

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

10 класс

Вариант 1

**Задача 1**

Одной из самых больших проблем в полярной науке является измерение толщины плавучего морского льда, покрывающего Северный Ледовитый океан. Сейчас такие измерения проводятся и с помощью спутников. Для измерения толщины льда необходимо измерить высоту поверхности льда над уровнем моря. Однако, особую проблему представляет случай, когда поверхность льда покрыта рыхлым снегом.

1. Поверхность льда покрыта слоем рыхлого снега со средней толщиной  $d_1 = 0,22$  м, а высота поверхности этого слоя снега над уровнем моря составляет  $h_1 = 0,50$  м. Определить общую толщину льда (без учета снега). Плотность снега  $\rho_c = 400$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_l = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность морской воды  $\rho_b = 1025$  кг/м<sup>3</sup>.
2. Определите за какое время луч лазера со спутника достигнет поверхности моря и вернется назад. Высота орбиты спутника 600 км.
3. Насколько изменится это время, если в поле зрения спутника окажется льдина, выступающая над водой на 0,10 м.
4. Мощность лазера на спутнике составляет 100 Вт. Луч лазера расходится, в данном случае можно считать его конусом с углом  $\alpha = 0,00001$  рад при вершине. Расстояние от спутника до поверхности льда – 600 км. При прохождении луча в атмосфере в одну сторону теряется 25% его энергии. Коэффициент отражения поверхности льда – 0,80. Считая отражение зеркальным, определите электрическую мощность сигнала на детекторе спутника. Диаметр фотоприемника 1 см, а эффективность преобразования энергии 0,25.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$h_1 = 0,50 \text{ м}$$

$$d_1 = 0,22 \text{ м}$$

$$R = 6 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$l = 0,10 \text{ м}$$

$$P = 100 \text{ Вт}$$

*Решение:*

1) Поскольку льдина, покрытая снегом, плавает, сила тяжести равна по модулю силе Архимеда:  $m_l g + m_c g = F_A$ ,

$$m_l = \rho_l S L; m_c = \rho_c S d_1; F_A = \rho_b g S (L - h_1 + d_1)$$

$$\rho_l S L g + \rho_c S d_1 g = \rho_b g S (L - h_1 + d_1)$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

$\alpha = 0,00001 \text{ рад}$ $n = 0,25$ $k_R = 0,80$ $d = 0,01 \text{ м}$ $\alpha_{\text{эф}} = 0,25$ $\rho_c = 400 \text{ кг/м}^3$ $\rho_b = 1025 \text{ кг/м}^3$ $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	$L = \frac{\rho_b(h_1 - d_1) + \rho_c d_1}{\rho_b - \rho_l} = \frac{1025(0,50 - 0,22) + 400 \cdot 0,22}{1025 - 900} = 3 \text{ м}$ <p>2) За время <math>t</math> луч лазера дважды проходит расстояние, равное высоте орбиты спутника <math>R</math>:</p> $t = \frac{2R}{c} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^8} = 4 \text{ мс}$ <p>3) Изменение времени <math>\Delta t</math> при попадании в поле зрения спутника льдины, выступающей над водой на <math>l</math>, составит:</p> $\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 0,10}{3 \cdot 10^8} = 0,7 \text{ нс}$ <p>4) В результате расхождения, к спутнику вернется луч диаметром <math>D = 2\alpha R</math>. При этом мощность, улавливаемая детектором <math>P_d</math> будет пропорциональна отношению площади окна фотоприемника к площади вернувшегося пучка:</p> $P_d = P \cdot (1 - n)^2 \cdot k_R \cdot \alpha_{\text{эф}} \cdot \frac{d^2}{(2\alpha R)^2} =$ $= 100 \cdot (1 - 0,25)^2 \cdot 0,80 \cdot 0,25 \cdot \frac{0,01^2}{(2 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^5)^2} = 7,8 \text{ мкВт}$
<b>Найти:</b> 1) $L$ – ? 2) $t$ – ? 3) $\Delta t$ – ? 4) $P_d$ – ?	

**Критерии оценивания**

1. Найдена толщина льда  $L$  – 25 баллов
2. Определено время  $t$  – 25 баллов
3. Определено изменение времени  $\Delta t$  – 25 баллов
4. Найдена мощность сигнала на детекторе спутника  $P_d$  – 75 баллов

**Задача 2**

Для исследования адгезии льда к новому материалу его образец поместили на внешней стороне барабана центрифуги с радиусом  $R = 1 \text{ м}$ . На образец предварительно были нанесены капли воды объемом  $0,05 \text{ мл}$ , которые приобрели полусферическую форму перед замерзанием. Барабан медленно раскручивают вокруг своей оси. При частоте вращения равной  $15 \text{ с}^{-1}$  капли льда стали отрываться.

1. Найти величину адгезии льда к новому материалу. Сопротивление воздуха и силы тяжести не учитывать, плотность воды  $\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

2. Рассчитайте при какой частоте вращения (об/мин) лопастей ветрогенератора, изготовленных из нового материала, такая ледяная капля, находящаяся на конце лопасти на расстоянии 100 метров от оси вращения оторвется под действием инерции. Считать, что площадь контакта капли с поверхностью и масса капли остаются неизменными.
3. Инженеры исследуют следующий способ борьбы с обледенением – предлагается кратковременно нагревать поверхность лопастей при помощи пропускания тока по проводящему покрытию. Определите какая энергия нужна, чтобы растопить лед при температуре  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  на площади  $S = 1\text{ м}^2$ , если поверхностная плотность капель составляет 5 шт на  $1\text{ см}^2$ . Потери тепла не учитывать, теплоемкостью самой лопасти пренебречь.
4. Лопасти ветрогенератора, сделанные из стеклопластика, обладают упругостью, и под воздействием ветровых нагрузок всегда колеблются в поперечном направлении (подобные колебания легко представить, если зажать один конец металлической линейки, а другой свободный конец слегка изогнуть и отпустить). Теория упругости показывает, что частота таких колебаний лопастей обратно пропорциональна корню из массы лопасти, и может быть измерена встроенными пьезодатчиками. Инженеры предложили использовать этот эффект для измерения степени обледенения. Пусть лопасть с площадью поверхности  $128\text{ м}^2$  и массой 15 т покрыта каплями льда с указанными ранее параметрами. Оцените относительное изменение частоты собственных колебаний лопасти.

*Примечание:* величиной адгезии называют отношение силы, необходимой для отделения поверхностей друг от друга к площади соприкосновения. Величина адгезии измеряется в Паскалях,  $1\text{ Па} = 1\text{ Н/м}^2$ . Пример, адгезия 1 МПа означает, что для отрыва клея площадью  $1\text{ см}^2$  требуется усилие в 100 Н.

### Возможное решение

*Дано:*

$$V = 5 \cdot 10^{-8}\text{ м}^3$$

$$R = 1\text{ м}$$

$$f = 15\text{ с}^{-1}$$

$$\rho_{\text{л}} = 1000\text{ кг/м}^3$$

$$L = 100\text{ м}$$

$$S_l = 1\text{ м}^2$$

$$t_l = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$$

*Решение:*

1) Масса капли воды:  $m_{\text{к}} = \rho_{\text{в}} V = 5 \cdot 10^{-5}\text{ кг}$

Найдем площадь контакта воды с поверхностью:

$$V = \frac{2}{3} \pi r^3; S = \pi r^2, \text{ где } r \text{ – радиус капли (полусфера).}$$

$$S = \pi \left( \frac{3V}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} = \pi \left( \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} = 26 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2$$

Сила отрыва:  $F = m_{\text{к}} a = m_{\text{к}} \omega^2 R = 4\pi^2 m_{\text{к}} f^2 R$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

$t_2 = 0^\circ\text{C}$ $N = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2$ $c_в = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ $c_л = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ $\lambda = 340000 \text{ Дж}/\text{кг}$ $S_2 = 128 \text{ м}^2$ $m_{лоп} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ кг}$	<p>Адгезия льда к новому материалу: <math>A = \frac{4\pi^2 m_k f^2 R}{S} = \frac{4\pi^2 * 5 * 10^{-5} * 15^2 * 1}{26 * 10^{-6}} = 17 \text{ кПа}</math></p> <p>2) <math>A = \frac{4\pi^2 m_k f_1^2 L}{S} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{AS}{m_k L}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{17 * 10^3 * 26 * 10^{-6}}{5 * 10^{-5} * 100}} = 1,5 \text{ с}^{-1} = 90 \text{ об}/\text{мин}</math></p> <p>3) Масса льда: <math>M = NS_1 m_k</math>  <math>Q = c_л M(t_2 - t_1) + M\lambda = M(c_л(t_2 - t_1) + \lambda) = NS_1 m_k (c_л(t_2 - t_1) + \lambda) =</math>  <math>= 5 * 10^4 * 1 * 5 * 10^{-5} (2100 * 10 + 340000) = 9 * 10^5 \text{ Дж}</math></p> <p>4) Пусть <math>f_{соб}</math> – частота собственных колебаний лопасти, а <math>f'_{соб}</math> – частота собственных колебаний обледенелой лопасти.</p> $f_{соб} \sim \frac{1}{\sqrt{m_{лоп}}}; \quad f'_{соб} \sim \frac{1}{\sqrt{m_{лоп} + m_{лед}}}$ $\delta = \frac{f_{соб} - f'_{соб}}{f_{соб}} = 1 - \sqrt{\frac{m_{лоп}}{m_{лоп} + m_{лед}}} = 1 - \sqrt{\frac{m_{лоп}}{m_{лоп} + NS_2 m_k}} =$ $= 1 - \sqrt{\frac{1,5 * 10^4}{1,5 * 10^4 + 5 * 10^4 * 128 * 5 * 10^{-5}}} = 0,01$ <p>(частота колебаний лопасти уменьшилась на 1%)</p>
<p><b>Найти:</b></p> <p>1) <math>A</math> – ?</p> <p>2) <math>f_1</math> – ?</p> <p>3) <math>Q</math> – ?</p> <p>4) <math>\delta</math> – ?</p>	

**Критерии оценивания**

1. Определена адгезия льда к новому материалу  $A$  – 40 баллов
2. Определена частота вращения лопастей ветрогенератора  $f_1$  – 40 баллов
3. Определена энергия  $Q$  – 30 баллов
4. Оценено относительное изменение частоты собственных колебаний лопасти  $\delta$  – 40 баллов

**Задача 3**

Арктическая станция состоит из трех жилых модулей, расположенных на дрейфующей льдине, площадью  $50000 \text{ м}^2$ . Центр системы координат находится в центре масс льдины. Все модули находятся на одной оси  $x$ , проходящей через центр масс льдины. В ближайшее время на льдину хотят установить еще один жилой модуль (последний).

Напишите программу, которая определит координаты точки установки четвертого модуля, при которых центр масс всех четырех модулей будет находиться в центре льдины (не возникнет крен льдины), а также насколько увеличится глубина погружения подводной части льдины при установке четвертого модуля. Все величины задаются в системе СИ. Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

одинакова. Плотность морской воды  $\rho_B = 1025 \text{ кг/м}^3$ . Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) координата  $x_1$ , масса  $m_1$  первого модуля;
- 2) координата  $x_2$ , масса  $m_2$  второго модуля;
- 3) координата  $x_3$ , масса  $m_3$  третьего модуля;
- 4) масса  $m_4$  четвертого модуля.

Выходные данные:

- 1) координата  $x_4$  четвертого модуля;
- 2) увеличение глубины погружения подводной части льдины  $\Delta l$  при установке четвертого модуля.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$S = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2$$

$$\rho_B = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$x_1, x_2, x_3$

$m_1, m_2, m_3, m_4$

*Найти:*

1)  $x_4$  – ?

2)  $\Delta l$  – ?

*Решение:*

1) Чтобы при установке четвертого жилого модуля не возникал крен льдины, необходимо чтобы сумма моментов сил тяжести всех модулей относительно оси, проходящей через центр масс льдины, была равно 0:

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0$$

$$m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + m_3 g x_3 + m_4 g x_4 = 0$$

$$x_4 = - \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_4}$$

2) При установке четвертого жилого модуля льдина погрузится под воду на  $\Delta l$ , что приведет к приращению силы Архимеда на:

$$\rho_B g S \Delta l = m_4 g$$

$$\Delta l = \frac{m_4}{\rho_B S}$$

Реализация нахождения искомых величин на языке C++

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     double S=5E4, rv=1025;
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

```
6 double x1, x2, x3, m1, m2, m3, m4;  
7 cout << "x1, x2, x3:";  
8 cin >> x1 >> x2 >> x3;  
9 cout << "m1, m2, m3, m4:";  
10 cin >> m1 >> m2 >> m3 >> m4;  
11 double x4, l;  
12 x4 = - (x1 * m1 + x2 * m2 + x3 * m3) / m4;  
13 l = m4 / (rv * S) ;  
14 cout << "x4=" << x4 << endl << "l=" << l;  
15 return 0;  
16 }
```

**Критерии оценивания**

1. Получена координата  $x_4$  – 50 баллов
2. Получено изменение глубины подводной части льдины  $\Delta l$  – 50 баллов
3. Реализация программы – 50 баллов
4. Синтаксические ошибки до -5 баллов за каждую

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

**Вариант 2**

**Задача 1**

Одной из самых больших проблем в полярной науке является измерение толщины плавучего морского льда, покрывающего Северный Ледовитый океан. Сейчас такие измерения проводятся и с помощью спутников. Для измерения толщины льда необходимо измерить высоту поверхности льда над уровнем моря. Однако, особую проблему представляет случай, когда поверхность льда покрыта рыхлым снегом.

1. Поверхность льда покрыта слоем рыхлого снега со средней толщиной  $d_1 = 0,18$  м, а высота поверхности этого слоя снега над уровнем моря составляет  $h_1 = 0,42$  м. Определите общую толщину льда (без учета снега). Плотность снега  $\rho_c = 400$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_l = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность морской воды  $\rho_b = 1025$  кг/м<sup>3</sup>.
2. Определите за какое время луч лазера со спутника достигнет поверхности моря и вернется назад. Высота орбиты спутника 900 км.
3. Насколько изменится это время, если в поле зрения спутника окажется льдина, выступающая над водой на 0,30 м.
4. Мощность лазера на спутнике составляет 80 Вт. Луч лазера расходится, в данном случае можно считать его конусом с углом  $\alpha = 0,000005$  рад при вершине. Расстояние от спутника до поверхности льда – 900 км. При прохождении луча в атмосфере в одну сторону теряется 30% его энергии. Коэффициент отражения поверхности льда – 0,70. Считая отражение зеркальным, определите электрическую мощность сигнала на детекторе спутника. Диаметр фотоприемника 1 см, а эффективность преобразования энергии 0,20.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$h_1 = 0,42 \text{ м}$$

$$d_1 = 0,18 \text{ м}$$

$$R = 9 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$l = 0,30 \text{ м}$$

$$P = 80 \text{ Вт}$$

$$\alpha = 0,000005 \text{ рад}$$

$$n = 0,30$$

$$k_R = 0,70$$

*Решение:*

1) Поскольку льдина, покрытая снегом, плавает, сила тяжести равна по модулю силе Архимеда:  $m_l g + m_c g = F_A$ ,

$$m_l = \rho_l S L; m_c = \rho_c S d_1; F_A = \rho_b g S (L - h_1 + d_1)$$

$$\rho_l S L g + \rho_c S d_1 g = \rho_b g S (L - h_1 + d_1)$$

$$L = \frac{\rho_b (h_1 - d_1) + \rho_c d_1}{\rho_b - \rho_l} = \frac{1025(0,42 - 0,18) + 350 \cdot 0,18}{1025 - 900} = 2,5 \text{ м}$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

$d = 0,01 \text{ м}$ $\alpha_{\text{эф}} = 0,20$ $\rho_c = 350 \text{ кг/м}^3$ $\rho_b = 1025 \text{ кг/м}^3$ $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	<p>2) За время <math>t</math> луч лазера дважды проходит расстояние, равное высоте орбиты спутника <math>R</math>:</p> $t = \frac{2R}{c} = \frac{2 * 9 * 10^5}{3 * 10^8} = 6 \text{ мс}$ <p>3) Изменение времени <math>\Delta t</math> при попадании в поле зрения спутника льдины, выступающей над водой на <math>l</math>, составит:</p> $\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2 * 0,30}{3 * 10^8} = 2 \text{ нс}$ <p>4) В результате расхождения, к спутнику вернется луч диаметром <math>D = 2\alpha R</math>. При этом мощность, улавливаемая детектором <math>P_d</math> будет пропорциональна отношению площади окна фотоприемника к площади вернувшегося пучка:</p> $P_d = P * (1 - n)^2 * k_R * \alpha_{\text{эф}} * \frac{d^2}{(2\alpha R)^2} =$ $= 80 * (1 - 0,30)^2 * 0,70 * 0,20 * \frac{0,01^2}{(2 * 5 * 10^{-6} * 9 * 10^5)^2} = 6,8 \text{ мкВт}$
<p><b>Найти:</b></p> <p>1) <math>L</math> – ?</p> <p>2) <math>t</math> – ?</p> <p>3) <math>\Delta t</math> – ?</p> <p>4) <math>P_d</math> – ?</p>	

### Критерии оценивания

1. Найдена толщина льда  $L$  – 25 баллов
2. Определено время  $t$  – 25 баллов
3. Определено изменение времени  $\Delta t$  – 25 баллов
4. Найдена мощность сигнала на детекторе спутника  $P_d$  – 75 баллов

### Задача 2

Для исследования адгезии льда к новому материалу его образец поместили на внешней стороне барабана центрифуги с радиусом  $R = 1 \text{ м}$ . На образец предварительно были нанесены капли воды объемом  $0,05 \text{ мл}$ , которые приобрели полусферическую форму перед замерзанием. Барабан медленно раскручивают вокруг своей оси. При частоте вращения равной  $10 \text{ с}^{-1}$  капли льда стали отрываться.

1. Найти величину адгезии льда к новому материалу. Сопротивление воздуха и силы тяжести не учитывать, плотность воды  $\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$ .
2. Рассчитайте при какой частоте вращения (об/мин) лопастей ветрогенератора, изготовленных из нового материала, такая ледяная капля, находящаяся на конце лопасти на



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

расстоянии 120 метров от оси вращения оторвется под действием инерции. Считать, что площадь контакта капли с поверхностью и масса капли остаются неизменными.

3. Инженеры исследуют следующий способ борьбы с обледенением – предлагается кратковременно нагревать поверхность лопастей при помощи пропускания тока по проводящему покрытию. Определите какая энергия нужна, чтобы растопить лед при температуре  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  на площади  $S = 1\text{ м}^2$ , если поверхностная плотность капель составляет 7 шт на  $1\text{ см}^2$ . Потери тепла не учитывать, теплоемкостью самой лопасти пренебречь.

4. Лопасти ветрогенератора, сделанные из стеклопластика, обладают упругостью, и под воздействием ветровых нагрузок всегда колеблются в поперечном направлении (подобные колебания легко представить, если зажать один конец металлической линейки, а другой свободный конец слегка изогнуть и отпустить). Теория упругости показывает, что частота таких колебаний лопастей обратно пропорциональна корню из массы лопасти, и может быть измерена встроенными пьезодатчиками. Инженеры предложили использовать этот эффект для измерения степени обледенения. Пусть лопасть с площадью поверхности  $150\text{ м}^2$  и массой 20 т покрыта каплями льда с указанными ранее параметрами. Оцените относительное изменение частоты собственных колебаний лопасти.

*Примечание:* величиной адгезии называют отношение силы, необходимой для отделения поверхностей друг от друга к площади соприкосновения. Величина адгезии измеряется в Паскалях,  $1\text{ Па} = 1\text{ Н/м}^2$ . Пример, адгезия 1 МПа означает, что для отрыва клея площадью  $1\text{ см}^2$  требуется усилие в 100 Н.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$V = 5 \cdot 10^{-8}\text{ м}^3$$

$$R = 1\text{ м}$$

$$f = 10\text{ с}^{-1}$$

$$\rho_0 = 1000\text{ кг/м}^3$$

$$L = 120\text{ м}$$

$$S_l = 1\text{ м}^2$$

$$t_1 = -15\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$N = 7 \cdot 10^4\text{ м}^2$$

*Решение:*

1) Масса капли воды:  $m_k = \rho_0 V = 5 \cdot 10^{-5}\text{ кг}$

Найдем площадь контакта воды с поверхностью:

$$V = \frac{2}{3} \pi r^3; S = \pi r^2, \text{ где } r \text{ – радиус капли (полусфера).}$$

$$S = \pi \left( \frac{3V}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} = \pi \left( \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} = 26 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2$$

Сила отрыва:  $F = m_k a = m_k \omega^2 R = 4\pi^2 m_k f^2 R$

Адгезия льда к новому материалу:  $A = \frac{4\pi^2 m_k f^2 R}{S} = \frac{4\pi^2 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 \cdot 1}{26 \cdot 10^{-6}} = 7,6\text{ кПа}$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

$c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ $c_l = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ $\lambda = 340000 \text{ Дж}/\text{кг}$ $S_2 = 150 \text{ м}^2$ $m_{\text{лоп}} = 2 \cdot 10^4 \text{ кг}$	<p>2) <math>A = \frac{4\pi^2 m_k f_1^2 L}{s} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{AS}{m_k L}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{7,6 \cdot 10^3 \cdot 26 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-5} \cdot 120}} = 0,9 \text{ с}^{-1} = 55 \text{ об}/\text{мин}</math></p> <p>3) Масса льда: <math>M = NS_1 m_k</math>  <math>Q = c_l M(t_2 - t_1) + M\lambda = M(c_l(t_2 - t_1) + \lambda) = NS_1 m_k (c_l(t_2 - t_1) + \lambda) =</math>  <math>= 7 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} (2100 \cdot 15 + 340000) = 1,3 \text{ МДж}</math></p> <p>4) Пусть <math>f_{\text{соб}}</math> – частота собственных колебаний лопасти, а <math>f'_{\text{соб}}</math> – частота собственных колебаний обледенелой лопасти.</p> $f_{\text{соб}} \sim \frac{1}{\sqrt{m_{\text{лоп}}}}; f'_{\text{соб}} \sim \frac{1}{\sqrt{m_{\text{лоп}} + m_{\text{лед}}}}$ $\delta = \frac{f_{\text{соб}} - f'_{\text{соб}}}{f_{\text{соб}}} = 1 - \sqrt{\frac{m_{\text{лоп}}}{m_{\text{лоп}} + m_{\text{лед}}}} = 1 - \sqrt{\frac{m_{\text{лоп}}}{m_{\text{лоп}} + NS_2 m_k}} =$ $= 1 - \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^4 \cdot 150 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}} = 0,01$ <p>(частота колебаний лопасти уменьшилась на 1%)</p>
<p><b>Найти:</b></p> <p>1) <math>A</math> – ?</p> <p>2) <math>f_1</math> – ?</p> <p>3) <math>Q</math> – ?</p> <p>4) <math>\delta</math> – ?</p>	

**Критерии оценивания**

1. Определена адгезия льда к новому материалу  $A$  – 40 баллов
2. Определена частота вращения лопастей ветрогенератора  $f_1$  – 40 баллов
3. Определена энергия  $Q$  – 30 баллов
4. Оценено относительное изменение частоты собственных колебаний лопасти  $\delta$  – 40 баллов

**Задача 3**

Арктическая станция состоит из трех жилых модулей, расположенных на дрейфующей льдине, площадью  $10000 \text{ м}^2$ . Центр системы координат находится в центре масс льдины. Все модули находятся на одной оси  $x$ , проходящей через центр масс льдины. В ближайшее время на льдину хотят установить еще один жилой модуль (последний).

Напишите программу, которая определит координаты точки установки четвертого модуля, при которых центр масс всех четырех модулей будет находиться в центре льдины (не возникнет крен льдины), а также насколько уменьшится высота надводной части льдины при установке четвертого модуля. Все величины задаются в системе СИ. Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде одинакова.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

Плотность морской воды  $\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$ . Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) координата  $x_1$ , масса  $m_1$  первого модуля;
- 2) координата  $x_2$ , масса  $m_2$  второго модуля;
- 3) координата  $x_3$ , масса  $m_3$  третьего модуля;
- 4) масса  $m_4$  четвертого модуля.

Выходные данные:

- 1) координата  $x_4$  четвертого модуля;
- 2) увеличение глубины погружения подводной части льдины  $\Delta l$  при установке четвертого модуля.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$S = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2$$

$$\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$x_1, x_2, x_3$

$m_1, m_2, m_3, m_4$

*Найти:*

1)  $x_4$  - ?

2)  $\Delta l$  - ?

*Решение:*

1) Чтобы при установке четвертого жилого модуля не возникал крен льдины, необходимо чтобы сумма моментов сил тяжести всех модулей относительно оси, проходящей через центр масс льдины, была равно 0:

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0$$

$$m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + m_3 g x_3 + m_4 g x_4 = 0$$

$$x_4 = - \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_4}$$

2) При установке четвертого жилого модуля льдина погрузится под воду на  $\Delta l$ , что приведет к приращению силы Архимеда на:

$$\rho_v g S \Delta l = m_4 g$$

$$\Delta l = \frac{m_4}{\rho_v S}$$

Реализация нахождения искомых величин на языке C++

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     double S=1E4, rv=1025;
6     double x1, x2, x3, m1, m2, m3, m4;
7     cout << "x1, x2, x3:";
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

```
8   cin >> x1 >> x2 >> x3;
9   cout << "m1, m2, m3, m4:";
10  cin >> m1 >> m2 >> m3 >> m4;
11  double x4, l;
12  x4 = - (x1 * m1 + x2 * m2 + x3 * m3) / m4;
13  l = m4 / (rv * S) ;
14  cout << "x4=" << x4 << endl << "l=" << l;
15  return 0;
16 }
```

**Критерии оценивания**

1. Получена координата  $x_4$  – 50 баллов
2. Получено изменение глубины подводной части льдины  $\Delta l$  – 50 баллов
3. Реализация программы – 50 баллов
4. Синтаксические ошибки до -5 баллов за каждую