

**Задача 1.** Для какого наибольшего натурального числа  $n$  существует натуральное число  $m$ , что выполняется равенство  $n! \cdot 7! = m!$ ? Как обычно, для натурального числа  $k$  через  $k!$  обозначается произведение натуральных чисел от 1 до  $k$ .

Ответ 5039

**Задача 2.** На вечеринку пришли участники ОММО и ММО. Удивительно, но каждый из пришедших принимал участие только в одной из этих олимпиад. Каждые двое из пришедших или друзья, или враги. У каждого участника ММО на вечеринке среди друзей ровно 16 участников ММО и ровно 8 участников ОММО. У каждого участника ОММО на вечеринке среди врагов ровно 7 участников ММО и ровно 10 участников ОММО. Сколько человек пришли на вечеринку? Если ответов несколько, перечислите их все в порядке возрастания через точку с запятой; например, 24;25;26.

Ответ 33

**Задача 3.** *Репьюнитом* называется натуральное число, десятичная запись которого состоит из одних единиц. Жора выписал в порядке возрастания числа, которые можно представить в виде суммы попарно различных репьюнитов: 1, 11, 12, .... Какое число Жора написал на 2024 месте?

Ответ 12345667777

**Задача 4.** На плоскости проведены 220 прямых общего положения, т.е. никакие три не проходят через одну точку, никакие две не параллельны. Они поделили плоскость на области. Назовём *расстоянием* между областями наименьшее количество прямых, которые надо пересечь, чтобы попасть из одной области в другую. Назовём область *любопытной*, если расстояние от неё до любой другой области меньше 220. Какое наибольшее количество любопытных областей может быть?

Ответ 23871

**Задача 5.** Известны длины сторон треугольника  $ABC$ :  $AB = 14$ ,  $BC = 15$ ,  $CA = 13$ . Внутри отрезка  $AB$  выбрана точка  $D$ . Точка  $E$  выбирается наугад внутри отрезка  $AD$ . Перпендикуляр к отрезку  $AD$ , восстановленный в точке  $E$ , пересекает объединение отрезков  $AC$  и  $BC$  в точке  $F$ . Пусть точка  $D$  выбрана так, что среднее значение длины отрезка  $EF$  наибольшее возможное. Найдите длину отрезка  $AD$ . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.

*Среднее значение длины отрезка  $EF$  — это предел при  $n \rightarrow \infty$  среднего арифметического длин отрезков  $EF$ , когда  $E$  пробегает  $n$  точек, делящих отрезок  $AD$  на  $n + 1$  равных частей.*

Ответ 8,367

**Задача 6.** Рассмотрим все перестановки чисел от 1 до 2024. Представим каждую перестановку как числа, записанные в строку. Назовём *флипом* обмен двух соседних чисел в строке, отличающихся хотя бы на 100. Назовём две перестановки *эквивалентными*, если одну можно получить из другой с помощью одного или нескольких флипов. Ричард С. выбрал из всех перестановок максимальное количество попарно не эквивалентных. Пусть Ричард выбрал  $N$  перестановок. На сколько нулей оканчивается десятичная запись числа  $N$ ?

Ответ 3872