

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

11 КЛАСС

Вариант 1

Задание 1

Рефрактометрия – метод определения содержания растворенного вещества в растворе по его коэффициенту преломления. Для определения концентрации глюкозы в растворе студент собрал установку (рисунок 1), состоящую из монохроматического источника света, сосуда с прямоугольным дном (кюветы) толщиной $a = 105$ мм и пренебрежимо малой толщиной стенок. В сосуд наливается исследуемый раствор, в нем происходит преломление луча источника света, и из геометрических соотношений определяется коэффициент преломления раствора. Далее используется заранее построенный градуировочный график зависимости коэффициента преломления раствора глюкозы от ее концентрации, выраженной в процентах от массы всего раствора (рисунок 2). Однако в лаборатории внезапно отключили отопление, и внутри была температура 10 °С, поэтому необходимо выполнить поправку при расчетах согласно формуле:

$$n_t = n_{20} + 0,0002 \cdot (20 - t),$$

где n_{20} – показатель преломления при температуре 20 °С, t – температура в °С, n_t – показатель преломления при t °С.

Студент провел измерения при угле падения луча в 30° . Оказалось, что луч вышел на расстоянии $d = 41$ мм от точки пересечения задней стенки кюветы и нормалью, восстановленной в точке падения луча. Определите, какова масса глюкозы содержится в 300 г исследованного студентом раствора. Ответ представьте в единицах измерения СИ.

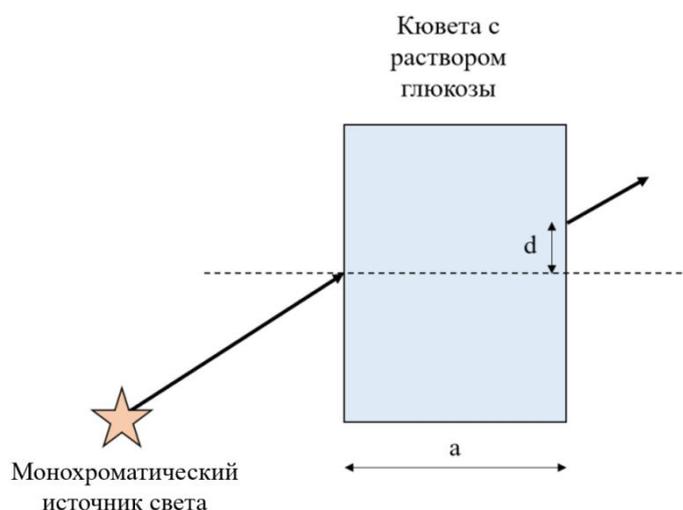


Рисунок 1 – Схема собранной установки для проведения рефрактометрического содержания глюкозы в растворе.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Зависимость коэффициента преломления водного раствора
глюкозы при температуре 20 °С от концентрации

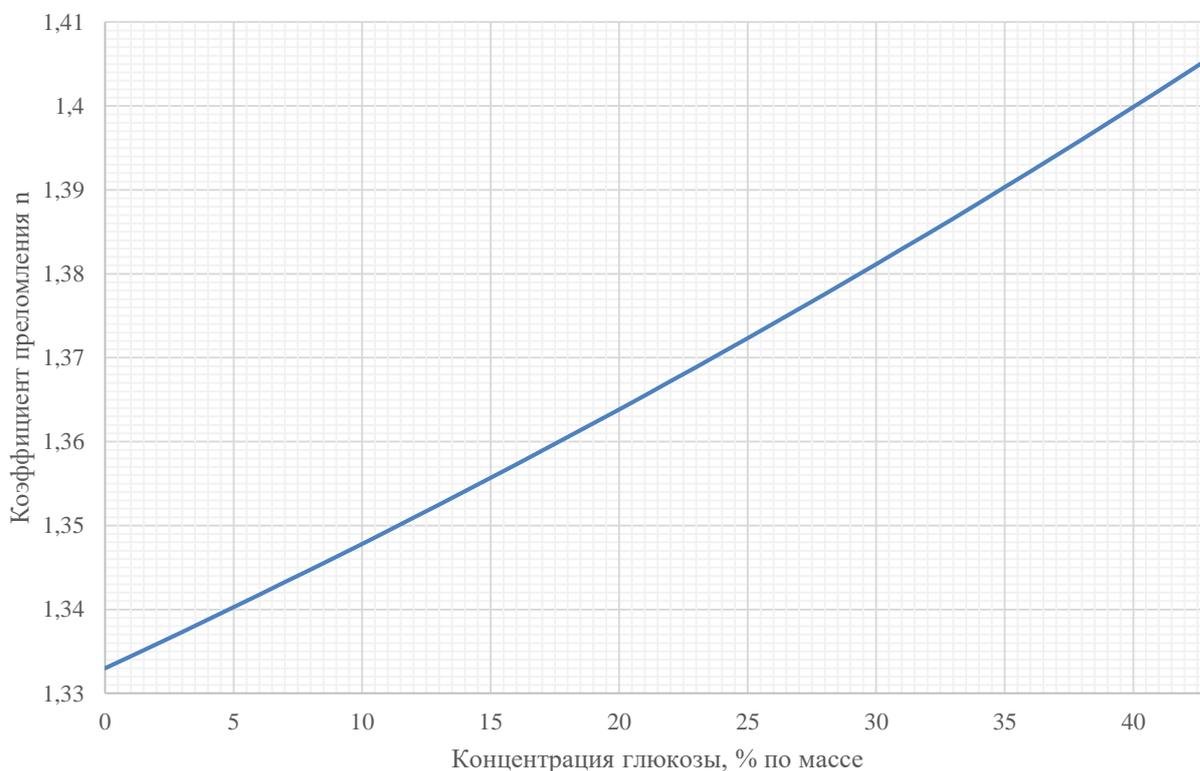


Рисунок 2 – Рефрактометрический градуировочный график для раствора
ГЛЮКОЗЫ.

Решение

- 1) (20 баллов) Определим синус угла преломления β из геометрических соображений:

$$\sin \beta = \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}}$$

- 2) (20 баллов) Из закона преломления следует

$$n_t = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 30^\circ \cdot \sqrt{a^2 + d^2}}{d}$$

- 3) (20 баллов) Отсюда находим, что коэффициент преломления для раствора $n_t = 1,3746\dots$
- 4) (20 баллов) График дает значение коэффициента преломления с точностью до тысячных, следовательно, округляем $n_t = 1,375$.
- 5) (20 баллов) Выполняем поправку, чтобы можно было воспользоваться градуировочным графиком
- $$n_{20} = n_t - 0,0002 \cdot (20 - 10) = 1,375 - 0,002 = 1,373$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

6) (20 баллов) По графику определяем, что коэффициенту преломления, равному 1,373, соответствует концентрация раствора в 25,5%.

7) (20 баллов) Т.к. концентрация приведена в процентах по массе, то масса растворенной глюкозы равна

$$m_{\text{глюкозы}} = \frac{m_{\text{раствора}} \cdot 25,5\%}{100\%} = \frac{300\text{г} \cdot 25,5\%}{100\%} = 76,5 \text{ г}$$

8) (10 баллов) Т.к. в условии просят привести ответ в размерности СИ, то переводим ответ в кг: $76,5 \text{ г} = 0,0765 \text{ кг}$.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Задание 2

Когда организм синтезирует белки, ему необходимо декодировать нуклеотидный код в последовательность аминокислот. Эта последовательность зашифрована в ДНК посредством четырех нуклеотидов – аденина (А), тимина (Т), гуанина (Г) и цитозина (Ц). Каждой тройке последовательных нуклеотидов (кодону) соответствует определенная аминокислота по следующим правилам:

Первое Основание	Второе основание				Третье основание
	Т	Ц	А	Г	
Т	Фенилаланин Фенилаланин Лейцин Лейцин	Серин Серин Серин Серин	Тирозин Тирозин - -	Цистеин Цистеин - Триптофан	Т Ц А Г
Ц	Лейцин Лейцин Лейцин Лейцин	Пролин Пролин Пролин Пролин	Гистидин Гистидин Глутамин Глутамин	Аргинин Аргинин Аргинин Аргинин	Т Ц А Г
А	Изолейцин Изолейцин Изолейцин Метионин	Треонин Треонин Треонин Треонин	Аспарагин Аспаригин Лизин Лизин	Серин Серин Аргинин Аргинин	Т Ц А Г
Г	Валин Валин Валин Валин	Аланин Аланин Аланин Аланин	Аспарагиновая кислота Аспарагиновая кислота Глутаминовая кислота Глутаминовая кислота	Глицин Глицин Глицин Глицин	Т Ц А Г

Как правило, в случае кодирования белков эти последовательности довольно длинные. Например, белки опсины, содержащиеся в

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

человеческих колбочках и отвечающие за правильное распознавание цвета, содержат более 300 аминокислотных остатков.

Часть этой последовательности для синего опсина выглядит как:

... Глутамин –Серин –Фенилаланин–Цистеин –Валин– Цистеин ...

Приведите пример последовательности гена, которая ему соответствует. Сколько разных таких последовательностей возможно?

Известно, что мутация гена таким образом, что вместо глутамина будет закодирован аргинин, может привести к редкой форме дальтонизма, при которой нельзя отличить синий цвет от желтого (тританопия). Рассчитайте вероятность такой мутации в случае приведенной вами последовательности, если в ней мутируют (то есть заменяются на другие) ровно два основания.

Решение:

- 1) (по 10 баллов за триплет) Пример такой последовательности – ЦАА-ТЦЦ-ТТТ-ТГТ-ГТТ-ТГТ;
- 2) (60 баллов) Для вычисления общего возможного числа последовательностей надо перемножить число возможных триплетов для каждой аминокислоты последовательности:
 $2 \times 6 \times 2 \times 2 \times 4 \times 2 = 384$.
- 3) (30 баллов) Любая мутация третьего основания в триплете, кодирующем глутамин, приведет к его замене на аргинин. Таким образом, вероятность такой мутации равна $1/18$ в случае одной мутации и $1 - \frac{17}{18} \times \frac{16}{17} = \frac{1}{9}$.

Задание 3

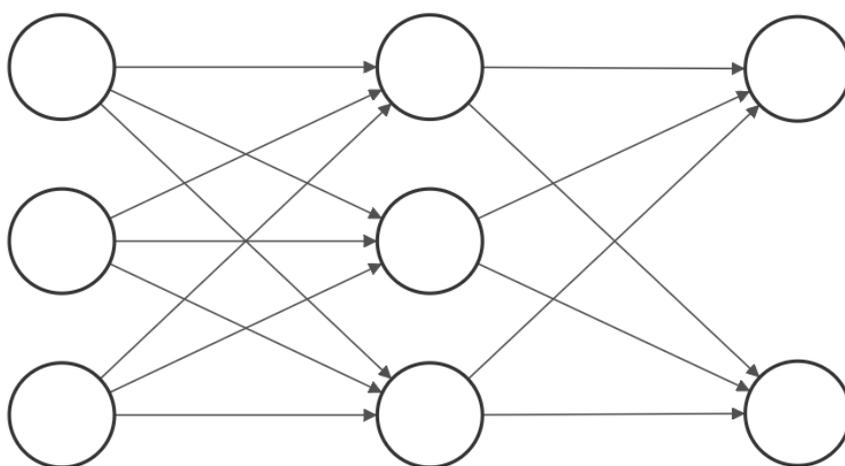
В последнее время для всё большего количества задач классификации и распознавания используются нейросети. Их история началась с того, что в середине прошлого века была предложена математическая модель работы мозга и обработки им информации, получившая название перцептрона. Схема этой модели представлена на рисунке. В этой модели существуют нейроны, поделенные на слои (отображены вертикально), соединенные между собой синапсами – связями, передающими сигнал с определенным

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

весом (то есть множителем) w_{ij} , где i – номер нейрона в предыдущем слое, а j – номер нейрона в следующем слое. Первый слой называется входящим, последний – выходным, а слои между ними – скрытыми. Чтобы получить общий входящий сигнал на нейрон S_j , нужно сложить поступающие на него сигналы от нейронов предыдущего слоя с учетом весов соединяющих их связей:

$$S_j = \sum_i S_i w_{ij}$$

Выходной сигнал нейрона определяется его функцией активации.



Известно, что функция активации нейронов изображенной выше нейросети выглядит как

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0,5 \\ 0,5, & \text{если } x \geq 0,5. \end{cases}$$

Веса связей между входным и скрытым слоями распределены как $w_{11}=0,2$, $w_{12}=0,3$, $w_{13}=0,9$, $w_{21}=0,1$, $w_{22}=0,7$, $w_{23}=0,1$, $w_{31}=0,2$, $w_{32}=0,4$, $w_{33}=0,8$. Веса связей между скрытым и выходным слоями равны 0,4.

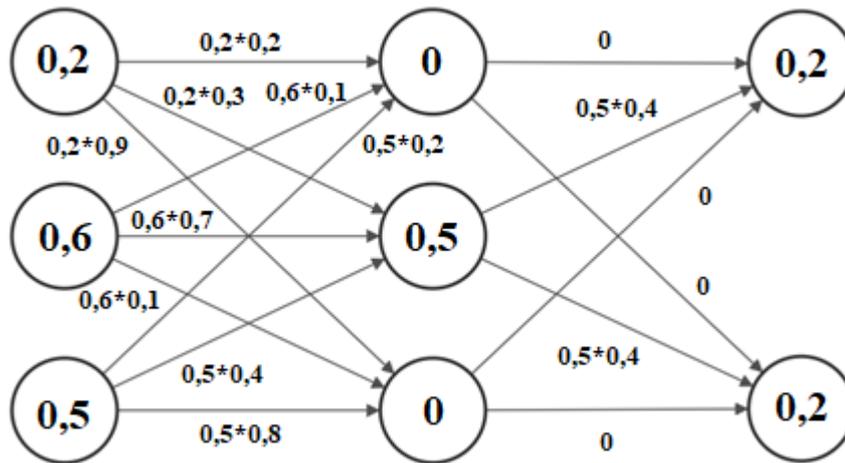
Определите величину сигнала на выходных нейронах, если на входные нейроны поданы сигналы величиной 0,2, 0,6 и 0,5. Для решения каких задач можно было бы использовать эту нейросеть?

Решение:

Входные сигналы нужно перемножить на соответствующие веса связей между нейронами и просуммировать для получения сигналов, поступающих на нейроны. Для скрытого слоя нейронов нужно сравнить

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

величину входящего сигнала с критерием функции активации для получения выходного сигнала. Сигналы, проходящие через нейросеть, показаны на рисунке.



- 1) (50 баллов) Написаны значения входных сигналов скрытого слоя нейронов,
- 2) (30 баллов) Написаны выходные сигналы скрытого слоя нейронов,
- 3) (50 баллов) Написаны сигналы выходных нейронов,
- 4) (20 баллов) Предложены схемы использования нейросети.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

11 КЛАСС

Вариант 2

Задание 1

Рефрактометрия – метод определения содержания растворенного вещества в растворе по его коэффициенту преломления. Для определения концентрации глюкозы в растворе студент собрал установку (рисунок 1), состоящую из монохроматического источника света, сосуда с прямоугольным дном (кюветы) толщиной $a=65$ мм и пренебрежимо малой толщиной стенок. В сосуд наливается исследуемый раствор, в нем происходит преломление луча источника света, и из геометрических соотношений определяется коэффициент преломления раствора. Далее используется заранее построенный градуировочный график зависимости коэффициента преломления раствора глюкозы от ее концентрации, выраженной в процентах от массы всего раствора (рисунок 2). Однако в лаборатории внезапно отключили отопление, и внутри была температура 10 °С, поэтому необходимо выполнить поправку при расчетах согласно формуле:

$$n_t = n_{20} + 0,0002 \cdot (20 - t),$$

Где n_{20} – показатель преломления при температуре 20 °С, t – температура в °С, n_t – показатель преломления при t °С.

Студент провел измерения при следующих условиях: угол падения луча – 30° . Оказалось, что луч вышел на расстоянии $d = 25$ мм от точки пересечения задней стенки кюветы и нормалью, восстановленной в точке падения луча. Определите, какова масса глюкозы содержится в 300 г исследованного студентом раствора. Ответ представьте в единицах измерения СИ.

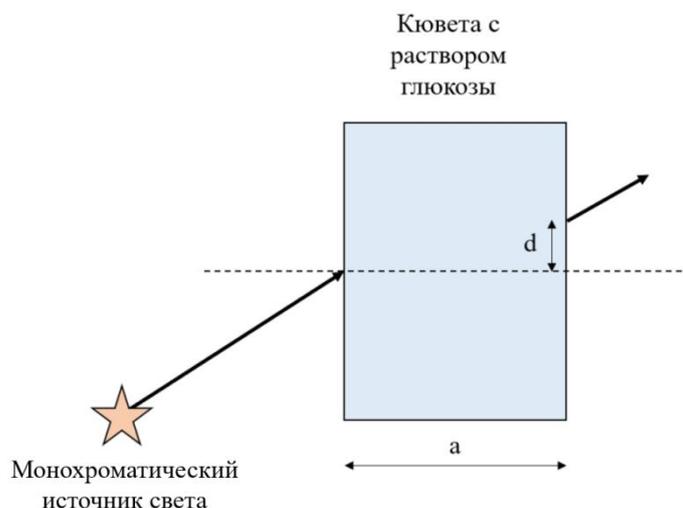


Рисунок 1 – Схема собранной установки для проведения рефрактометрического содержания глюкозы в растворе.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Зависимость коэффициента преломления водного раствора
глюкозы при температуре 20 °С от концентрации

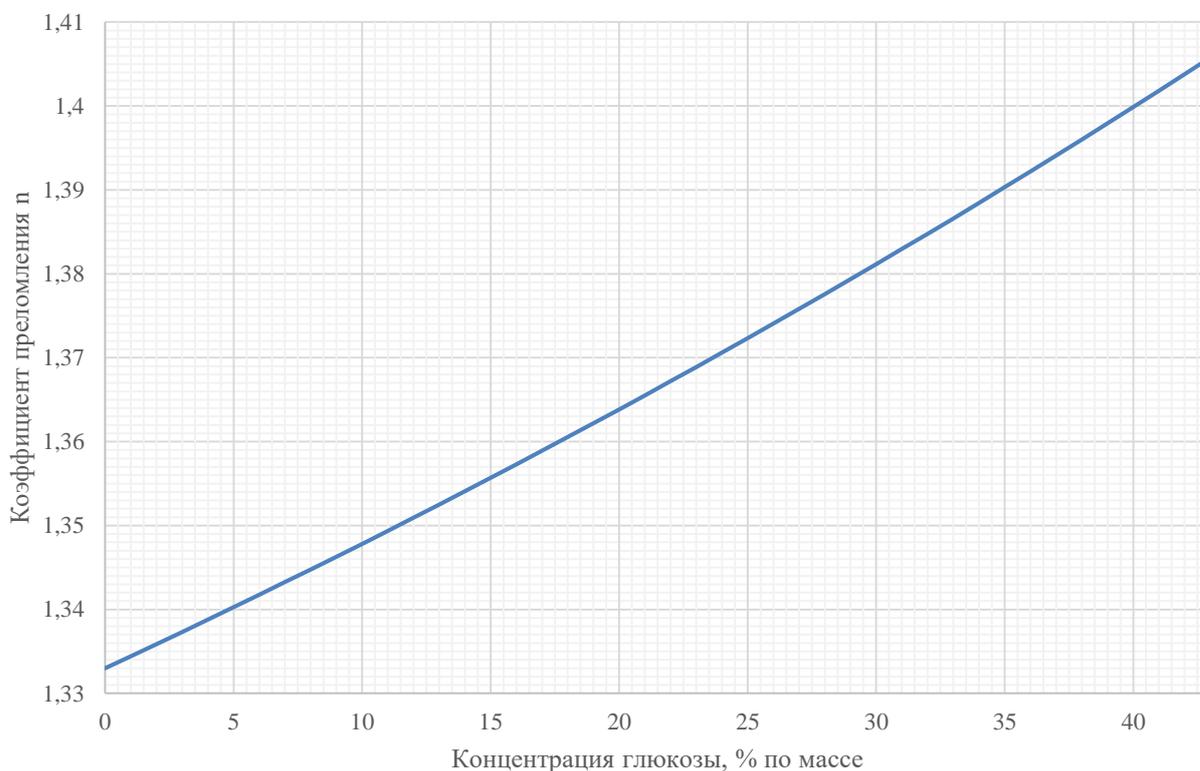


Рисунок 2 – Рефрактометрический градуировочный график для раствора
ГЛЮКОЗЫ.

Решение

- 1) (20 баллов) Определим синус угла преломления β из геометрических соображений:

$$\sin \beta = \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}}$$

- 2) (20 баллов) Из закона преломления следует

$$n_t = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 30^\circ \cdot \sqrt{a^2 + d^2}}{d}$$

- 3) (20 баллов) Отсюда находим, что коэффициент преломления для раствора $n=1,3927\dots$
- 4) (20 баллов) График дает значение коэффициента преломления с точностью до тысячных, следовательно, округляем $n=1,393$.
- 5) (20 баллов) Выполняем поправку, чтобы можно было воспользоваться градуировочным графиком
- $$n_{20} = n_t - 0,0002 \cdot (20 - 10) = 1,393 - 0,002 = 1,391$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

6) (20 баллов) По графику определяем, что коэффициенту преломления, равному 1,391, соответствует концентрация раствора в 35,5%.

7) (20 баллов) Т.к. концентрация приведена в % по массе, то масса растворенной глюкозы равна

$$m_{\text{глюкозы}} = \frac{m_{\text{раствора}} \cdot 35,5\%}{100\%} = \frac{300\text{г} \cdot 35,5\%}{100\%} = 106,5\text{г}$$

8) (10 баллов) Т.к. в условии просят привести ответ в размерности СИ, то переводим ответ в кг: 106,5 г=0,1065 кг.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Задание 2

Когда организм синтезирует белки, ему необходимо декодировать нуклеотидный код в последовательность аминокислот. Эта последовательность зашифрована в ДНК посредством четырех нуклеотидов – аденина (А), тимина (Т), гуанина (Г) и цитозина (Ц). Каждой тройке последовательных нуклеотидов (кодону) соответствует определенная аминокислота по следующим правилам:

Первое основание	Второе основание				Третье основание
	Т	Ц	А	Г	
Т	Фенилаланин Фенилаланин Лейцин Лейцин	Серин Серин Серин Серин	Тирозин Тирозин - -	Цистеин Цистеин - Триптофан	Т Ц А Г
Ц	Лейцин Лейцин Лейцин Лейцин	Пролин Пролин Пролин Пролин	Гистидин Гистидин Глутамин Глутамин	Аргинин Аргинин Аргинин Аргинин	Т Ц А Г
А	Изолейцин Изолейцин Изолейцин Метионин	Треонин Треонин Треонин Треонин	Аспарагин Аспаригин Лизин Лизин	Серин Серин Аргинин Аргинин	Т Ц А Г
Г	Валин Валин Валин Валин	Аланин Аланин Аланин Аланин	Аспарагиновая кислота Аспарагиновая кислота Глутаминовая кислота Глутаминовая кислота	Глицин Глицин Глицин Глицин	Т Ц А Г

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Как правило, в случае кодирования белков эти последовательности довольно длинные. Например, белки опсины, содержащиеся в человеческих колбочках и отвечающие за правильное распознавание цвета, содержат более 300 аминокислотных остатков.

Часть этой последовательности для синего опсина выглядит как:

... Валин – Метионин – Валин – Глутамин – Серин – Фенилаланин ...

Приведите пример последовательности гена, которая ему соответствует. Сколько разных таких последовательностей возможно?

Известно, что мутация гена таким образом, что вместо глутамина будет закодирован аргинин, может привести к редкой форме дальтонизма, при которой нельзя отличить синий цвет от желтого (тристанопия). Рассчитайте вероятность такой мутации в случае приведенной вами последовательности, если в ней мутируют (то есть заменяются на другие) ровно два основания.

Решение:

- 1) (по 10 баллов за триплет) Пример такой последовательности – ГТТ-АТГ-ГТТ-ЦАА-ТЦЦ-ТТТ;
- 2) (60 баллов) Для вычисления общего возможного числа последовательностей надо перемножить число возможных триплетов для каждой аминокислоты последовательности:
 $4 \times 1 \times 4 \times 4 \times 6 \times 2 = 768$.
- 3) (30 баллов) Любая мутация третьего основания в триплете, кодирующем глутамин, приведет к его замене на аргинин. Таким образом, вероятность такой мутации равна $1/18$ в случае одной мутации и $1 - \frac{17}{18} \times \frac{16}{17} = \frac{1}{9}$.

Задание 3

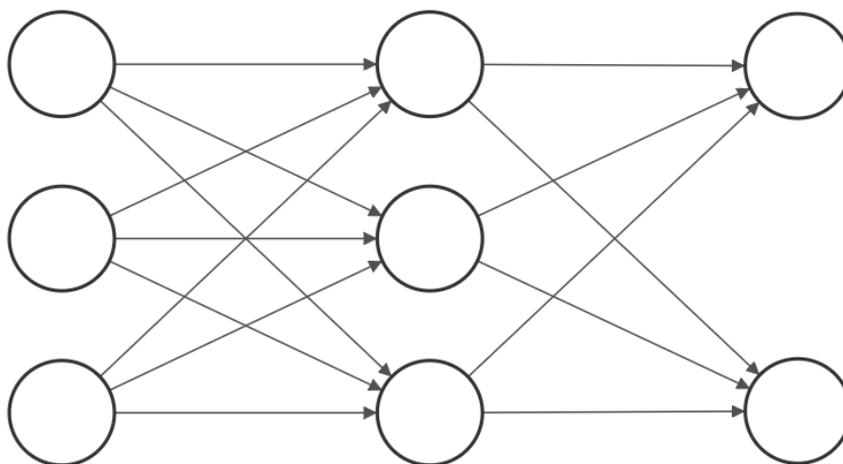
В последнее время для всё большего количества задач классификации и распознавания используются нейросети. Их история началась с того, что в середине прошлого века была предложена математическая модель работы мозга и обработки им информации, получившая название перцептрона. Схема этой модели представлена на рисунке. В этой модели существуют нейроны, поделенные на слои (отображены вертикально), соединенные

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

между собой синапсами – связями, передающими сигнал с определенным весом (то есть множителем) w_{ij} , где i – номер нейрона в предыдущем слое, а j – номер нейрона в следующем слое. Первый слой называется входящим, последний – выходным, а слои между ними – скрытыми. Чтобы получить общий входящий сигнал на нейрон S_j , нужно сложить поступающие на него сигналы от нейронов предыдущего слоя с учетом весов соединяющих их связей:

$$S_j = \sum_i S_i w_{ij}$$

Выходной сигнал нейрона определяется его функцией активации.



Известно, что функция активации нейронов изображенной выше нейросети выглядит как

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0,5 \\ 0,5, & \text{если } x \leq 0,5. \end{cases}$$

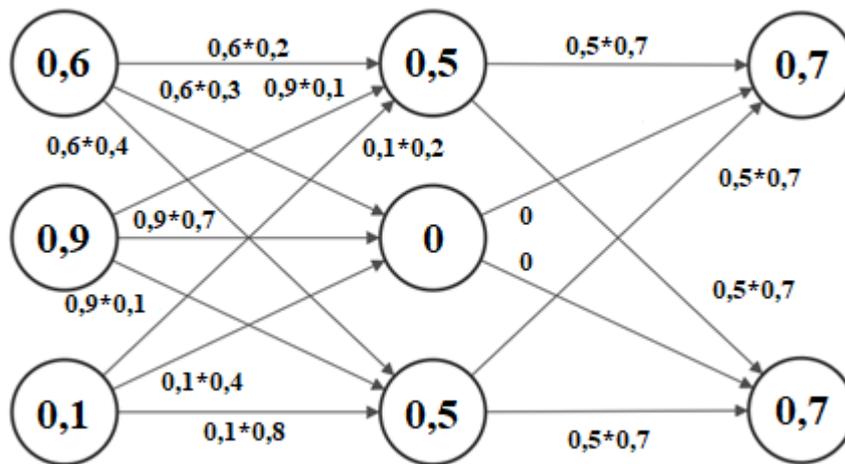
Веса связей между входным и скрытым слоями распределены как $w_{11}=0,2$, $w_{12}=0,3$, $w_{13}=0,4$, $w_{21}=0,1$, $w_{22}=0,7$, $w_{23}=0,1$, $w_{31}=0,2$, $w_{32}=0,4$, $w_{33}=0,8$. Веса связей между скрытым и выходным слоями равны 0,7.

Определите величину сигнала на выходных нейронах, если на входные нейроны поданы сигналы величиной 0,6, 0,9 и 0,1. Для решения каких задач можно было бы использовать эту нейросеть?

Решение:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

Входные сигналы нужно перемножить на соответствующие веса связей между нейронами и просуммировать для получения сигналов, поступающих на нейроны. Для скрытого слоя нейронов нужно сравнить величину входящего сигнала с критерием функции активации для получения выходного сигнала. Сигналы, проходящие через нейросеть, показаны на рисунке.



- 1) (50 баллов) Написаны значения входных сигналов скрытого слоя нейронов,
- 2) (30 баллов) Написаны выходные сигналы скрытого слоя нейронов,
- 3) (50 баллов) Написаны сигналы выходных нейронов,
- 4) (20 баллов) Предложены схемы использования нейросети.