

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. ТЕХНОЛОГИЯ
ПРОФИЛЬ «РОБОТОТЕХНИКА» 2023–2024 уч. г.
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
10–11 КЛАССЫ

Теоретический тур

РАЗБОР ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

Уважаемые участники!

Приведите подробное решение представленных задач. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Задание № 1 (5 баллов)

Перед попыткой проходила жеребьёвка, для определения порядка старта роботов. В попытке участвовали роботы Аз, Буки, Веди, Глаголь, Добро, Есть. Попытки роботов происходят последовательно одна за другой. За один раз стартует только один робот. Известно, что:

- робот Добро стартовал не последним;
- робот Аз стартует до робота Бета и после робота Есть;
- робот Гамма стартует непосредственно перед роботом Аз;
- робот Есть стартует непосредственно перед роботом Веди;
- робот Глаголь стартует до робота Добро и после робота Веди.

Определите порядок, в котором стартовали роботы во время попытки. В ответ запишите последовательность заглавных букв, соответствующих первым буквам названий роботов, в том порядке, в котором стартовали роботы, например, АБВГДЕ.

Ответ: ЕВГАДБ.

Решение

Будем обозначать роботов первыми буквами их названий. Поскольку роботы не могут стартовать одновременно, то для любой пары роботов можно указать, какой робот из пары стартует раньше другого.

Если робот 1 стартует раньше, чем робот 2, то будем писать знак «меньше», то есть $1 < 2$. Если робот 3 стартует позже робота 2, то будем писать $2 < 3$.

Запишем условие, переведя данные в предложенные условные обозначения.

$$E < B, G < A, E < A < B, B < G < D$$

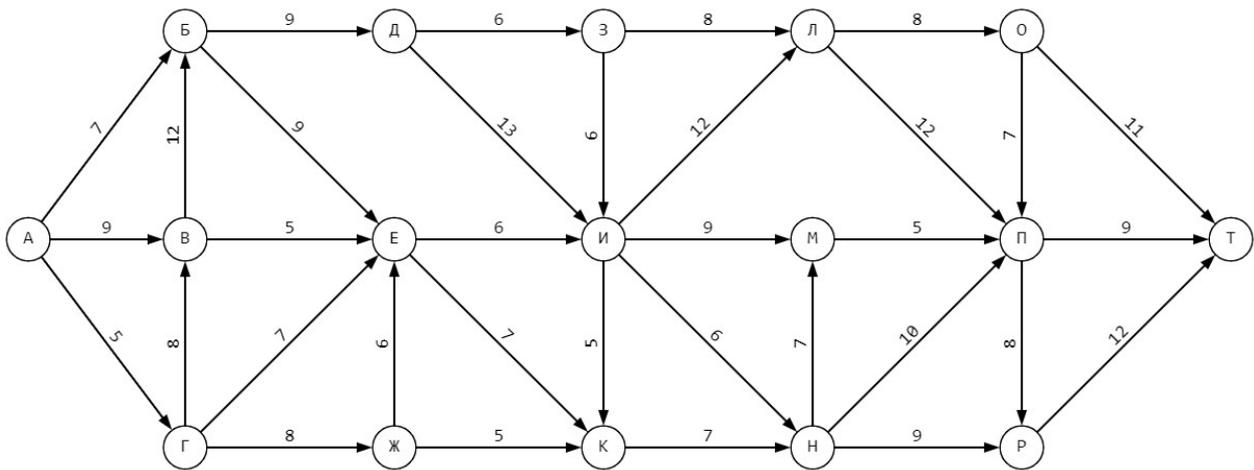
Из $E < B, G < A, E < A < B, B < G < D$ можно сделать вывод, что $E < B < G < A$. Так как робот Добро стартовал не последним, то и робот Добро стартовал после роботов Есть, Веди, Глаголь и Аз, то робот Добро может стартовать только пятым, а робот Бука – шестым.

Таким образом, роботы стартовали в следующем порядке: Есть, Веди, Глаголь, Аз, Добро и Бука, то есть ЕВГАДБ.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (ЕВГАДБ)	5
2	Приведён только верный ответ (ЕВГАДБ)	3

Задание № 2 (10 баллов)

Робот должен проехать от старта (точка А) до финиша (точка Т) по линиям. Линии, связывающие старт с финишем, показаны на схеме (см. *схему*).



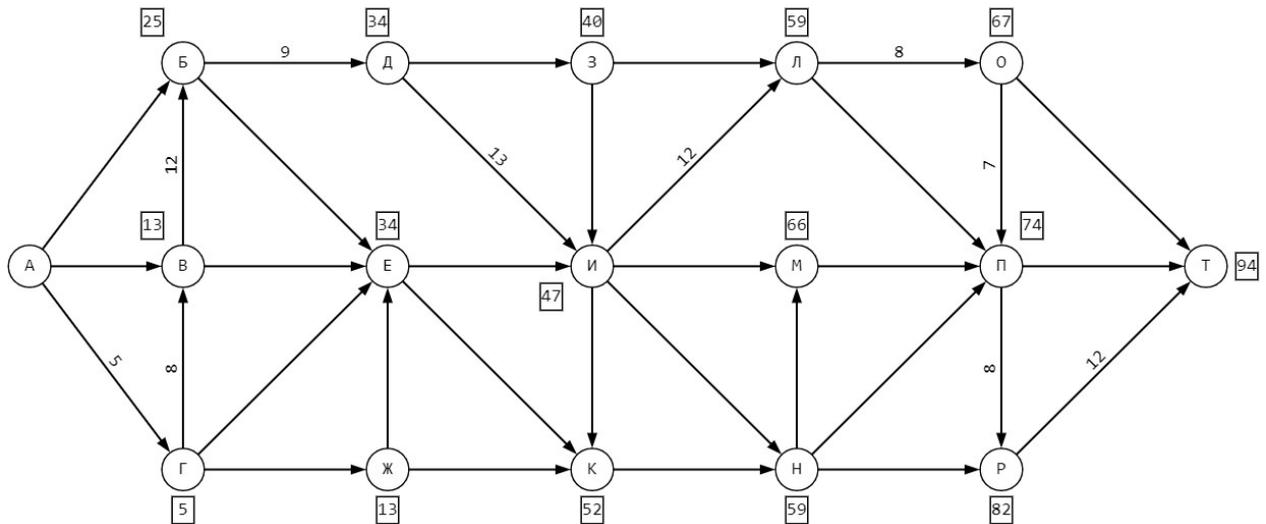
Схема

По регламенту движение разрешено только по линиям в направлении, указанном стрелками. Числами на схеме обозначено количество баллов, которое робот заработает за проезд данного участка. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое максимальное число баллов может заработать робот за один проезд, соответствующий регламенту?

Ответ: 94 балла.

Решение

Будем обходить вершины последовательно, в направлении от А к Т, пометая около каждой вершины баллы, которые мы получим, попав в неё. Если до вершины можно добраться несколькими путями, то в качестве пометки мы выберем максимальный из имеющихся вариантов. Получим:



Оптимальным окажется маршрут А–Г–В–Б–Д–И–Л–О–П–Р–Т. Робот заработает 94 балла.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (94 балла)	10
2	Приведён только верный ответ (94 балла)	5

Задание № 3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя моторами А и В, на осях которых находятся колёса одинакового радиуса. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Радиус колёс робота равен 6 см. Колея робота равна 24 см. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо вперёд.

Робот выполнил программу, состоящую из нескольких последовательных элементов.

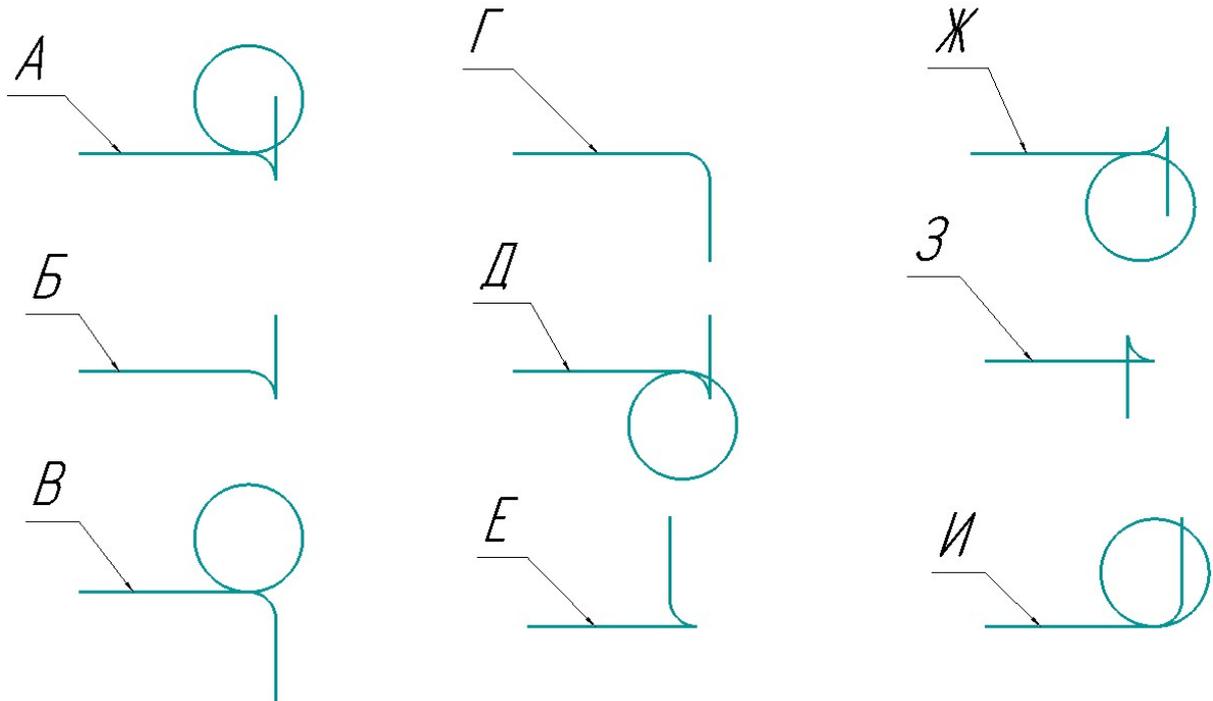
Элемент № 1. Ось мотора А повернулась на 720° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на 720° .

Элемент № 2. Ось мотора А повернулась на 1440° , при этом ось мотора В была зафиксирована.

Элемент № 3. Ось мотора А повернулась на 180° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на -180° .

Элемент № 4. Ось мотора А повернулась на -360° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на -360° .

Среди предложенных вариантов изображений выберите тот, который наиболее точно изображает траекторию точки, расположенной в центре левого колеса.



Ответ: Д.

Решение

Для краткости, будем называть левое колесо робота колесом А.

Проанализируем движения, которые делал робот.

Элемент № 1. Робот движется прямо вперёд. Он проезжает расстояние, равное

$$2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 720^\circ : 360^\circ = 24\pi(\text{см})$$

Элемент № 2. Робот совершает поворот вокруг колеса В. Колесо А движется по окружности радиуса 24 см. Он поворачивается на угол, равный:

$$1440^\circ \cdot 6 : 24 = 1440^\circ : 4 = 360^\circ$$

Элемент № 3. Робот совершает поворот вокруг точки, расположенной посередине между колёс. Колесо А движется по окружности радиуса 12 см. Робот поворачивается направо на угол

$$180^\circ \cdot 2 \cdot 6 : 24 = 90^\circ$$

Элемент № 4. Робот движется прямо назад. Он проезжает расстояние, равное

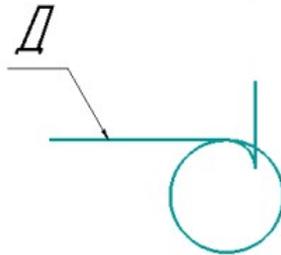
$$2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 360^\circ : 360^\circ = 12\pi(\text{см})$$

Нас интересует траектория точки, расположенной в центре колеса А.

На первом шаге робот проедет расстояние прямо 24π см, на втором шаге колесо А совершает полный оборот по окружности радиусом 24 см вокруг колеса В по ходу часовой стрелки, на третьем шаге колесо А движется

по четверти окружности радиуса 12 см по ходу часовой стрелки, на четвертом шаге робот движется назад на расстояние 12π см.

Ответ Д соответствует всем требованиям.



№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (Ответ Д)	10
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определено, что на втором шаге робот начертил окружность (поворот на 360°) радиуса 24 см, и то, что на третьем шаге точка С повернётся по окружности радиуса 12 см вокруг себя на 90°	5
3	Приведён только верный ответ (Ответ Д)	3

Задание № 4 (10 баллов)

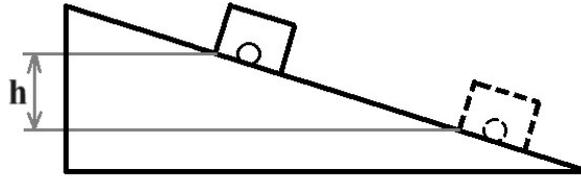
Робот, оснащённый двумя колёсами одинакового диаметра, установлен на наклонной плоскости. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо вверх по наклонной плоскости.

Колёса подсоединены к моторам через двухступенчатую передачу. На оси мотора находится шестерёнка радиусом 20 мм, на ведомой оси первой ступени – шестерёнка радиусом 40 мм, на ведущей оси второй ступени – шестерёнка диаметром 40 мм, на оси колеса – шестерёнка диаметром 60 мм.

Радиус колёс робота равен 12 см, колея равна 4 дм. Угол при основании наклонной плоскости равен 30° .

На сколько градусов должна повернуться ось каждого из моторов, чтобы робот, двигаясь равномерно и прямолинейно вдоль наклонной плоскости, поднялся на высоту $h = 3 \text{ м } 2 \text{ дм}$ по наклонной плоскости?

Робот первоначально стоит на наклонной плоскости. Ответ дайте в градусах, округлив до целого.



Справочная информация

В задаче под диаметром шестерёнки понимается диаметр делительной окружности шестерёнки, а под радиусом шестерёнки – радиус делительной окружности шестерёнки.

Диаметр делительной окружности d является одним из основных параметров, по которому производят расчёт шестерёнки:

$$d = m \cdot z, \text{ где } z - \text{ число зубьев, } m - \text{ модуль.}$$

Если две шестерни входят в зацепление и происходит передача вращения с одной из них на другую, то это означает, что у данных зубчатых колёс одинаковый модуль.

Ответ: 9172°.

Решение

$$3 \text{ м } 2 \text{ дм} = 320 \text{ см}$$

Посчитаем длину обода колеса

$$2 \cdot 12 \cdot \pi = 24\pi(\text{см})$$

Определим длину пути, который должен проделать робот вдоль наклонной плоскости:

$$320 : \sin(30^\circ) = 640 \text{ (см)}$$

Определим, сколько оборотов делает ось колеса на 1 оборот оси мотора:

$$(20 : 40) \cdot (40 : 60) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (об.)}$$

Посчитаем, на сколько градусов должна повернуться ось каждого из моторов робота:

$$\left(\frac{640}{24\pi} : \frac{1}{3}\right) \cdot 360^\circ = 9171,974\dots^\circ \approx 9172^\circ$$

Ответ: ось каждого из моторов должна повернуться на 9172°.

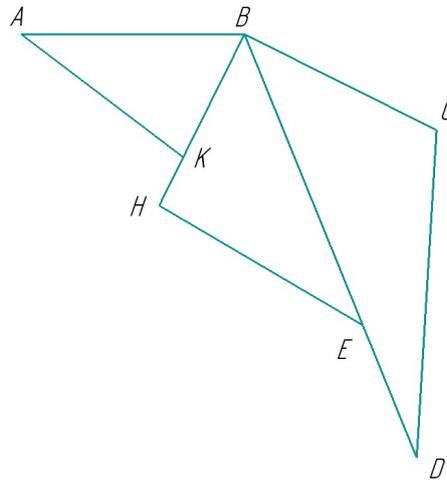
№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (9172°)	10
2	Приведено верное решение. Допущена ошибка при	8

Московская олимпиада школьников. Технология. Профиль «Робототехника»
Заключительный этап. 2023–2024 уч. г. 10–11 классы. Теоретический тур

	округлении финального ответа. Ответ отличается от верного не более чем на 2° ($9172^\circ \pm 2^\circ$)	
3	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определена длина пути при проезде вдоль наклонной плоскости (640 см)	5
4	Приведён только верный ответ (9172°)	3

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс, наносит на неё изображение фигуры, составленной из трёх треугольников (см. *чертёж*).



Чертёж

Известно, что $\angle BHE = 90^\circ$, $AB = AK$, $\angle BAK = \angle BEN$, $\angle HBE = \angle DBC$,
 $\angle BCD = 2 \angle ABK$, $\angle BDC = 22^\circ$.

Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу. Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать назад. Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Справочная информация

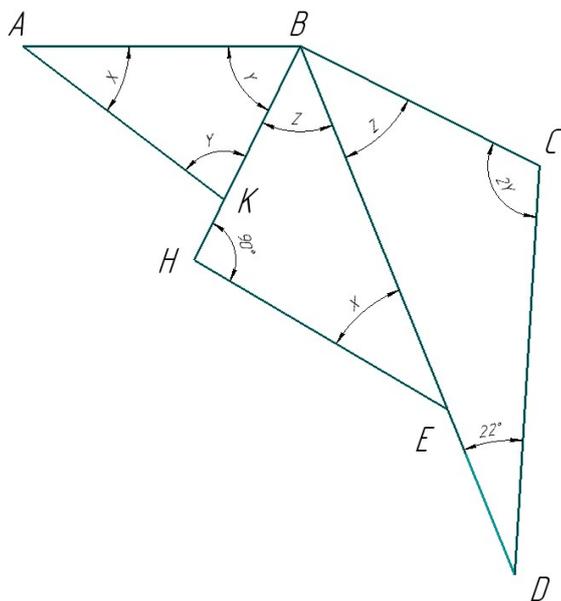
Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Ответ: 624° .

Решение

Посчитаем градусные меры углов треугольников. Для этого составим системы уравнений, основываясь на геометрических соображениях.

Обозначим $\angle BAK$ за X , $\angle ABK$ за Y , $\angle HBE$ за Z . Отметим на рисунке все углы, равные или выражаемые через выбранные нами углы:



Сумма углов треугольника равна 180° . Опираясь на этот факт, мы сможем составить уравнения для определения градусных мер углов.

Запишем уравнение для углов треугольника ABK :

$$X + 2Y = 180$$

Запишем уравнение для углов треугольника BHE :

$$Z + X + 90 = 180$$

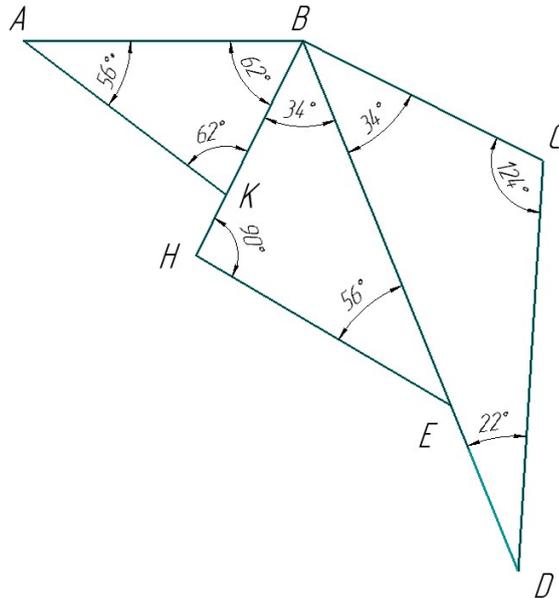
Запишем уравнение для углов треугольника BCD :

$$Z + 2Y + 22 = 180$$

Решив три полученных уравнения в системе, получим следующий результат:

$$X = 56^\circ, Y = 62^\circ, Z = 34^\circ.$$

Пересчитаем значения углов фигуры и подпишем их градусные меры на рисунке:



Данная фигура не является выпуклой и имеет части с самопересечением.

Представим фигуру в виде графа, где отрезки – это рёбра графа, а вершины фигуры – это вершины графа. Определим степень каждой из вершин, и среди них выберем те, у которых степень выражена нечётным числом. Вершин с нечётной степенью всего две, это вершины К и Е. Степень каждой из вершин равна 3. Робот должен будет стартовать в одной из этих вершин и финишировать во второй, при этом проехав каждую из них по дороге ещё по одному разу.

При этом по условию задачи по каждому из отрезков мы должны проехать ровно один раз.

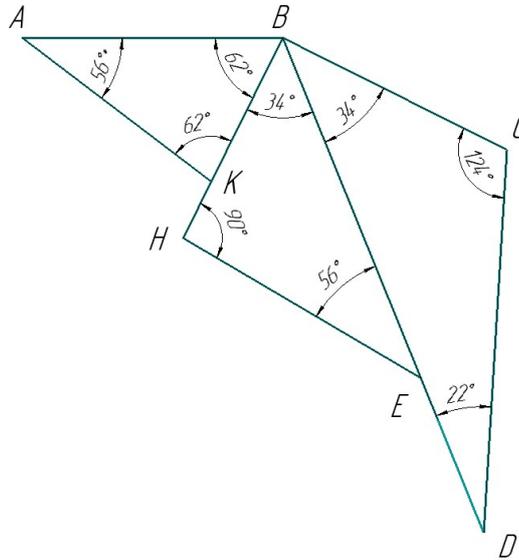
Роботу по условию задачи запрещено ехать назад, все повороты робот будет совершать на месте.

В ходе движения стоит попытаться минимизировать число поворотов, например, проехав вершины Е и К без одного поворота, напрямую, например В–Е–D и Н–К–В, поэтому нерационально начинать движение при старте из К в сторону точек В или Н, потому что это приведёт к обязательному повороту в вершине К. Аналогично и со стартом в точке Е и проездами в сторону точек В и D.

При проезде, если представится такая возможность, поворачивать всегда на наименьший угол из возможных.

Траектории, которые начинаются на К–А–В–Н–Е... нам не подходят, потому что после вершины Е робот должен будет совершить поворот, которого можно избежать при сплошном проезде В–Е–D.

Рассмотрим два оставшихся варианта обхода траектории при старте в вершине К: К–А–В–С–D–E–В–К–Н–E и К–А–В–E–D–C–В–К–Н–E.



Угол поворота робота при проезде по траектории К–А–В–С–D–E–В–К–Н–E:

$$(180^\circ - 56^\circ) + (180^\circ - (62^\circ + 34^\circ + 34^\circ)) + (180^\circ - 124^\circ) + (180^\circ - 22^\circ) + (180^\circ - 34^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) = 624^\circ$$

Угол поворота робота при проезде по траектории К–А–В–E–D–C–В–К–Н–E:

$$(180^\circ - 56^\circ) + (180^\circ - (62^\circ + 34^\circ)) + (180^\circ - 22^\circ) + (180^\circ - 124^\circ) + (180^\circ - (34^\circ + 34^\circ)) + (180^\circ - 90^\circ) = 624^\circ$$

Если робот поедет в обратном направлении, то суммарный угол поворота будет тот же.

Таким образом, минимальный суммарный угол поворота робота будет равен 624° .

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (624°)	15
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определены градусные меры и угла ВАК (56°), и угла АВК (62°), и угла НВЕ (34°)	8
3	Приведён только верный ответ (624°)	5

Максимальный балл за работу – 50.