

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

9 класс

Вариант 1

Задача 1

В море свободно плавает плоская льдина площадью  $6 \text{ м}^2$ . Высота поверхности льда над уровнем моря составляет  $H = 0,33 \text{ м}$ . Поверхность льда покрыта слоем рыхлого снега со средней толщиной  $h = 0,25 \text{ м}$  и плотностью  $\rho_c = 350 \text{ кг/м}^3$ . Плотность морской воды составляет  $\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ .

1. Определите, какая толщина льда находится ниже уровня моря?
2. Сколько белых медведей массой  $m = 400 \text{ кг}$  каждый могут расположиться на этой льдине, чтобы высота поверхности льда над уровнем моря составляла не менее  $10 \text{ см}$ ?

Возможное решение

Дано:

$$S = 6 \text{ м}^2$$

$$H = 0,33 \text{ м}$$

$$h = 0,25 \text{ м}$$

$$l = 0,10 \text{ м}$$

$$m = 400 \text{ кг}$$

$$\rho_c = 350 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

Найти:

$$1) L - ?$$

$$2) N - ?$$

Решение:

1) Поскольку льдина, покрытая снегом, плавает, сила тяжести равна по модулю силе Архимеда:  $m_l g + m_c g = F_A$ , т. е.

$$m_l = \rho_l S(H + L); m_c = \rho_c S h; F_A = \rho_v g S L$$

$$\rho_l S(H + L)g + \rho_c S h g = \rho_v g S L$$

$$L = \frac{\rho_l H + \rho_c h}{\rho_v - \rho_l} = \frac{900 * 0,33 + 350 * 0,25}{1025 - 900} = 3 \text{ м}$$

2) Льдина погрузится под воду еще на  $\Delta x = H - l = 0,33 - 0,10 = 0,23 \text{ м}$ , что приведет к приращению силы Архимеда на  $\rho_v g S \Delta x = N_1 m g$ .

$$N_1 = \frac{\rho_v S \Delta x}{m} = \frac{1025 * 6 * 0,23}{400} = 3,54$$

$N$  – наибольшее целое такое, что  $N \leq N_1 \Rightarrow N=3$

Критерии оценивания

1. Найдена толщина льда  $L$  – 75 баллов
2. Определено число белых медведей  $N$  – 75 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

**Задача 2**

В лаборатории полярной станции проведен следующий эксперимент. В калориметр, содержащий горячую воду, поместили комочек снега, принесенный с улицы, и имеющий температуру  $t_1 = -60$  °С. После установления равновесия снег полностью растаял и превратился в воду, при некоторой температуре  $t_0$ . Далее в калориметр положили еще 7 комочков снега таких же по массе, как и первый. После установления равновесия в сосуде остался сухой снег, а температура снова была  $t_0$ . Найти начальную температуру воды. Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоемкость воды  $c_в = 4200$  Дж/(кг·°С), удельная теплоемкость льда (из кристаллов которого состоит снег)  $c_л = 2100$  Дж/(кг·°С), а его удельная теплота плавления  $\lambda = 340000$  Дж/кг.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$t_1 = -60 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$n = 7$$

$$c_в = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{}^\circ\text{C)}$$

$$c_л = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{}^\circ\text{C)}$$

$$\lambda = 340000 \text{ Дж/кг}$$

*Найти:*

$$t_2 = ?$$

*Решение:*

Поскольку  $t_0$  в первой части опыта это температура жидкости, а во второй – сухого снега, то  $t_0 = 0$  °С.

Пусть  $m_в$  – масса горячей воды,  $m_л$  – масса одного комочка снега, а  $t_2$  – начальная температура воды.

Уравнение теплового баланса для случая с одним комочком снега:

$$c_в m_в (t_0 - t_2) + c_л m_л (t_0 - t_1) + \lambda m_л = 0 \Rightarrow \frac{m_л}{m_в} = \frac{c_в (t_2 - t_0)}{c_л (t_0 - t_1) + L}$$

При добавлении еще  $n$  комочков:

$$n c_л m_л (t_0 - t_1) - \lambda (m_в + m_л) = 0 \Rightarrow \frac{m_л}{m_в} = \frac{L}{n c_л (t_0 - t_1) - L}$$

$$\frac{c_в (t_2 - t_0)}{c_л (t_0 - t_1) + L} = \frac{L}{n c_л (t_0 - t_1) - L}$$

$$t_2 = t_0 + \frac{L(c_л(t_0 - t_1) + L)}{c_в(nc_л(t_0 - t_1) - L)} = 0 + \frac{340000(2100 * 60 + 340000)}{4200(7 * 2100 * 60 - 340000)} = 69 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Критерии оценивания**

1. Показано, что температура в обоих случаях равна нулю – 25 баллов
2. Верно составлено уравнение теплового баланса для первого случая – 25 баллов
3. Верно составлено уравнение теплового баланса для второго случая – 25 баллов
4. Получена итоговая формула – 50 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

5. Получен верный численный ответ – 25 баллов

### Задача 3

Арктическая станция состоит из нескольких жилых модулей общей массой 200 т, расположенных на дрейфующей льдине, площадью  $10^5 \text{ м}^2$ . В настоящее время толщина льдины  $D_l$ . По соображениям безопасности, высота надводной части льдины должна быть не меньше 0,15 метра. Прогноз таяния льдины показывает, что через месяц ее площадь горизонтальной поверхности уменьшится на  $x$  процентов, при этом уменьшается и толщина льдины.

Напишите программу, которая определит:

1. Какой максимальной массы вертолет (в кг) может временно приземлиться на льдине в настоящее время.
2. При какой минимальной толщине льдины через месяц нахождение станции на ней все еще будет безопасным.

Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде одинакова. Плотность морской воды  $\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ . Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) толщина льдины  $D_l$ ;
- 2) прогноз уменьшения площади льдины  $(x)\%$ .

Выходные данные:

- 1) масса вертолета  $t_{\text{верт}}$ ;
- 2) минимальная толщина льдины  $D_{\text{min}}$ .

### Возможное решение

Дано:

$$M = 200 \text{ т}$$

$$S = 10^5 \text{ м}^2$$

$$h = 0,15 \text{ м}$$

Решение:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

$$\rho_b = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

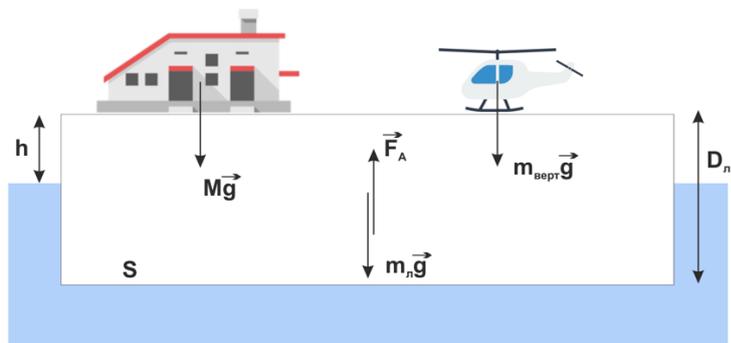
$D_l$

$(x)\%$

Найти:

1)  $m_{\text{верт}}$  – ?

2)  $D_{\text{min}}$  – ?



1) Для определения максимальной массы вертолета запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$Mg + m_{\text{верт}}g + m_l g = F_A$$

$$m_l = \rho_l D_l S; F_A = \rho_b g S (D_l - h)$$

$$m_{\text{верт}} = \rho_b S (D_l - h) - M - \rho_l D_l S$$

2) Ситуация через месяц. Для определения минимальной толщины льдины запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$Mg + m_l g = F_A$$

$$m_l = \rho_l D_{\text{min}} S \left(1 - \frac{x}{100}\right); F_A = \rho_b g S \left(1 - \frac{x}{100}\right) (D_{\text{min}} - h)$$

$$D_{\text{min}} = \frac{M + h \rho_b S \left(1 - \frac{x}{100}\right)}{S \left(1 - \frac{x}{100}\right) (\rho_b - \rho_l)}$$

Реализация нахождения искомых величин на языке C++

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     double S=1E5, M=2E5, h=0.15, rv=1025, rl=900;
6     double D1, x;
7     cout << "D1=";
8     cin >> D1;
9     cout << "x=";
10    cin >> x;
11    double m, Dmin;
12    m = rv * S * (D1 - h) - M - D1 * S * rl;
13    Dmin = (M + h * rv * S * (1 - x / 100)) / (S * (1 - x / 100) * (rv -
14    rl));
15
16    if (m>0)
17    {
18        cout << "m=" << m << endl << "Dmin=" << Dmin;
19    }
20    else

```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

```
21 {  
22     cout << "no solution" << endl << "Dmin=" << Dmin;  
23 }  
24  
25     return 0;  
26 }
```

**Критерии оценивания**

1. Получена формула для максимальной массы вертолета – 50 баллов
2. Получена формула для минимальной толщины льдины – 50 баллов
3. Реализация программы – 50 баллов
4. Синтаксические ошибки до -5 баллов за каждую

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

**Вариант 2**

**Задача 1**

В море свободно плавает плоская льдина площадью  $8 \text{ м}^2$ . Высота поверхности льда над уровнем моря составляет  $H = 0,28 \text{ м}$ . Поверхность льда покрыта слоем рыхлого снега со средней толщиной  $h = 0,22 \text{ м}$  и плотностью  $\rho_c = 300 \text{ кг/м}^3$ . Плотность морской воды составляет  $\rho_b = 1025 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ .

1. Определите, какая толщина льда находится ниже уровня моря?
2. Сколько моржей массой  $m = 800 \text{ кг}$  каждый могут расположиться на этой льдине, чтобы высота поверхности льда над уровнем моря составляла не менее  $10 \text{ см}$ ?

**Возможное решение**

*Дано:*

$$S = 12 \text{ м}^2$$

$$H = 0,28 \text{ м}$$

$$h = 0,22 \text{ м}$$

$$l = 0,10 \text{ м}$$

$$m = 800 \text{ кг}$$

$$\rho_c = 300 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_b = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

*Найти:*

1)  $L - ?$

2)  $N - ?$

*Решение:*

1) Поскольку льдина, покрытая снегом, плавает, сила тяжести равна по модулю силе Архимеда:  $m_l g + m_c g = F_A$ , т. е.

$$m_l = \rho_l S(H + L); m_c = \rho_c S h; F_A = \rho_b g S L$$

$$\rho_l S(H + L)g + \rho_c S h g = \rho_b g S L$$

$$L = \frac{\rho_l H + \rho_c h}{\rho_b - \rho_l} = \frac{900 * 0,28 + 300 * 0,22}{1025 - 900} = 2,5 \text{ м}$$

2) Льдина погрузится под воду на  $\Delta x = H - l = 0,28 - 0,10 = 0,18 \text{ м}$ , что приведет к приращению силы Архимеда на  $\rho_b g S \Delta x = N_1 m g$ .

$$N_1 = \frac{\rho_b S \Delta x}{m} = \frac{1025 * 12 * 0,18}{800} = 2,77$$

$N$  – наибольшее целое такое, что  $N \leq N_1 \Rightarrow N=2$

**Критерии оценивания**

1. Найдена толщина льда  $L$  – 75 баллов
2. Определено число моржей  $N$  – 75 баллов

**Задача 2**

В лаборатории полярной станции проведен следующий эксперимент. В калориметр, содержащий горячую воду, поместили комочек снега, принесенный с улицы, и имеющий температуру  $t_1 = -55 \text{ }^\circ\text{C}$ . После установления равновесия снег полностью растаял и превратился в воду, при некоторой температуре  $t_0$ . Далее в калориметр положили еще 9

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

комочков снега таких же по массе, как и первый. После установления равновесия в сосуде остался сухой снег, а температура снова была  $t_0$ . Найти начальную температуру воды. Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоемкость воды  $c_в = 4200$  Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость льда (из кристаллов которого состоит снег)  $c_л = 2100$  Дж/(кг·°C), а его удельная теплота плавления  $\lambda = 340$  кДж/кг.

**Возможное решение**

*Дано:*

$$t_1 = -55 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$n = 9$$

$$c_в = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$$

$$c_л = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$$

$$\lambda = 340000 \text{ Дж/кг}$$

*Найти:*

$$t_2 = ?$$

*Решение:*

Поскольку  $t_0$  в первой части опыта это температура жидкости, а во второй – сухого снега, то  $t_0 = 0$  °C.

Пусть  $m_в$  – масса горячей воды,  $m_л$  – масса одного комочка снега, а  $t_2$  – начальная температура воды.

Уравнение теплового баланса для случая с одним комочком снега:

$$c_в m_в (t_0 - t_2) + c_л m_л (t_0 - t_1) + \lambda m_л = 0 \Rightarrow \frac{m_л}{m_в} = \frac{c_в (t_2 - t_0)}{c_л (t_0 - t_1) + L}$$

При добавлении еще  $n$  комочков:

$$n c_л m_л (t_0 - t_1) - \lambda (m_в + m_л) = 0 \Rightarrow \frac{m_л}{m_в} = \frac{L}{n c_л (t_0 - t_1) - L}$$

$$\frac{c_в (t_2 - t_0)}{c_л (t_0 - t_1) + L} = \frac{L}{n c_л (t_0 - t_1) - L}$$

$$t_2 = t_0 + \frac{L(c_л(t_0 - t_1) + L)}{c_в(n c_л(t_0 - t_1) - L)} = 0 + \frac{340000(2100 * 55 + 340000)}{4200(9 * 2100 * 55 - 340000)} = 53 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Критерии оценивания**

1. Показано, что температура в обоих случаях равна нулю – 25 баллов
2. Верно составлено уравнение теплового баланса для первого случая – 25 баллов
3. Верно составлено уравнение теплового баланса для второго случая – 25 баллов
4. Получена итоговая формула – 50 баллов
5. Получен верный численный ответ – 25 баллов

**Задача 3**

Арктическая станция состоит из нескольких жилых модулей общей массой 100 т, расположенных на дрейфующей льдине, площадью  $15 \cdot 10^4$  м<sup>2</sup>. В настоящее время толщина

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

льдины  $D_l$ . По соображениям безопасности, высота надводной части льдины должна быть не меньше 0,22 метра. Прогноз таяния льдины показывает, что через месяц ее толщина уменьшится на  $x$  процентов, при этом уменьшается и площадь горизонтальной поверхности льдины.

Напишите программу, которая определит:

1. Какой максимальной массы вертолет (в кг) может временно приземлиться на льдине в настоящее время.
2. При какой минимальной площади льдины через месяц нахождение станции на ней все еще будет безопасным.

Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде одинакова. Плотность морской воды  $\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ . Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) толщина льдины  $D_l$ ;
- 2) прогноз уменьшения толщины льдины ( $x$ )%.

Выходные данные:

- 1) масса вертолета  $m_{\text{верт}}$ ;
- 2) минимальная площадь льдины  $S_{\text{min}}$ .

**Возможное решение**

Дано:

$$M = 100 \text{ т}$$

$$S = 15 \cdot 10^4 \text{ м}^2$$

$$h = 0,22 \text{ м}$$

$$\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

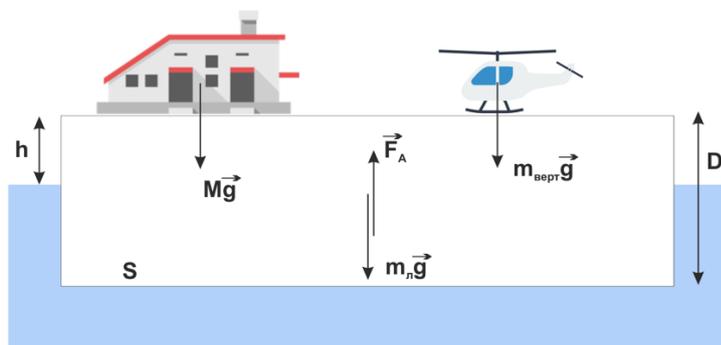
$$D_l$$

$$(x)\%$$

Найти:

$$1) m_{\text{верт}} - ?$$

Решение:



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

Междисциплинарные задачи

2)  $S_{min} - ?$

1) Для определения максимальной массы вертолета запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$Mg + m_{\text{верт}}g + m_{\text{л}}g = F_A$$

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} D_{\text{л}} S; F_A = \rho_{\text{в}} g S (D_{\text{л}} - h)$$

$$m_{\text{верт}} = \rho_{\text{в}} S (D_{\text{л}} - h) - M - \rho_{\text{л}} D_{\text{л}} S$$

2) Ситуация через месяц. Для определения минимальной площади льдины запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$Mg + m_{\text{л}}g = F_A$$

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} S_{\text{min}} D_{\text{л}} \left(1 - \frac{x}{100}\right); F_A = \rho_{\text{в}} g S_{\text{min}} \left(D_{\text{л}} \left(1 - \frac{x}{100}\right) - h\right)$$

$$S_{\text{min}} = \frac{M}{D_{\text{л}} \left(1 - \frac{x}{100}\right) (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) - \rho_{\text{в}} h}$$

Реализация нахождения искомых величин на языке C++

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     double S=15E4, M=1E5, h=0.22, rv=1025, rl=900;
6     double D1, x;
7     cout << "D1=";
8     cin >> D1;
9     cout << "x=";
10    cin >> x;
11    double m, Smin;
12    m = rv * S * (D1 - h) - M - D1 * S * rl;
13    Smin = M / (D1 * (1 - x / 100) * (rv - rl) - rv * h);
14    if (m>0)
15    {
16        cout << "m=" << m << endl;
17    }
18    else
19    {
20        cout << "no solution" << endl;
21    }
22    if (Smin>0)
23    {
24        cout << "Smin=" << Smin << endl;
25    }
26    else
27    {
28        cout << "no solution" << endl;
29    }
30
31    return 0;
32 }
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»  
Междисциплинарные задачи

---

**Критерии оценивания**

1. Получена формула для максимальной массы вертолета – 50 баллов
2. Получена формула для минимальной площади льдины – 50 баллов
3. Реализация программы – 50 баллов
4. Синтаксические ошибки до -5 баллов за каждую