

Московская олимпиада школьников по вероятности и статистике. 2023 г.
Отборочный тур. 10 – 11 классы

1. В двух коробках лежали белые и красные шары, причём в первой коробке на 4 белых шара приходилось 3 красных, а во второй коробке на 3 белых шара приходилось 2 красных. Все шары ссыпали в один мешок, хорошо перемешали и теперь из мешка собираются вынуть один случайный шар. Три математика делают прогнозы.

Первый: «Шар окажется белым с вероятностью $\frac{7}{12}$ ».

Второй: «Шар окажется белым с вероятностью $\frac{11}{19}$ ».

Третий: «Шар окажется белым с вероятностью $\frac{19}{35}$ ».

Кто из математиков может оказаться прав?

2. В лотерейном билете напечатаны номера от 1 до 45. Двое участников лотереи независимо друг от друга зачеркивают в своих билетах по 6 номеров. Первый выбирает номера совершенно случайным образом, а второй следует правилу: среди его номеров должно быть ровно два однозначных числа, при этом чётных и нечётных должно быть поровну. Какова вероятность того, что в их комбинациях окажется ровно один общий зачёркнутый номер? Результат округлите до тысячных.

3. В летнем лагере 15 лучших игроков играют в настольный теннис «на победителя». В каждой игре побеждает сильнейший, проигравший выбывает, а победитель играет со следующим игроком. Очередность вступления в игру была разыграна по жребию. Известно, что первый игрок победил уже пять раз. Какова вероятность того, что он же победит и в следующей игре?

ИВАНОВ-СИДОРОВ	11:2
ИВАНОВ-ПЕТРОВ	11:7
ИВАНОВ-АЛЕКСЕЕВ	11:5
МИХАЙЛОВ-ИВАНОВ	2:11
ИВАНОВ-НИКОЛАЕВ	11:0
ИВАНОВ-ТИМОФЕЕВ	?:?



4. Мария Ивановна и Марфа Петровна весь день варили компот в огромных кастрюлях и разливали его по трёхлитровым банкам. В конце дня у каждой осталось какое-то количество компота, которого не хватает на еще одну трёхлитровую банку. Какова вероятность того, что если Мария Ивановна и Марфа Петровна сольют остатки компота вместе, то у них окажется не менее 4 литров компота?

5. В торговом центре три автомата продают кофе. В течение каждого отдельного дня первый автомат ломается с вероятностью 0,12, а второй – с вероятностью 0,1. Каждый вечер приходит инженер, проверяет все автоматы и чинит сломанные. Однажды инженер подсчитал, что математическое ожидание числа поломок в течение недели равно 2,8. С какой вероятностью в течение дня выходит из строя третий автомат?

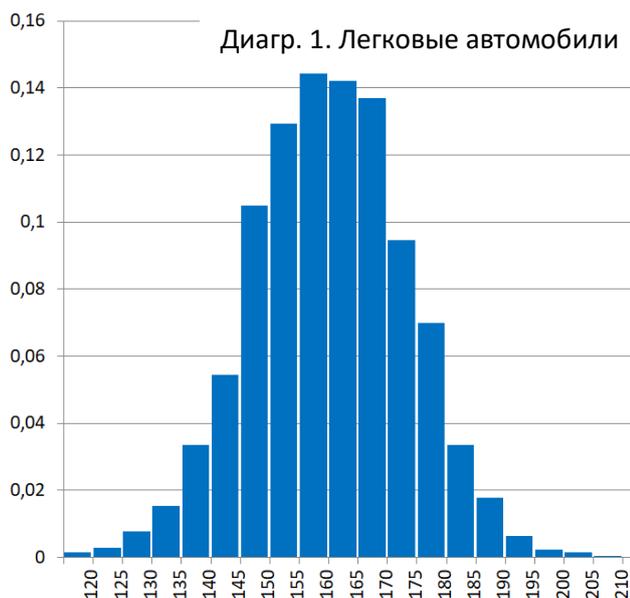
6. Когда Рассеянному Учёному приходит в голову гениальная идея, он записывает её на листке бумаги, но тут же понимает, что идея не гениальная, комкает лист и кидает под стол, где стоят две мусорные корзины. Учёный попадает в первую корзину с вероятностью 0,25, и с такой же вероятностью он попадает во вторую. За утро Учёный бросил под стол пять скомканных гениальных идей. Найдите вероятность того, что в каждой корзине оказалось хотя бы по одной идее. Результат округлите до тысячных.

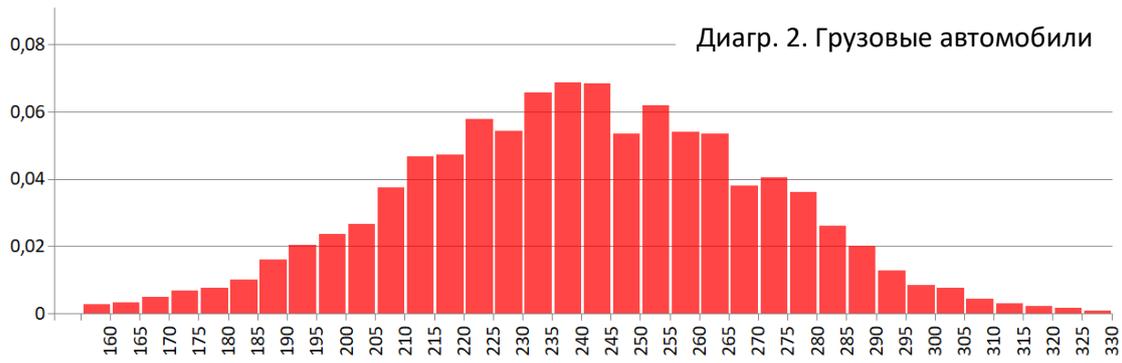
7. На межплеменную конференцию прибыли делегации трех племен: Мумба, Юмба и Джумба. В делегации Мумба шесть членов, каждый из них знает всех своих соплеменников, а на конференции познакомился с семью членами других делегаций. В делегации Юмба 11 членов, каждый из них знает всех своих соплеменников и на конференции познакомился с двумя членами других делегаций. В делегации Джумба каждый знает всех своих соплеменников и познакомился с четырьмя членами других делегаций. Какое наименьшее количество членов может быть в делегации племени Джумба?

8. При въезде автомобиля на платный участок дороги компьютерная система с помощью камеры определяет высоту кабины автомобиля, проходящего через пункт оплаты. Если высота меньше граничного значения h_0 , то автомобиль считается легковым, в противном случае система определяет его как грузовой. От этого зависит плата за проезд по участку.

Иногда случаются ошибки: высокий легковой автомобиль система может ошибочно принять за грузовой, а небольшой грузовой — за легковушку.

На диаграммах показаны распределения высот легковых и грузовых автомобилей. Данные получены по представительной выборке и сгруппированы в интервалы шагом 5 см. На горизонтальной оси отмечены интервалы, на вертикальной — частоты значений из соответствующих интервалов. Определите граничное значение высоты h_0 , при котором вероятность ошибки будет наименьшей.





9. В графе 8 вершин, нет петель, и две любые вершины были связаны единственным ребром (такой граф называется полным). Выбрали 11 случайных рёбер и удалили их. Найдите вероятность того, что получившийся граф по-прежнему связный (то есть найдется путь между любыми двумя вершинами). Результат округлите до тысячных.