

Задача 1. Синий + жёлтый = зелёный

В последние годы всё больше сделок совершается при помощи интернет-платформ, а точнее – на электронных торговых площадках или маркетплейсах (далее ЭТП). ЭТП – это торговая площадка, продающая товары и услуги различных продавцов через интернет. ЭТП выступают посредниками между продавцами и покупателями, не имея собственной продукции. В данной задаче рассмотрим такое взаимодействие и возможные сложности, с которыми может столкнуться антимонопольная политика по отношению к ЭТП.

Представим, что существует 200 потребителей, желающих купить игрушки. Каждый потребитель готов приобрести до трёх различных игрушек, но не более того количества, которое продаётся на одной ЭТП, так как потребители не желают регистрироваться на двух ЭТП одновременно. Первая половина потребителей совершает покупки только на ЭТП «Жёлтый» и готова заплатить за каждую игрушку не более 6 единиц, вторая половина – на ЭТП «Синий», готова заплатить за каждую игрушку не более 7 единиц.

Существует три продавца, каждый из которых производит уникальные игрушки. Первые производят игрушки с постоянными средними издержками равными 1, вторые – с постоянными средними издержками равными 2, и третьи – с постоянными средними издержками равными 3. При этом первые два производителя, со средними издержками 1 и 2, продают свои товары только на ЭТП «Жёлтый», а третий – на ЭТП «Синий». Таким образом, потребителям ЭТП «Жёлтый» доступны максимум два вида различных игрушек, а потребителям ЭТП «Синий» – максимум один вид.

ЭТП несёт издержки только на выплаты продавцам и стремится максимизировать свою прибыль. Сначала каждый ЭТП устанавливает цену для продавца – P_s и цену для потребителя – P_d . Цена P_d – это та цена, которую потребитель будет платить за каждую игрушку, а P_s – та цена, которую получит каждый производитель за свою игрушку. Далее потребители принимают решение о покупке товара, а производители – о его продаже. Потребители покупают товар, если их готовность заплатить за товар больше или равна P_d , а производители продать, если их средние издержки меньше или равны P_s . После этого каждый потребитель покупает все товары, которые он готов купить и которые ему готовы продать.

Например, если «Жёлтый» установит $P_d = 6$ и $P_s = 2$, то все потребители будут готовы купить товар, и все производители будут готовы его продать. Тогда каждый потребитель купит две игрушки – у первого и второго производителей – и заплатит за каждую по 6 единиц, в то время как каждый производитель получит за свой товар по 2 денежные единицы. Так как каждый из 100 потребителей покупает по 2 товара, то общее количество сделок на платформе составит $100 \cdot 2 = 200$, а прибыль ЭТП составит $200 \cdot (6 - 2) = 800$ денежных единиц.

А) (5 баллов) Найдите оптимальные цены P_d и P_s для каждого из двух ЭТП, а также их максимальную прибыль.

Б) (15 баллов) Представим, что два ЭТП объединились, и теперь это один большой ЭТП – «Зелёный». Теперь все 200 потребителей и все производители продают товары исключительно на этом ЭТП. Найдите оптимальные цены P_d и P_s , а также максимальную прибыль ЭТП «Зелёный».

В) (10 баллов) Благосостояние каждого потребителя можно оценить как разницу между его готовностью платить и P_d , а благосостояние каждого производителя – как разницу между P_s и их средними издержками, а благосостояние ЭТП – как их прибыль. Найдите суммарное благосостояние всех агентов и сравните, когда оно оказалось больше – в пункте (А) или (Б).

Г) (10 баллов) Объясните, за счёт какого явления, обычно отсутствующего на рынках, изменяется в результате слияния ЭТП благосостояние общества в целом. Как это соотносится со стандартной антимонопольной политикой в отношении контроля сделок слияния и поглощения?

Решение и критерии проверки – на следующих страницах.

Решение задания 1.

Лемма:

P_d и P_s в оптимуме могут быть равны только максимальной готовности потребителей платить (6 или 7) и средним издержкам фирм (1, 2 или 3) соответственно.

Доказательство:

Предположим, что $P_d < 6$, тогда увеличив P_d до 6 все те же потребители будут покупать товар, но заплатят большую цену, то есть прибыль увеличится. Противоречие, P_d не может быть меньше 6.

Предположим, что $6 < P_d < 7$, тогда увеличив P_d до 7 все те же потребители будут покупать товар, но заплатят большую цену, то есть прибыль увеличится. Противоречие, P_d не может быть одновременно больше 6 и меньше 7.

Предположим, что $P_d > 7$, тогда ни один потребитель не купит товар, и прибыль фирмы будет равна нулю. Если существуют наборы цен, при которых прибыль больше нуля, то такая цена не является оптимальной.

Аналогичное рассуждение применимо к значению P_s .

А) Здесь и далее будут обозначаться наборы цен P_d и P_s , как $(P_d; P_s)$. Заметим, что исходя из леммы для ЭТП «Жёлтый» необходимо рассмотреть случаи $(6; 2)$ и $(6; 1)$, а для ЭТП «Синий» из леммы следует, что оптимум достигается при $(7; 3)$. Составим таблицу прибылей, где N – количество покупок, которое вычисляется как $N = n_{\text{потребителей}} \times n_{\text{производителей}}$, где $n_{\text{потребителей}}$ – количество потребителей, готовых приобрести товар при данном P_d , и $n_{\text{производителей}}$ – количество производителей, готовых продать товар при данном P_s , и π – прибыль фирмы, которую можно вычислить как $\pi = (P_d - P_s) \cdot N$.

| ЭТП | P_d | P_s | N | π |
|----------|-------|-------|-----|-------|
| «Жёлтый» | 6 | 2 | 200 | 800 |
| «Жёлтый» | 6 | 1 | 100 | 500 |
| «Синий» | 7 | 3 | 100 | 400 |

Из таблицы следует ответ: оптимальные цены для «Жёлтый» $P_d = 6$ и $P_s = 2$, при этом прибыль равна 800; оптимальные цены для «Синий» $P_d = 7$ и $P_s = 3$, при этом прибыль равна 400.

Б) По аналогии с пунктом (а) составим таблицу для ЭТП «Зелёный»:

| P_d | P_s | N | π |
|-------|-------|-----|-------|
| 6 | 1 | 200 | 1000 |
| 6 | 2 | 400 | 1600 |
| 6 | 3 | 600 | 1800 |
| 7 | 1 | 100 | 600 |
| 7 | 2 | 200 | 1000 |
| 7 | 3 | 300 | 1200 |

Из таблицы следует ответ: оптимальные цены для «Жёлтый» $P_d = 6$ и $P_s = 3$, при этом прибыль равна 1800.

В) Для пункта а:

Благосостояние всех потребителей равно нулю, так как они платят свою максимальную цену. Благосостояние производителей, торгующих на ЭТП «Синий», равно нулю, так как они продают по цене своих средних издержек. Аналогично, благосостояние производителей, торгующих на ЭТП «Жёлтый» и имеющих средние издержки, равные 2, также равно нулю. Благосостояние производителей, имеющих средние издержки равные 1, равно $(2 - 1) \cdot 100 = 100$. Зная прибыли ЭТП, получим, что суммарное благосостояние составляет $TS_a = 100 + 800 + 400 = 1300$.

Для пункта б:

Благосостояние потребителей составляет: $(6 - 6) \cdot 300 + (7 - 6) \cdot 300 = 300$.

Благосостояние производителей составляет: $(3 - 3) \cdot 200 + (3 - 2) \cdot 200 + (3 - 1) \cdot 200 = 600$.

Благосостояние ЭТП: 1800

Суммарное благосостояние для пункта $TS_b = 300 + 600 + 1800 = 2700 > TS_a$.

Г) На этом рынке возникает перекрестный сетевой эффект: по мере увеличения числа производителей на электронных торговых платформах (ЭТП), общая польза для потребителей растёт благодаря расширению ассортимента товаров. Это также приводит к росту прибыли производителей за счёт увеличения числа покупателей.

Такие рынки регулировать сложнее в рамках стандартной (ограничивающей концентрацию рынка) антимонопольной политики, поскольку в данном случае увеличение концентрации в результате слияния (поглощения) ЭТП способствовало увеличению суммарного благосостояния. В моделях без внешних эффектов (в том числе сетевых) слияние (поглощение) означает рост монопольной власти на рынке, следовательно, означает падение благосостояния общества в целом.

Критерии проверки:

А)

За верное перечисления всех случаев – 1 балл;

За подсчёт прибыли в каждом из трёх случаев – по 1 баллу (итого 3 балла);

За верный ответ – 1 балл.

Б)

За верное перечисления всех случаев – 2 балла;

За подсчёт прибыли в каждом из шести случаев – по 2 балла (итого 12 баллов);

За верный ответ – 1 балл.

В)

За верный подсчёт благосостояния в пункте «А» – 4 балла, из которых по 1 баллу за каждого из трёх типов агентов и 1 балл за суммарное благосостояния;

За верный подсчёт благосостояния в пункте «Б» – 4 балла, из которых по 1 баллу за каждого из трёх типов агентов и 1 балл за суммарное благосостояния;

За верный вывод об увеличении TS – 2 балла.

Г)

За верное *описание* перекрестного сетевого эффекта – 6 баллов;

За верное *описание* эффекта на антимонопольную политику – 4 балла.

Штрафы:

Арифметические ошибки не влияющие на ответ штрафуются в 2 балла, далее работа проверяется с учётом ошибки;

Арифметические ошибки влияющие на ответ в пунктах (А)-(В) штрафуются в 4 балла, далее работа проверяется с учётом ошибки.

Задача 2. Дизайн с интеллектом

Небольшая студия дизайна «Б. Унтин» производит дизайнерские проекты упаковки по заказу крупных торговых сетей. Технология производства дизайнерских проектов на студии «Б. Унтин» описывается функцией $Q = \min(\sqrt{N}; \sqrt{L})$, где Q – готовых проектов, N – число часов работы компьютеров, а L – число часов работы дизайнеров. Ноутбуки студия арендует у крупного издательства, платя за час аренды 10 рублей, а дизайнеров нанимает на интернет-бирже, платя им по 20 рублей за час работы. Готовые дизайнерские проекты торговые сети покупают по цене 120 рублей за проект.

А) (10 баллов) На какое оптимальное число часов арендует компьютеры и наймёт дизайнеров студия «Б. Унтин»?

Б) (5 баллов) Являются ли компьютеры и дизайнеры ресурсами-заменителями или ресурсами-дополнителями для студии?

В) (15 баллов) Прочитав про успешное внедрение в дизайне искусственного интеллекта, руководитель студии решил применить его в своей работе. Крупная дизайнерская компания «Т. Абаков» может подключить студию к своей сети искусственного интеллекта за фиксированную абонентскую плату. В этом случае такое же количество дизайнерских проектов студия «Б. Унтин» сможет выполнить, используя вчетверо меньше часов работы дизайнеров при таком же объёме использования компьютеров, как и до внедрения искусственного интеллекта. Какую максимальную абонентскую плату будет готова заплатить студия за подключение к сети компании «Т. Абаков»?

Г) (10 баллов) Как повлияло внедрение искусственного интеллекта на объём времени аренды компьютеров и объём найма труда? Дайте качественное (экономически содержательное) объяснение такой взаимосвязи.

А) $\sqrt{N} = \sqrt{L}$ в оптимуме, в противном случае фирма будет увеличивать издержки, не меняя выручки (4 балла)

Прибыль = $120 * \sqrt{L} - w * L - R * L \rightarrow \max$ по L (2 балла за поиск оптимума и 2 балла за рассуждение эквивалентное проверке условия второго порядка)

ЭПВВН по $\sqrt{L} \rightarrow \sqrt{L} = 120/2/(w+R)$

$L = \frac{3600}{(w+R)^2}$ (спрос на труд) $N = \frac{3600}{(w+R)^2}$ (спрос на ноутбуки)

При $w = 20$ и $R = 10$ $N = L = 4$ (2 балла)

Б) Для ответа на этот вопрос следует найти функции спроса и определить знак перекрёстного эффекта (см. решение п. А)).

Вывод функции спроса: по 3 балла за спрос, если указано, что ресурсы-дополнители, ещё 2 балла

В) Прибыль без введения равна 120 ден.ед. (2 балла)

$Q_{\text{нов}} = \min(\sqrt{N}; \sqrt{4 * L}) = \min(\sqrt{N}; 2 * \sqrt{L})$ (4 балла за такую же или аналогичную запись)

Оптимум при том же принципе

Прибыль = $240 * \sqrt{L} - w * L - R * 4 * L \rightarrow \max$ по L

$$L = \frac{14400}{(w+4*R)^2} \text{ (спрос на труд)} \quad N = \frac{57600}{(w+4*R)^2} \text{ (спрос на ноутбуки)}$$

Прибыль после внедрения равна = 240 – абонен. плата (6 баллов)

Ответ: 120 ден. ед.

Г) Воспользуемся спросами из п. В)

При $w = 20$ и $R = 10$ $N = 16$ (1 балл) $L = 4$ (1 балл)

Используемые часы работы ноутбуков выросли, а труда нет! (1 балл за вывод)

Внедрение искусственного интеллекта интуитивно должно было бы сократить спрос на труд, поскольку новая технология более экономичная в использовании труда. Однако более экономичная технология даёт и возможность увеличения выпуска при тех же общих издержках, чем фирма и воспользовалась. Однако рост отдачи был скомпенсирован тем, что ноутбуки являются совершенным дополнителем для труда в условиях данной технологии, а для них роста производительности не произошло. Другими словами, для данной технологии внедрение искусственного интеллекта повысило эластичность спроса на труд по арендной плате за ноутбук (5 баллов)

Увеличение используемых часов работы ноутбуков обусловлено ростом производительности совершенно дополняющего их труда (2 балла)

Комментарий. Если расчёт каких-либо значений приводился в решении более ранних пунктов задания и отсылка к ним содержится по тексту решения, то ставится полный балл для нахождения этих значений, как если бы решение приводилось в соответствующем пункте.

Задача 3. Привести к общему знаменателю

Две страны (А и Б) торгуют только друг с другом двумя товарами (Х и У). В таблице ниже представлены спросы и предложения в этих странах для этих товаров. ВАЖНО! В таблице цены для страны А измерены в местной валюте – в куницах, а для страны Б – в соболях. Например, при цене 10 куниц в стране А потребители будут готовы купить 14 ед. товара Х или 6 ед. У, при цене 6 соболей в стране Б потребители будут готовы купить 2 ед. товара Х или 10 ед. товара У. Для производителей аналогичная ситуация.

| | Спрос в стране А | Предложение в стране А | Спрос в стране Б | Предложение в стране Б |
|---|------------------|------------------------|------------------|------------------------|
| Х | $Q_d = 24 - P_x$ | $Q_s = P_x$ | $Q_d = 8 - P_x$ | $Q_s = P_x$ |
| У | $Q_d = 16 - P_y$ | $Q_s = P_y$ | $Q_d = 16 - P_y$ | $Q_s = P_y$ |

Примите за Е такой курс валюты, который показывает, сколько куниц дают за 1 соболя. Никаких операций между странами кроме торговли нет.

А) (10 баллов) Найдите значение Е, если между странами нет иных операций, кроме торговли Х и У.

Б) (15 баллов) Страна А решила ввести ради поддержки отечественного производства пошлину на импортируемый товар в виде процента от цены, по которой ввозят этот товар. В результате цена этого же товара выросла в стране А на 10%. Найдите, как изменятся Е и чему будут равны ИПЦ и реальный ВВП для страны А (за базовый возьмите период до введения импортной пошлины).

В) (10 баллов) Дайте качественное (содержательное) объяснение тому, как для страны А на реальный ВВП, ИПЦ и импорт товара повлияло то, что курс был плавающим, а не фиксированным. Какую политику на валютном рынке должен был бы проводить ЦБ страны А для удержания курса соболя? В этом пункте оценивается не количественное, а именно качественное объяснение. Расчёты факультативны.

Г) (5 баллов) Выполняется ли в условиях п. А) и п. Б) гипотеза паритета покупательной способности?

А) Равновесие на рынке Х: $24 - P_x * E + 8 - P_x = P_x + P_x * E$ (P_x в соболях) (2 балла)

Равновесие на рынке У: $16 - P_y * E + 16 - P_y = E * P_y + P_y$ (P_y в соболях) (1 балл)

Равновесие на валютном рынке: стоимость импорта Х (или У) = стоимость экспорта У/Х

$(24 - P_x * E - P_x * E) * P_x = (P_y * E - (16 - P_y * E)) * P_y$ (обе части уравнения в соболях) ИЛИ

$(P_x - (8 - P_x)) * P_x = (16 - P_y - P_y) * P_y$ (обе части уравнения в соболях) (4 балла)

$$24 - P_x * E + 8 - P_x = P_x + P_x * E \quad 32 = 2 * P_x * (E + 1)$$

$$16 - P_y * E + 16 - P_y = E * P_y + P_y \quad 32 = 2 * P_y * (E + 1)$$

$$(24 - P_x - P_x) * P_x = (P_y - (16 - P_y)) * P_y \quad (24 - 2 * P_x) * P_x = (2 * P_y - 16) * P_y$$

$$P_y = P_x \text{ и } 24 - 2 * P_x = 2 * P_y - 16$$

$$P_y = P_x = 6 \text{ (в соболях)}$$

$$E = 5/3 \text{ (3 балла за нахождение E)}$$

Комментарии. Если какое-либо равновесие записано с обратными знаками с обеих сторон уравнения, то ставится полный балл за выписывание равновесий. Если только с одной стороны уравнения, то 0 баллов за нахождение соответствующего равновесия.

Если вместо E получен на самом деле $1/E$, то -3 балла за нахождение E для п. А).

За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл, если значение валютного курса получилось равным числу, строго большему 1 и строго меньшему 2. В противном случае -3 балла за нахождение E для п. А).

Б) Найдём значения переменных до введения пошлины

$P_y = P_x = 6$ (в соболях) $\rightarrow P_y = P_x = 10$ (в куницах) (1 балл)

$Q_{dx} - Q_{sx} = 24 - P_x - P_x = 14 - 10 = 4$ ед. X (импорт будет по товару X) (1 балл за импорт и 1 балл за величины спроса и предложения товара X)

$Q_{sy} = 10$ $Q_{dy} = 6$ (1 балл)

Пусть ϕ – это ставка импортной пошлины

Тогда раз импортировался X в страну А, то P_x (в куницах) $= (1+\phi) \cdot P_x \cdot E = 11$ (1 балл)

Равновесие на рынке X:

$24 - (1+\phi) \cdot P_x \cdot E + 8 - P_x = (1+\phi) \cdot E \cdot P_x + P_x$ (P_x в куницах) (1 балл)

Равновесие на рынке Y:

$16 - P_y \cdot E + 16 - P_y = E \cdot P_y + P_y$ (P_y в куницах) (1 балл)

Равновесие на валютном рынке:

$(24 - (1+\phi) \cdot 2 \cdot P_x \cdot E) \cdot P_x = (P_y \cdot E - (16 - P_y \cdot E)) \cdot P_y$ (обе части уравнения в куницах) ИЛИ

$(P_x - (8 - P_x)) \cdot P_x = (16 - P_y - P_y) \cdot P_y$ (обе части уравнения в куницах) (1 балл)

Тогда $E = 1,1868$ (2 балла) $\phi = 85\%$ P_y (в куницах) $= 8,683375$

ИПЦ $= 206,10/200 = 1,0305$ (2 балла) $pВВП = 196,8$ (2 балла)

Импорт новый = 2 ед. товара X (1 балл)

В) Введение импортной пошлины -> цена импортного товара растёт, падение импорта -> падение спроса на валюту страны Б -> укрепление курса куницы -> импорт в страну А в пересчёте на куницы и экспорт из страны А в пересчёте на соболи дорожают не так сильно за счёт укрепления курса (4 балла за полностью верные цепочки). Таким образом, плавающий валютный курс не даёт ИПЦ вырасти сильнее, чем при фиксированном валютном курсе (2 балла за вывод). Влияние на реал. ВВП не так однозначно, поскольку с одной стороны сильнее растёт отечественное производство импортируемого товара (1 балл за вывод), с другой стороны, сильнее снижается экспорт второго товара (1 балл за вывод).

Для поддержания валютного курса ЦБ страны А мог бы осуществить эмиссию куниц (нарастить валютные резервы в соболях) (2 балла). Повышение ключевой ставки не помогло бы, поскольку движения капитала между странами нет.

Г) Паритет покупательной способности: корзина из одних и тех же ТОРГУЕМЫХ благ стоит одинаково при отсутствии барьеров к торговле (2 балла). Для п. А) гипотеза выполнена, поскольку цены торгуемых X и Y в кунцах равны ценам X и Y в соболях, помноженным на курс соболя в кунцах (2 балла). Для п. Б) гипотеза не выполнена, поскольку есть барьер к торговле – импортная пошлина (1 балл).

Задача 4. Вмешательство Лернера

Монополист работает на рынке со спросом $Q = 42 - P$ и несёт издержки $TC = \frac{Q^2}{2}$. Государство, недовольное монопольным положением фирмы, рассматривает два варианта вмешательства на рынок:

1) Назначить монополисту фиксированный штраф T_1 , если индекс Лернера в точке равновесия монополиста превышает $\frac{1}{4}$. При этом государство, зная предельные издержки монополиста, вычисляет индекс Лернера как $\frac{P-MC}{P}$, где P — цена, установленная фирмой, а MC — значение предельных издержек в точке оптимального выпуска.

Обратите внимание, что в случае такого вмешательства монополист не обязан устанавливать цену, соответствующую спросу.

2) Государство устанавливает предельное превышение цены, установленной монополистом, над ценой, равной 10, по ставке $0 \leq t \leq 18$. Таким образом, если монополист устанавливает цену P и $P - 10 > t$, то монополист обязан заплатить фиксированный штраф по ставке T_2 . Предполагается, что при прочих равных условиях монополист предпочитает выбрать монопольный выпуск. Государство самостоятельно выбирает уровень t, T_1 и T_2 .

А) (30 баллов) Определите максимальные сборы государства в каждом из случаев. Какой вид вмешательства выберет государство, если его цель — максимизация сборов?

Б) (5 баллов) Почему введение меры 1 может быть затруднительно в реальном мире?

В) (5 баллов) Почему государство на практике не максимизирует величину штрафов?

Решение и критерии проверки – на следующих страницах.

Решение задания 4.

А) Определим, какое количество товара и по какой цене будет продаваться на рынке. Решить задачу максимизации прибыли монополиста можно двумя способами.

Способ 1. Функция предельной выручки монополиста задается как $MR(Q) = 42 - 2Q$, функция предельных издержек задается как $MC(Q) = Q$. Предельные издержки возрастают по Q , предельная выручка убывает по Q , тогда оптимумом монополиста является точка пересечения $MC(Q)$ и $MR(Q)$.

$$MR(Q^*) = MC(Q^*)$$

$$42 - 2Q^* = Q^*$$

$$Q^* = \frac{42}{3} = 14$$

$$P^* = 42 - Q^* = 42 - 14 = 28$$

Способ 2. Запишем прибыль монополиста: $\pi(Q) = (42 - Q)Q - \frac{Q^2}{2} \xrightarrow{Q \geq 0} \max$ Заметим, что прибыль монополиста — парабола ветвями вниз, значит максимум в вершине: $Q^* = \frac{-42}{-2-1} = 14$, $P^* = 42 - Q^* = 42 - 14 = 28$

Найдем прибыль монополиста, если государство никак не вмешивается на рынок: $\pi^* = 28 \cdot 14 - \frac{14^2}{2} = 294$

Найдем индекс Лернера в точке равновесия, в случае отсутствия вмешательства государства:

$$L_I = \frac{P - MC}{P} = \frac{28 - 14}{28} = \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

Рассмотрим первый вариант вмешательства (штраф T_1 если индекс Лернера превышает $\frac{1}{4}$). В точке $Q^* = 14$, $P^* = 28$ индекс Лернера превышает $\frac{1}{4}$.

Если монополист не платит штраф, то он выбирает такие количества и цену, чтобы индекс Лернера будет меньше или равен $\frac{1}{4}$, то есть:

$$\frac{P - MC}{P} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P - Q}{P} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow P \leq \frac{4}{3}Q$$

Если монополист выбирает не платить штраф, но максимизирует свою прибыль, то при любом Q выберет наибольшую цену, удовлетворяющую ограничению и лежащую не выше спроса.

Найдем, при каких значениях Q монополист будет выбирать точку на спросе:

$$42 - Q \leq \frac{4}{3}Q$$

$$42 \leq \frac{7}{3}Q$$

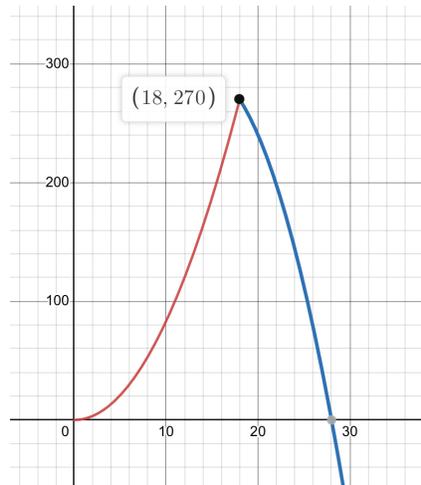
$$Q \geq 18$$

Цена, которая установится на рынке, если монополист продает Q единиц:

$$P = \begin{cases} \frac{4}{3}Q & 0 \leq Q \leq 18 \\ 42 - Q & 18 \leq Q \leq 42 \end{cases}$$

Прибыль монополиста в этом случае:

$$\pi = \begin{cases} Q \cdot \frac{4}{3}Q - \frac{Q^2}{2} & Q \in [0; 18] \\ Q \cdot (42 - Q) - \frac{Q^2}{2} & Q \in [18; 42] \end{cases}$$



Максимум функции прибыли достигается в точке $Q^* = 18$
 Прибыль в этой точке равна

$$\pi = 24 \cdot 18 - \frac{18^2}{2} = 270$$

Монополист выбирает Q и P такие, что индекс Лернера не больше $\frac{1}{4}$, только если прибыль без уплаты штрафа не больше прибыли со штрафом:

$$294 - T_1 \geq 270$$

$$T_1 \leq 24$$

Рассмотрим второй вариант вмешательства. Запишем прибыль монополиста как функцию от цены и будем искать максимум прибыли при ограничении $P \leq 10 + t$, то есть такие значения цены, при которых монополисту не нужно будет платить штраф T_2

$$\pi = (42 - P)P - \frac{(42 - P)^2}{2} \xrightarrow{P \leq 10 + t} \max$$

Цена, если бы не было ограничения, была бы равна $P^* = 28$ и так как t всегда не больше 18, то $P^* = 10 + t$.

При введении штрафа T_2 монополист будет готов заплатить штраф только если

$$\pi^* - T_2 - \pi_t^* \geq 0 \Rightarrow T_2 \leq \pi^* - \pi_t^*$$

где π^* — максимальная прибыль монополиста в отсутствии любого государственного вмешательства, π_t^* — прибыль монополиста, если государство выбирает второй вариант государственного вмешательства.

Так как государство максимизирует сборы, то неравенство выполняется как равенство

$$T_2 = \pi^* - \pi_t^*$$

Государство одновременно выбирает и t , и T_2 , тогда оно выберет такое t , чтобы максимизировать T_2 , так как задачей государства является максимизация суммы штрафов. Таким образом государство будет стремиться минимизировать π_t^* .

Так как государство стремится добиться минимальной прибыли монополиста при помощи потолка t , то оно будет ставить минимальное значение t , так как при этом государство максимально ограничивает

монополию, тем самым минимизируя прибыль монополиста. То есть при каждом Q прибыль монополиста при потолке t_1 — $\pi(Q|t_1)$ — меньше прибыли монополиста при потолке t_2 — $\pi(Q|t_2)$ — при любых $t_1 > t_2$.

Если монополист не хочет платить штраф T_2 , то установит цену $P = 10 + t = 10$

Найдем количество товара Q , которое максимизирует прибыль монополиста при цене $P = 10$: $\pi_t^* = 10Q - \frac{Q^2}{2} \xrightarrow{Q \geq 0} \max$

Это парабола ветвями вниз, максимум в вершине: $Q^* = \frac{-10}{-1} = 10$

Это значение выпуска подходит под ограничение.

Прибыль монополиста равна: $\pi_t^* = 10 \cdot 10 - \frac{10^2}{2} = 50$

Тогда государство установит штраф T_2 на уровне $T_2 = 294 - 50 = 244$

Государство выберет второй вариант вмешательства, так как он приносит большую сумму штрафов.

Б) Введение первой меры может быть затруднительным, так как государство не всегда наблюдает предельные издержки $MC(Q)$ монополиста.

В) Государство не максимизирует величину штрафов, потому что смысл штрафа в сдерживании определенного поведения. Если штрафы выплачиваются, то нежелательное поведение не сдерживается.

Критерии проверки:

А)

За поиск оптимального количества и прибыли без вмешательства — 2 балла;

За поиск максимальной суммы штрафов в первом случае — 11 баллов, из которых:

1. За поиск ограничения при котором выполняется условие на индекс Лернера — 4 балла;
2. За нахождение оптимальной цены — 3 балла;
3. За составление функции прибыли — 2 балла;
4. За поиск оптимального количества — 1 балл;
5. За верно найденные максимальные сборы — 1 балл.

За поиск максимальных сборов во втором случае — 15 баллов, из которых:

1. За нахождение оптимальной цены $P^* = 10 + t$ — 4 балла;
2. За обоснование того, что необходимо минимизировать π_t^* — 5 балла;
3. За обоснование того, что необходимо выбрать $t = 0$ — 4 балла;
4. За поиск оптимального количества — 1 балл;
5. За верно найденные максимальные сборы — 1 балл.

За выбор варианта вмешательства — 2 балла.

Б)

За полностью верный и обоснованный ответ — 5 баллов. За частично верный ответ — 3 балла. Если ответ никак не связан с предыдущей частью задачи — 0 баллов.

В)

За полностью верный и обоснованный ответ — 5 баллов. За частично верный ответ — 3 балла. Если ответ никак не связан с предыдущей частью задачи — 0 баллов.

Штрафы:

Арифметические ошибки, не влияющие на ответ, штрафуются в 2 балла, далее работа проверяется с учётом ошибки;