

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР  
11 класс**

---

**Задание 1.1**

Назовем билетик «удачным», если сумма цифр шестизначного номера кратна 13. В этот раз Вася приобрел два «удачных» билетика, идущих подряд, то есть их номера отличаются на один. Найдите номера этих билетиков, если известно, что номер одного из билетов состоит только из 4 и 9, причём известно, что первая цифра – 4, а последняя – 9, а номер другого билетика состоит только из 4, 5 и трёх 0. В ответ запишите наибольший номер из двух.

**Задание 1.2**

Назовем билетик «удачным», если сумма цифр шестизначного номера кратна 13. В этот раз Вася приобрел два «удачных» билетика, идущих подряд, то есть их номера отличаются на один. Найдите номера этих билетиков, если известно, что номер одного из билетов состоит только из 4 и 9, причём известно, что первая цифра – 4, а последняя – 9, а номер другого билетика состоит только из 4, 5 и трёх 0. В ответ запишите наименьший номер из двух.

**Задание 2.1**

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ . Найдите угол  $A$ , если известно, что  $AD=DC$  и что  $AC=2AB$ ?

**Задание 2.2**

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ . Найдите угол  $C$ , если известно, что  $AD=DC$  и что  $AC=2AB$ ?

**Задание 3.1**

На новогодней гирлянде 100 электрических огоньков. Гирлянда имеет несколько режимов. Сначала светятся все огоньки, если нажать кнопку, гаснет каждый второй огонек, при следующем нажатии кнопки переключаются каждый третий огонек (светился – отключается, не светился – начинает светиться), затем нажимают кнопку, происходит переключение каждого четвёртого огонька, затем каждого пятого и т.д. Найдите вероятность, что через сто нажатий, случайный огонек горит.

**Задание 3.2**

На новогодней гирлянде 100 электрических огоньков. Гирлянда имеет несколько режимов. Сначала светятся все огоньки, если нажать кнопку, гаснет каждый второй огонек, при следующем нажатии кнопки переключаются каждый третий огонек (светился – отключается, не светился – начинает светиться), затем нажимают кнопку, происходит

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР  
11 класс**

---

переключение каждого четвёртого огонька, затем каждого пятого и т.д. Найдите вероятность, что через сто нажатий, случайный огонек не горит.

**Задание 4.1**

Найдите  $x_1$  - корень уравнения  $1 - \sin x = \cos 2x$ , принадлежащий отрезку  $\left[-\frac{13\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}\right]$ . В ответ запишите значение  $\cos x_1 + \sin x_1$ .

**Задание 4.2**

Найдите  $x_1$  - корень уравнения  $1 - \sin x = \cos 2x$ , принадлежащий отрезку  $\left[-\frac{13\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}\right]$ . В ответ запишите значение  $2 \cos x_1$ .

**Задание 5.1**

По разные стороны от центра шара проведены два параллельных сечения, расстояние между сечениями 12 см,  $S_1=S_2=16\pi$  см<sup>2</sup>. Известно, что в шаре есть сферическая полость радиусом  $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$  см, центры шара и полости совпадают. Найдите отношение объёма шарового слоя без объёма полости к объёму полости.

**Задание 5.2**

По разные стороны от центра шара проведены два параллельных сечения, расстояние между сечениями 6 см,  $S_1=S_2=25\pi$  см<sup>2</sup>. Известно, что в шаре есть сферическая полость радиусом  $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$  см, центры шара и полости совпадают. Найдите отношение объёма шарового слоя без объёма полости к объёму полости.

**Задание 6.1**

Рассмотрите только те трёхзначные числа, которые НЕ оканчиваются двумя нулями и ответьте на вопросы.

Найдите пример трёхзначного числа больше 700, но меньше 900, которое в 90 раз больше суммы его цифр.

Какое наибольшее натуральное число можно получить при делении трёхзначного числа на сумму его цифр?

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
МАТЕМАТИКА. ОТБОРОЧНЫЙ ТУР  
11 класс**

---

**Задание 6.2**

Рассмотрите только те трёхзначные числа, которые НЕ оканчиваются двумя нулями и ответьте на вопросы.

Найдите пример трёхзначного числа больше 600, но меньше 900, которое в 90 раз больше суммы его цифр.

Найдите максимальное трёхзначное число, которое при делении на сумму своих цифр даст 91.