

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

11 класс

Вариант 1

Задача 1

Навигационный спутник с массой $m = 100$ кг движется вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h = 400$ км над поверхностью. В какой-то момент из-за столкновения со скоплением космического мусора вектор скорости спутника поворачивается на угол $\alpha = 0,001$ рад в плоскости перпендикулярной направлению на центр Земли. При этом работоспособность спутника сохраняется.

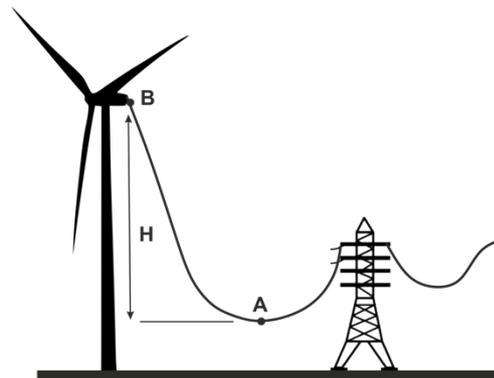
1. Найдите период обращения спутника. Радиус Земли считать равным 6400 км, ускорение свободного падения 10 м/с^2 .
2. Считая, что антенны спутника позволяют передавать и принимать сигнал на Землю в направлениях, составляющих угол не более чем $\chi = 30^\circ$ к вертикали, оцените площадь поверхности, на которой возможен прием сигнала спутника в конкретный момент времени.
3. Оцените приблизительно площадь полосы поверхности Земли, в которой возможен прием сигнала спутника в разные моменты периода его обращения.
4. Оцените в течение какого максимального промежутка времени возможен прием сигнала спутника в точке, находящейся под орбитой спутника в течение одного пролета спутника.
5. Для того, чтобы вернуть вектору скорости прежнее направление спутника после столкновения было решено использовать ионный двигатель. Двигатель выпускает ионы ксенона со скоростью равной 120 км/с. Определите минимальную массу ксенона, которую нужно использовать для этого маневра.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Задача 2

В арктических широтах, особенно вблизи моря, обледенение опасно для воздушных линий электропередач, поскольку намерзание льда может приводить к обрыву проводов. Рассмотрим один из проводов, соединяющих ветрогенератор с опорой ЛЭП (см. рис.).

Длина участка АВ составляет 120 м, а разность высот точек А и В равна $H = 100$ м. Провод изготовлен из сплетения алюминиевых и стальных жил (алюминий для электропроводности, сталь для прочности), которые имеют суммарные площади сечения – 400 мм^2 и 64 мм^2 соответственно. Провод представляет собой цилиндрический трос с радиусом 14 мм. Прочность алюминия на разрыв составляет 80 МПа, стали – 800 МПа. Плотности $\rho_a = 2700 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ ускорение свободного падения 10 м/с^2 .



1. Рассчитайте массу одного метра такого провода.
2. Рассчитайте силу, необходимую для разрыва провода.
3. В какой точке сила натяжения провода максимальна?
4. Какова максимальная сила натяжения провода?
5. В неблагоприятных условиях провод покрывается равномерным слоем льда. В условиях мокрого снега и тумана толщина этого слоя может значительно превосходить диаметр провода. Определите допустимую толщину этого слоя льда. При этом с учетом сложности ремонта и воздействия других факторов (ветер, колебания), требуется, чтобы запас прочности был двадцатикратным.

Примечание: намерзший лед не повышает прочность провода на разрыв, а только увеличивает его массу.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Задача 3

Арктическая станция состоит из трех жилых модулей, расположенных на прямоугольной льдине с размерами $a = 400$ м на $b = 200$ м. Центр системы координат находится в центре льдины, ось X параллельна длинной стороне, ось Y параллельна короткой стороне льдины. В ближайшее время на льдину хотят установить еще один жилой модуль (последний).

Напишите программу, которая определит координаты точки установки четвертого модуля, при которых центр масс всех четырех модулей будет находиться в центре льдины (не возникнет крен льдины), а также общую длину провода, необходимого для соединения четвертого модуля с каждым жилым модулем, уже находящимся на льдине. По соображениям безопасности четвертый модуль не должен находиться на расстоянии, меньше, чем 50 м от края льдины. Все величины задаются в системе СИ. Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде одинакова. Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) координата x_1 , координата y_1 , масса m_1 первого модуля;
- 2) координата x_2 , координата y_2 , масса m_2 второго модуля;
- 3) координата x_3 , координата y_3 , масса m_3 третьего модуля;
- 4) масса m_4 четвертого модуля.

Выходные данные:

- 1) координата x_4 , координата y_4 четвертого модуля (выводятся только если такое положение возможно).
- 2) длина провода L .

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Вариант 2

Задача 1

Навигационный спутник с массой $m = 150$ кг движется вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h = 300$ км над поверхностью. В какой-то момент из-за столкновения со скоплением космического мусора вектор скорости спутника поворачивается на угол $\alpha = 0,005$ рад в плоскости перпендикулярной направлению на центр Земли. При этом работоспособность спутника сохраняется.

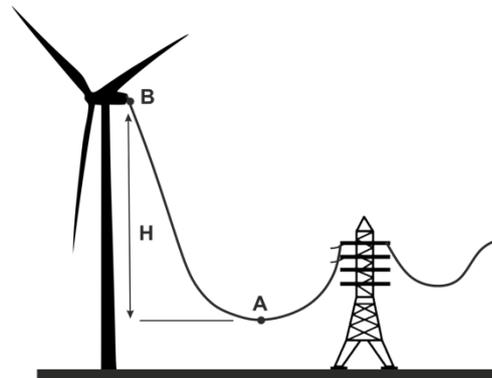
1. Найдите период обращения спутника. Радиус Земли считать равным 6400 км, ускорение свободного падения 10 м/с^2 .
2. Считая, что антенны спутника позволяют передавать и принимать сигнал на Землю в направлениях, составляющих угол не более чем $\chi = 45^\circ$ к вертикали, оцените площадь поверхности, на которой возможен прием сигнала спутника в конкретный момент времени.
3. Оцените приблизительно площадь полосы поверхности Земли, в которой возможен прием сигнала спутника в разные моменты периода его обращения.
4. Оцените в течение какого максимального промежутка времени возможен прием сигнала спутника в точке, находящейся под орбитой спутника в течение одного пролета спутника.
5. Для того, чтобы вернуть вектору скорости прежнее направление спутника после столкновения было решено использовать ионный двигатель. Двигатель выпускает ионы криптона со скоростью равной 100 км/с . Определите минимальную массу криптона, которую нужно использовать для этого маневра.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Задача 2

В арктических широтах, особенно вблизи моря, обледенение опасно для воздушных линий электропередач, поскольку намерзание льда может приводить к обрыву проводов. Рассмотрим один из проводов, соединяющих ветрогенератор с опорой ЛЭП (см. рис.).

Длина участка АВ составляет 100 м, а разность высот точек А и В равна $H = 80$ м. Провод изготовлен из сплетения алюминиевых и стальных жил (алюминий для электропроводности, сталь для прочности), которые имеют суммарные площади сечения – 200 мм^2 и 50 мм^2 соответственно. Провод представляет собой цилиндрический трос с радиусом 10 мм.



Прочность алюминия на разрыв составляет 80 МПа, стали – 800 МПа. Плотности $\rho_a = 2700 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ ускорение свободного падения 10 м/с^2 .

1. Рассчитайте массу одного метра такого провода.
2. Рассчитайте силу, необходимую для разрыва провода.
3. В какой точке сила натяжения провода максимальна?
4. Какова максимальная сила натяжения провода?
5. В неблагоприятных условиях провод покрывается равномерным слоем льда. В условиях мокрого снега и тумана толщина этого слоя может значительно превосходить диаметр провода. Определите допустимую толщину этого слоя льда. При этом с учетом сложности ремонта и воздействия других факторов (ветер, колебания), требуется, чтобы запас прочности был двадцатикратным.

Примечание: намерзший лед не повышает прочность провода на разрыв, а только увеличивает его массу.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
профиль «Арктика»
Междисциплинарные задачи

Задача 3

Арктическая станция состоит из трех жилых модулей, расположенных на прямоугольной льдине с размерами $a = 600$ м на $b = 400$ м. Центр системы координат находится в центре льдины, ось X параллельна длинной стороне, ось Y параллельна короткой стороне льдины. В ближайшее время на льдину хотят установить еще один жилой модуль (последний).

Напишите программу, которая определит координаты точки установки четвертого модуля, при которых центр масс всех четырех модулей будет находиться в центре льдины (не возникнет крен льдины), а также общую длину провода, необходимого для соединения четвертого модуля с каждым жилым модулем, уже находящимся на льдине. По соображениям безопасности четвертый модуль не должен находиться на расстоянии, меньше, чем 100 м от края льдины. Все величины задаются в системе СИ. Считайте, что льдина имеет плоские верхнюю и нижнюю поверхности, а ее толщина везде одинакова. Перед кодом программы обязательно опишите алгоритм и приведите вывод используемых формул для нахождения искомых величин.

Входные данные:

- 1) координата x_1 , координата y_1 , масса m_1 первого модуля;
- 2) координата x_2 , координата y_2 , масса m_2 второго модуля;
- 3) координата x_3 , координата y_3 , масса m_3 третьего модуля;
- 4) масса m_4 четвертого модуля.

Выходные данные:

- 1) координата x_4 , координата y_4 четвертого модуля (выводятся только если такое положение возможно).
- 2) длина провода L .