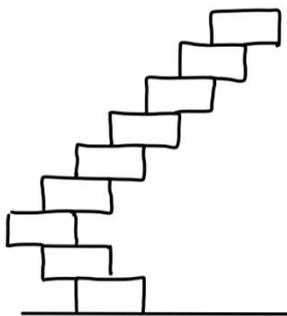
Получен ответ на второй вопрос – **1 балл**.

LEGO (7 баллов)

Бычков А.И.

Чтобы построить башню с заданным сдвигом верхней и нижней деталей, используя при этом минимальное количество кирпичиков, ребёнку сначала надо укладывать их со сдвигом влево, создав максимально возможный противовес, а потом со сдвигом вправо (или наоборот).

4а. На рисунке представлена башня, содержащая 9 кубиков, у которой верхняя и нижняя детали сдвинуты друг относительно друга по горизонтали на расстояние, равное удвоенной длине кирпичика.



Проверим является ли она устойчивой. Пусть a – это длина детали. Момент сил, удерживающих башню в устойчивом положении, равен

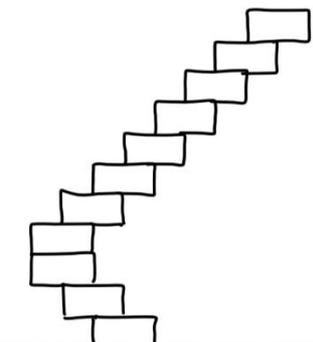
$$2mg \cdot \frac{a}{2} + 2mg \cdot a + mg \cdot \frac{3a}{2} = \frac{9}{2}mga.$$

Момент сил, опрокидывающих башню, равен

$$mg \cdot \frac{a}{2} + mg \cdot a + mg \cdot \frac{3a}{2} = 3mga.$$

Следовательно, башня устойчива.

4б. На втором рисунке представлена башня, содержащая 11 кубиков, у которой верхняя и нижняя детали сдвинуты друг относительно друга по горизонтали на расстояние $2,5a$.



Эта башня является устойчивой, поскольку момент сил, удерживающих башню от падения, равен

$$2mg \cdot \frac{a}{2} + 2mg \cdot a + 2mg \cdot \frac{3a}{2} = 6mga,$$

84-я Московская олимпиада школьников по физике

2023 год

7 класс

а момент сил, опрокидывающих башню, равен

$$mg \cdot \frac{a}{2} + mg \cdot a + mg \cdot \frac{3a}{2} + mg \cdot 2a = 5mga.$$

Другие конфигурации башен из 11 кубиков дают либо меньший сдвиг верхней и нижней деталей, либо являются неустойчивыми.

Критерии оценивания

Верные, обоснованные ответы на вопросы задачи оцениваются полным баллом. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются по следующей схеме.

Если в пункте **4а** приведена правильная схема башни без каких-либо пояснений – **1,5 балла**. Если предложена устойчивая башня, состоящая из 10 деталей, с краткими пояснениями – **1 балл**.

Если в пункте **4б** приведена правильная схема башни без каких-либо пояснений – **2,5 балла**. Если предложена устойчивая башня, верхняя и нижняя детали которой сдвинуты друг относительно друга по горизонтали на расстояние, равное удвоенной длине кирпичика, с кратким обоснованием – **1 балл**.

В случае несоблюдения правил построения башни, описанных в условии задачи, решение не оценивается.