

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Вариант 1

Задача № 1

По наклонной доске запустили шар снизу вверх. На расстоянии $L = 30$ см шарик побывал дважды: сначала через $t_1 = 1$ и через $t_2 = 1$ после начала движения. Определите начальную скорость V_0 (в см/с) и ускорение a (в см/с²) шарика, считая его постоянным.

Формат ввода:

В одной строке через пробел заданы три числа:

$L \ t_1 \ t_2$

Формат вывода:

В одной строке через пробел выведите:

$V_0 \ a$

Ответ: 45 30

Решение:

Запишем закон движения шарика, выбрав ось Ox , направленную вдоль движения шарика:

$$x = V_0 t - \frac{at^2}{2}$$

Перепишем это уравнение следующим образом:

$$t^2 - \frac{2V_0}{a}t + \frac{2x}{a} = 0$$

При $x = L$ это уравнение имеет корни t_1 и t_2 . Применим теорему Виетта:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2V_0}{a} \\ t_1 t = \frac{2L}{a} \end{cases}$$

Решая систему, получаем ответ.

Задача № 2

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Перед Вами одномерная лента, разделенная на N ячеек и указатель (в начале всегда стоит на ячейке под номером 1). Вы за одно действие можете выполнить ровно одну команду из набора:

1. Увеличить значение в ячейке, на которой стоит указатель, на единицу
2. Уменьшить значение в ячейке, на которой стоит указатель, на единицу
3. Сдвинуть указатель на одну ячейку влево
4. Сдвинуть указатель на одну ячейку вправо

При этом для каждой из команд есть особое "правило цикла":

1. Если в ячейке содержится значение $N - 1$ и Вы пытаетесь его увеличить - новое значение становится равно 0
2. Если в ячейке содержится значение 0 и Вы пытаетесь его уменьшить - новое значение становится равно $N - 1$
3. Если указатель стоит на ячейке 1 и вы двигаете его влево, он становится на ячейку N
4. Если указатель стоит на ячейке N и вы двигаете его вправо, он становится на ячейку 1

Вам даны начальное и конечное значения ячеек ленты. Выведите в ответ минимально возможное кол-во действий (команд) преобразовывающих ленту из

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

начального в конечное состояние (учтите, что возвращать указатель не начальное положение **не нужно**)

Формат входных данных

На первой строке задано число N ($5 \leq N \leq 10^6$),

На второй строке через пробел указаны N чисел s_i ($0 \leq s_i \leq 255$) - начальные значения в ячейках ленты (номер числа в строке совпадает с номером ячейки: первое число - значение в первой ячейке, второе - во второй и т.д.)

На третьей строке через пробел указаны N чисел f_i ($0 \leq f_i \leq 255$)- конечные значения в ячейках ленты (номер числа в строке совпадает с номером ячейки)

Формат выходных данных

В ответ выведите единственное число - минимальное кол-во действий, преобразовывающих ленту из начального в конечное состояние

Примечание

В первом примере достаточно 3-ех команд: +1 влево -1

Во втором примере список команд: +1 +1 +1 и потом 8 раз повторяем (вправо +1 +1 +1) - тогда всего действий будет $3 + 8 * 4 = 35$

Пример

Ввод 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 255

Вывод 3

Ввод 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 3 3 3 3 3 3 3 0

Вывод 35

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Пример решение

```
import random
import os
import time

def solution(s_line, f_line, len_len):
    add_op, move_op = 0, 0
    points = [0]
    for x in range(len(s_line)):
        if s_line[x] != f_line[x]:
            # print(s_line[x], f_line[x])
            if x != 0:
                points.append(x)
                add_op += min((s_line[x] - f_line[x]) % 256,
(f_line[x] - s_line[x]) % 256)

    move_min = len_len - 1
    if len(points) == 1:
        move_min = 0
    else:
        for i in range(len(points)):
            if i < len(points) - 1:
                new_move = 2 * points[i] + (len_len - points[i]
+ 1])
            else:
                new_move = points[i]

            if move_min > new_move:
                move_min = new_move

        for i in range(-1, -len(points) + 1, -1):
            if i > -len(points) + 1:
                new_move = 2 * (len_len - points[i]) + points[i]
- 1]
            else:
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

```
        new_move = len_len - points[i]

        if move_min > new_move:
            move_min = new_move
    move_op = move_min

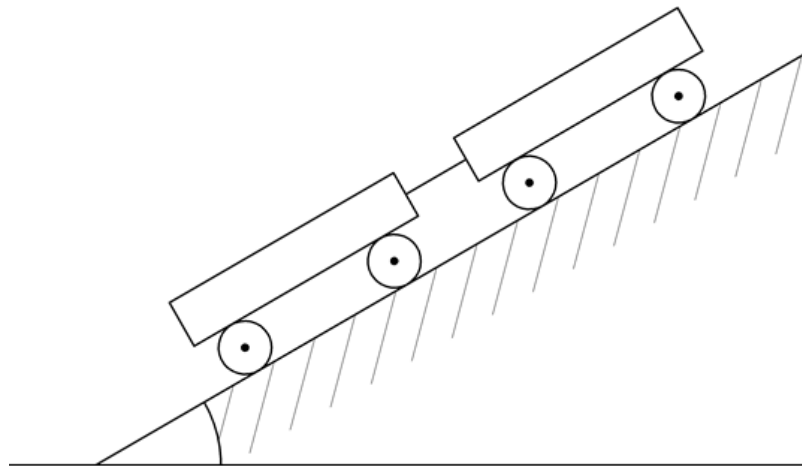
    return move_op + add_op

len_line = int(input())
start_line = [int(x) for x in input().split()]
finish_line = [int(x) for x in input().split()]
print(solution(start_line, finish_line, len_line))
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Задача № 3

Колесный робот массой 92 кг равномерно без ускорения буксирует на подъеме неисправный аналогичный колесный робот с теми же характеристиками. В процессе буксировки неисправного робота его колеса вращаются свободно – не связаны с двигателями и не блокируются тормозами. Буксировочный трос обладает коэффициентом жесткости 2,3 кН/м. Угол подъема составляет 30 градусов к горизонту. Коэффициент трения колес составляет 1,15 или $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Ускорение свободного падения принять за 10,0 м/с².



1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, в том числе силы взаимодействия двух роботов.
2. Напишите уравнения сил, действующих на роботов.
3. Определите силу натяжения нити при установившемся движении.
4. Сможет ли робот вместе с буксируемым роботом преодолеть подъем? Ответ обосновать выводом конечной формулы и расчетом.
5. Определите, насколько растянется трос.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Решение

1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, в том числе силы взаимодействия двух роботов.

На рисунке должны быть указаны силы:

1. сила тяжести, действующая вертикально вниз из центра масс каждого робота, который совпадает с геометрическим центром;
2. сила нормальной реакции опоры, действующая по нормали к наклонной поверхности и приложенная к центру масс;
3. сила натяжения (реакции) троса каждого робота, действующая по линии троса из точки подвеса и в сторону другого робота;
4. сила трения в точке контакта колеса и наклонной поверхности;
5. сила тяги у первого робота действующая по направлению движения из центра масс первого робота.

2. Напишите уравнения сил, действующих на роботов.

$$\vec{F}_{TP_1} + \vec{N}_1 + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{\text{тяг}} + m_1 \vec{g} = 0$$

$$\vec{F}_{TP_2} + \vec{N}_2 + \vec{T}_{12} + m_2 \vec{g} = 0$$

3. Определите силу натяжения нити при установившемся движении.

Из условия взаимодействия:

$$\vec{T}_{21} = \vec{T}_{12}$$

Рассмотрим уравнение сил одного из роботов, например, буксируемого робота.

$$\vec{F}_{TP_2} + \vec{N}_2 + \vec{T}_{12} + \vec{T}_{\text{тяг}} + m_2 \vec{g} = 0$$

Спроецируем силы по осям системы координат:

$$x: -F_{TP_2} + T_{12} - m_2 g \sin \alpha = 0$$

$$y: N_2 - m_2 g \cos \alpha = 0$$

Поскольку колеса вращаются свободно, то сопротивление, которое они создают пренебрежимо мало, поэтому силой трения можно пренебречь.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Выразим силу натяжения нити:

$$T_{12} = m_2 g \sin \alpha$$

Подставим числовые значения:

$$T_{12} = 92 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$T_{12} = 92 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 460 \text{ Н}$$

Ответ: $T_{12} = m_2 g \sin \alpha = 460 \text{ Н}$

4. Сможет ли робот вместе с буксируемым роботом преодолеть подъём (ответ обосновать выводом конечной формулы и расчетом)?

Для решения вопроса можно рассмотреть двух роботов как единую систему.

$$\vec{F}_{TP} + \vec{N} + \vec{T}_{12} + \vec{T}_{\text{тяг}} + (m_2 + m_1)\vec{g} = 0$$

Проецирую силы на вертикальную ось и подставляя силу трения получаем:

$$(m_2 + m_1)g \sin \alpha - \mu(m_2 + m_1)g \cos \alpha = 0$$

Выразим коэффициент трения.

$$\mu = \tan \alpha$$

Отсюда получаем, что преодолеет ли робот подъём зависит от угла наклона и коэффициента трения. Если:

$$\mu > \tan \alpha$$

то робот преодолеет подъём. Подставим числовые значения.

$$\frac{2}{\sqrt{3}} > \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Условие выполняется, а значит робот преодолеет подъём.

Ответ: $\mu > \tan \alpha, \frac{2}{\sqrt{3}} > \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, преодолеет подъём

5. Определите насколько растянется трос.

Удлинение троса можно определить через силу натяжения:

$$T_{12} = k \cdot \Delta l$$

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

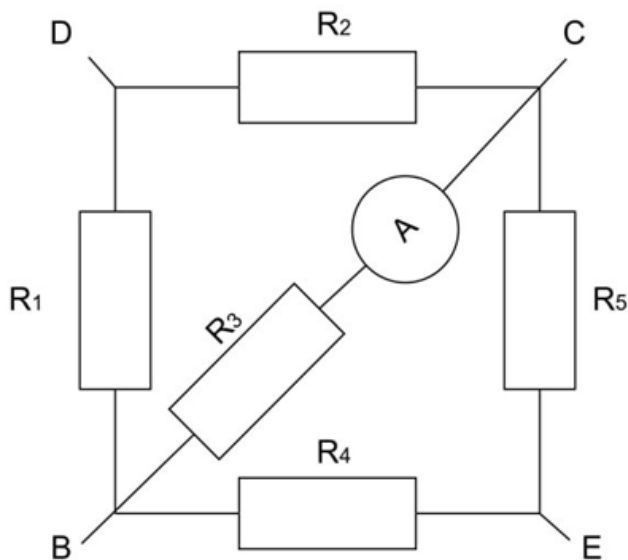
Выразим удлинения троса и подставим числовые значения.

$$\Delta l = \frac{T_{12}}{k} = \frac{m_2 g \sin \alpha}{k}$$

$$\Delta l_x = \frac{460}{2,3 \cdot 10^3} = 0,2 \text{ м}$$

Ответ: $\Delta l = \frac{m_2 g \sin \alpha}{k} = 0,2 \text{ м}$

Задача № 4



На схеме изображена цепь, состоящая из пяти резисторов и одного идеального амперметра А.

Дано сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$.

1. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками В и С.

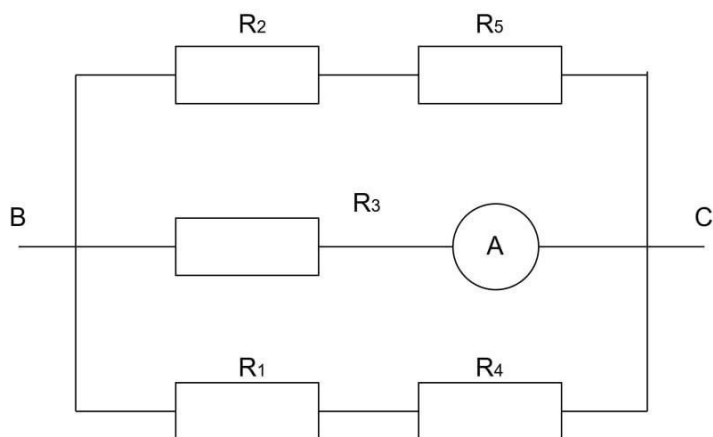
**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

2. Какое значение покажет амперметр, если на концы В и С подать напряжение 15 В? Ответ запишите с точностью до двух знаков после запятой.
3. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками D и E.
4. Куда нужно добавить один резистор величиной 9 Ом, чтобы общее сопротивление схемы между точками D и E стало 2,8 Ом (при округлении до одного знака после запятой)?

Решение

1. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками В и С.

- Для цепи между точками В и С эквивалентная электрическая схема будет состоять из 3 параллельных участков и выглядеть следующим образом:



Посчитаем сопротивление схемы:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_4}$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3 + 3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
$$R = 2 \text{ Ом}$$

Ответ: 2 Ом

2. Какое будет напряжение между точками В и С, если амперметр показывает значение 2 А?
- Так как известна сила тока амперметра I_A на участке с резистором R_3 , то можно найти напряжение на R_3 по закону Ома для участка цепи:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

$$U_3 = I_A \cdot R_3$$

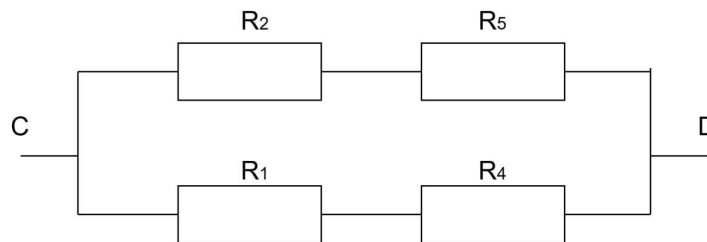
$$U_3 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ В}$$

- Напряжение на параллельных участках равно между собой и равно общему напряжению цепи. Таким образом, напряжение на одном из трех параллельных участков цепи равно общему напряжению между точками В и С. Следовательно,
 $U = U_3 = 12 \text{ В}$.

Ответ: 12 В

3. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками D и E.

Точки В и С имеют одинаковый потенциал, из-за чего при составлении эквивалентной схемы между точками D и E резистор, находящийся между В и С можно исключить. Получаем следующую эквивалентную схему:



Также можно доказать, что ток через R_3 не течет при помощи уравнения сбалансированного моста Уинстона:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_5} = \frac{3}{3} = 1$$

Посчитаем сопротивление схемы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_1 + R_4} \\ \frac{1}{R} &= \frac{1}{3 + 3} + \frac{1}{3 + 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ R &= 3 \text{ Ом} \end{aligned}$$

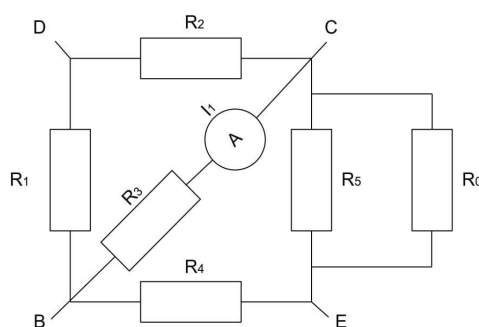
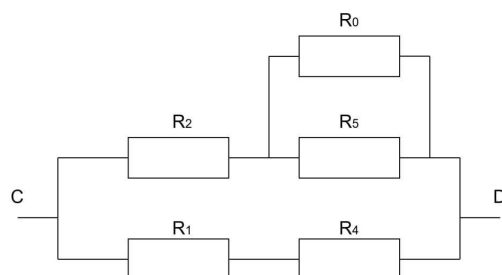
Ответ: 3 Ом

4. Куда нужно добавить один резистор величиной 9 Ом, чтобы общее сопротивление схемы между точками D и E стало 2,8 Ом (при округлении до одного знака после запятой)?

Чтобы получить требуемое общее сопротивление, равное 2,25 Ом, резистор величиной 9 Ом можно подключить параллельно к любому из резисторов R_1, R_2, R_4, R_5 . Например:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс**



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Также верным решением будет аналогичное параллельное подключение к любому из перечисленных резисторов с изображением на первоначальной схеме или эквивалентной.

Посчитаем общее сопротивление по схеме выше:

$$R_{05} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_5} = \frac{R_0 \cdot R_5}{R_0 + R_5}$$

$$R_{05} = \frac{9 \cdot 3}{9+3} = \frac{27}{12} = 2,25 \text{ Ом}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2 + R_{05}} + \frac{1}{R_1 + R_4} = \frac{R_2 + R_{05} + R_1 + R_4}{(R_2 + R_{05}) \cdot (R_1 + R_4)}$$

$$R = \frac{5,25 \cdot 6}{5,25+6} = 2,8 \text{ Ом}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Задача № 5

Мимо некоторой загадочной планеты радиусом $R = 6000$ км на расстоянии 400 км от поверхности планеты пролетает беспилотный исследовательский космический аппарат со скоростью 7000 м/с, запущенный неизвестной цивилизацией для изучения космического пространства. К сожалению, скорости аппарата не хватило для того, чтобы преодолеть силу притяжения данной планеты, и спутник начал вращаться вокруг нее по круговой орбите.

Какая плотность у данной планеты?

Предположим, что она имеет форму шара. Расстояние от спутника до поверхности планеты не является пренебрежимо малым. Для достижения первой космической скорости сила, с которой планета притягивает спутник (сила всемирного тяготения), должна быть равна центростремительной силе. Объем шара вычисляется с помощью формулы $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Положим $\pi = 3,14$, гравитационную постоянную положим равной: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Ответ округлите до сотых.

Решение

Для спутника, движущегося по круговой орбите на расстоянии $r \approx R$ от центра планеты, первая космическая скорость определяется условием равенства центростремительной силы и силы гравитационного притяжения:

$$\frac{mv_1^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ (M — масса планеты).}$$

Для круговой орбиты с радиусом $r = R + h$:

$$v^2 = \frac{GM}{r} \rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс**

Масса планеты через плотность и объём:

$$M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Приравняем эти выражения:

$$\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{v^2 (R+h)}{G}$$

Отсюда выражаем плотность:

$$\rho = \frac{3v^2(R+h)}{4\pi R^3 G}$$

При подстановке числовых значений получаем значение $5175,82 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Вариант 2

Задача № 1

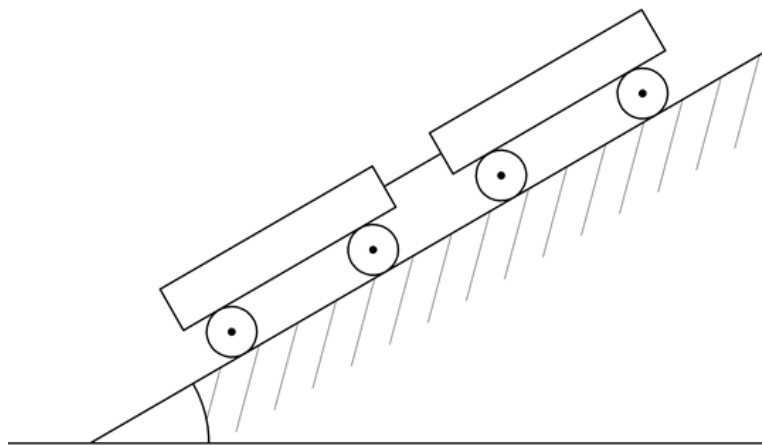
см. вариант 1

Задача № 2

см. вариант 1

Задача № 3

Колесный робот массой 55 кг равномерно без ускорения буксирует на подъеме другой неисправный колесный робот массой 81 кг. В процессе буксировки неисправного робота его колеса вращаются свободно – не связаны с двигателями и не блокируются тормозами. Буксировочный трос обладает коэффициентом жесткости 27 кН/м. Угол подъема составляет 30 градусов к горизонту. Коэффициент трения резиновых колес составляет 1,73 или $\frac{3}{\sqrt{3}}$. Ускорение свободного падения принять за $10,0 \text{ м/с}^2$.



1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, в том числе силы взаимодействия двух роботов.
2. Напишите уравнения сил, действующих на роботов.
3. Определите силу натяжения нити при установившемся движении.

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

4. Сможет ли робот вместе с буксируемым роботом преодолеть подъем? Ответ обосновать выводом конечной формулы и расчетом.
5. Определите, насколько растянется трос.

Решение

1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, в том числе силы взаимодействия двух роботов.

На рисунке должны быть указаны силы:

1. сила тяжести, действующая вертикально вниз из центра масс каждого робота, который совпадает с геометрическим центром;
2. сила нормальной реакции опоры, действующая по нормали к наклонной поверхности и приложенная к центру масс;
3. сила натяжения (реакции) троса каждого робота, действующая по линии троса из точки подвеса и в сторону другого робота;
4. сила трения в точке контакта колеса и наклонной поверхности;
5. сила тяги у первого робота действующая по направлению движения из центра масс первого робота.

2. Напишите уравнения сил, действующих на роботов.

$$\vec{F}_{TP_1} + \vec{N}_1 + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{\text{тяг}} + m_1 \vec{g} = 0$$

$$\vec{F}_{TP_2} + \vec{N}_2 + \vec{T}_{12} + m_2 \vec{g} = 0$$

3. Определите силу натяжения нити при установившемся движении.

Из условия взаимодействия:

$$\vec{T}_{21} = \vec{T}_{12}$$

Рассмотрим уравнение сил одного из роботов, например, буксируемого робота.

$$\vec{F}_{TP_2} + \vec{N}_2 + \vec{T}_{12} + \vec{T}_{\text{тяг}} + m_2 \vec{g} = 0$$

Спроецируем силы по осям системы координат:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

$$x: -F_{TP_2} + T_{12} - m_2 g \sin \alpha = 0$$

$$y: N_2 - m_2 g \cos \alpha = 0$$

Поскольку колеса вращаются свободно, то сопротивление, которое они создают пренебрежимо мало, поэтому силой трения можно пренебречь.

Выразим силу натяжения нити:

$$T_{12} = m_2 g \sin \alpha$$

Подставим числовые значения:

$$T_{12} = 81 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ$$

$$T_{12} = 81 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 405 \text{ Н}$$

Ответ: $T_{12} = m_2 g \sin \alpha = 405 \text{ Н}$

4. Смогут ли робот вместе с буксируемым роботом преодолеть подъём (ответ обосновать выводом конечной формулы и расчетом)?

Для решения вопроса можно рассмотреть двух роботов как единую систему.

$$\vec{F}_{TP} + \vec{N} + \vec{T}_{12} + \vec{T}_{\text{ТЯГ}} + (m_2 + m_1)\vec{g} = 0$$

Проецирую силы на вертикальную ось и подставляя силу трения получаем:

$$(m_2 + m_1)g \sin \alpha - \mu(m_2 + m_1)g \cos \alpha = 0$$

Выразим коэффициент трения.

$$\mu = \tan \alpha$$

Отсюда получаем, что преодолеет ли робот подъём зависит от угла наклона и коэффициента трения. Если:

$$\mu > \tan \alpha$$

то робот преодолеет подъём. Подставим числовые значения.

$$\frac{3}{\sqrt{3}} > \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Условие выполняется, а значит робот преодолеет подъём.

Ответ: $\mu > \tan \alpha, \frac{3}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$, преодолеет подъём

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

5. Определите насколько растянется трос.

Удлинение троса можно определить через силу натяжения:

$$T_{12} = k \cdot \Delta l$$

Выразим удлинения троса и подставим числовые значения.

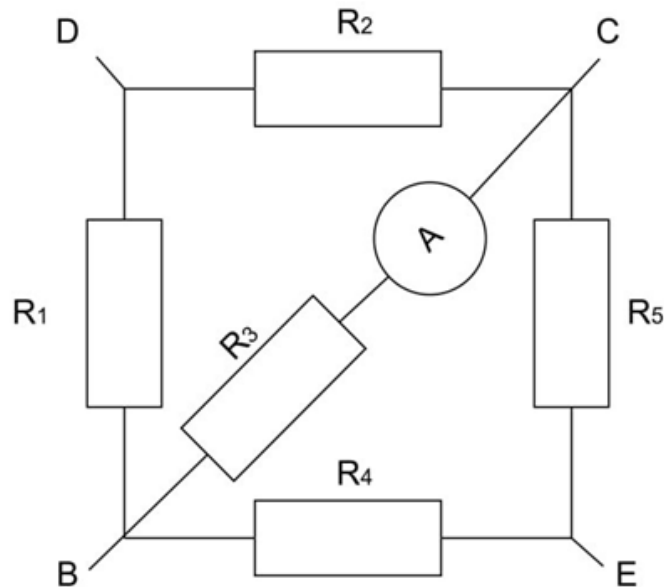
$$\Delta l = \frac{T_{12}}{k} = \frac{m_2 g \sin \alpha}{k}$$

$$\Delta l_x = \frac{460}{2,3 \cdot 10^3} = 0,2 \text{ м}$$

Ответ: $\Delta l = \frac{m_2 g \sin \alpha}{k} = 0,2 \text{ м}$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Задача № 4



На схеме изображена цепь, состоящая из пяти резисторов и одного идеального амперметра A .

Дано сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$.

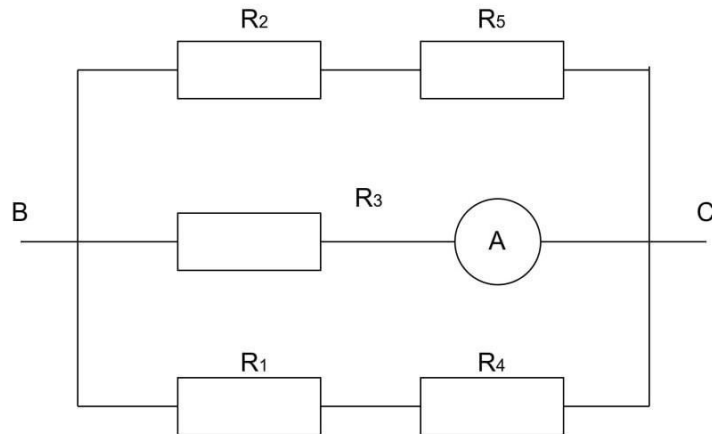
1. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками B и C .
2. Какое значение покажет амперметр, если на концы B и C подать напряжение 15 В ? Ответ округлите до двух знаков после запятой.
3. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками D и E .
4. Куда нужно добавить один резистор величиной 6 Ом , чтобы общее сопротивление схемы между точками D и E стало $7,2 \text{ Ом}$ (при округлении до одного знака после запятой)?

Решение

1. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками B и C .

- Для цепи между точками B и C эквивалентная электрическая схема будет состоять из 3 параллельных участков и выглядеть следующим образом:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс



- Посчитаем сопротивление такой схемы:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_4}$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6 + 6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6 + 6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$R = 4 \text{ Ом}$$

Ответ: 4 Ом

2. Какое значение покажет амперметр, если на концы В и С подать напряжение 15 В?
Ответ запишите с точностью до 2 знаков после запятой.

- Напряжение на параллельных участках равно между собой и равно общему напряжению цепи. Таким образом, напряжение на одном из трех параллельных участков цепи равно общему напряжению между точками В и С. Следовательно, при последовательном соединении с идеальным амперметром ($r \rightarrow \infty$) напряжение на резисторе R_3 : $U_3 = U = 15 \text{ В}$.
- Так как известно напряжение на участке с резистором R_3 , то по закону Ома для участка цепи значение амперметра I_A будет равно:

$$I_A = \frac{U}{R_3}$$

$$I_A = \frac{15}{12} = 1,25 \text{ А}$$

Ответ: 1,25 А

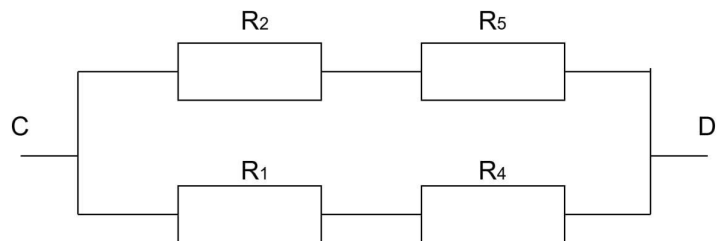
3. Определите, какое будет общее сопротивление цепи между точками D и E.

- Точки В и С имеют одинаковый потенциал, из-за чего при составлении эквивалентной схемы между точками D и E резистор, находящийся между В и С можно исключить. Получаем следующую эквивалентную схему:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс



Также можно доказать, что ток через R_3 не течет при помощи уравнения сбалансированного моста Уинстона:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_5} = \frac{6}{6} = 1$$

- Посчитаем сопротивление схемы:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_1 + R_4}$$

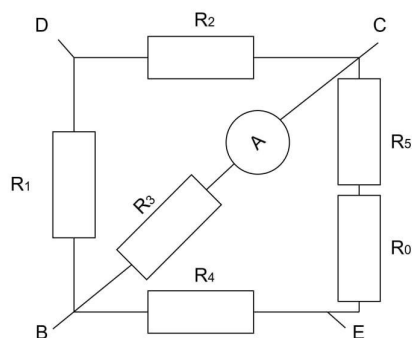
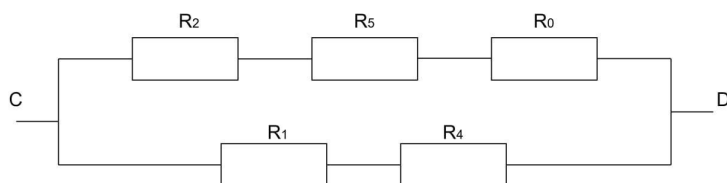
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6 + 6} + \frac{1}{6 + 6} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$R = 6 \text{ Ом}$$

Ответ: 6 Ом

4. Куда нужно добавить один резистор величиной 6 Ом, чтобы общее сопротивление схемы между точками D и E стало 7,2 Ом (при округлении до одного знака после запятой)?
- Чтобы получить требуемое общее сопротивление, равное 7,2 Ом, резистор величиной 6 Ом можно подключить последовательно к любому из резисторов R_1 , R_2 , R_4 , R_5 . Например:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс



- Также верным решением будет аналогичное последовательное подключение к любому из перечисленных резисторов с изображением на первоначальной схеме или эквивалентной.
- Посчитаем общее сопротивление по схеме выше:

$$R_{025} = R_0 + R_2 + R_5 = 6 + 6 + 6 = 18 \text{ Ом}$$

$$R_{14} = R_1 + R_4 = 6 + 6 = 12 \text{ Ом}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{025}} + \frac{1}{R_{14}} = \frac{R_{025} + R_{14}}{R_{025} \cdot R_{14}}$$

$$R = \frac{18 \cdot 12}{18 + 12} = 7,2 \text{ Ом}$$

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Задача № 5

Мимо таинственной экзопланеты на расстоянии 300 км от ее поверхности пролетает автоматический исследовательский зонд со скоростью 8000 м/с. Аппарат, запущенный неизвестной цивилизацией, оказался неспособен преодолеть гравитационное притяжение планеты и начал движение по круговой орбите с радиусом 6700 км.

Какова плотность этой планеты?

Предположим, что она представляет собой идеальный шар. Расстояние от зонда до поверхности планеты не является пренебрежимо малым. Для выхода на первую космическую скорость сила притяжения планеты (гравитационная сила) должна уравнивать центростремительную силу. Положим $\pi = 3,14$, гравитационную постоянную положим равной: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Ответ округлите до сотых.

Решение

Для спутника, движущегося по круговой орбите на расстоянии $r \approx R$ от центра планеты, первая космическая скорость определяется условием равенства центростремительной силы и силы гравитационного притяжения:

$$\frac{mv_1^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ (M — масса планеты).}$$

Для круговой орбиты с радиусом $r = R + h$, где h — расстояние от поверхности планеты до зонда:

:

$$v^2 = \frac{GM}{r} \rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G}$$

$R = r - h$. Масса планеты через плотность и объём:

$$M = \rho \frac{4}{3} \pi (r - h)^3.$$

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
9 класс

Приравняем эти выражения:

$$\rho \cdot \frac{4}{3} \pi (r - h)^3 = \frac{v^2 r}{G}$$

Отсюда выражаем плотность:

$$\rho = \frac{3v^2 r}{4\pi(r-h)^3 G}$$

При подстановке числовых значений получаем значение $5831,38 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.